Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Д. Долгов, Конденсация заряженных бозонов в физике плазмы и космологии, *ТМФ*, 2012, том 170, номер 1, 122–132

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6751>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.130.99

26 апреля 2023 г., 17:51:47

© 2012 г.

А. Д. Долгов^{*†}

КОНДЕНСАЦИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ БОЗОНОВ В ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ И КОСМОЛОГИИ

Рассматривается экранировка неоднородностей в плазме с конденсатом электрически заряженных бозонов. Показано, что экранированный потенциал кардинально отличается от обычного потенциала Дебая. В поляризационном операторе фотона при малых импульсах появляются инфракрасно-сингулярные слагаемые, которые приводят к тому, что экранированный потенциал убывает лишь как степень расстояния и даже осциллирует подобно фриделевским осцилляциям в плазме с вырожденными фермионами. Обсуждаются магнитные свойства плазмы с конденсатом W -бозонов. Показано, что W -бозоны конденсируются в ферромагнитном состоянии, что может привести к спонтанной магнетизации первичной плазмы. Возникающие при этом магнитные поля могут быть зародышами галактических и межгалактических полей, наблюдаемых в современной Вселенной.

Ключевые слова: плазма, экранировка, зарядовая асимметрия Вселенной.

1. ВВЕДЕНИЕ

Потенциал точечного электрического заряда в плазме обычно имеет хорошо известный дебаевский вид (см., например, книги [1], [2]). Дальнодействующий кулоновский потенциал превращается в экспоненциально убывающий потенциал Юкавы

$$U(r) = \frac{Q}{4\pi r} \rightarrow \frac{Qe^{-m_D r}}{4\pi r} \quad (1)$$

в силу того, что временно-временная компонента пропагатора фотона приобретает постоянную добавку, которая не исчезает, когда трехмерный импульс фотона стремится к нулю. В результате вместо вакуумной формы, т. е. k^2 , обратный пропагатор приобретает вид

$$k^2 \rightarrow k^2 + \Pi_{00}(k) = k^2 + m_D^2, \quad (2)$$

где, например, для релятивистских фермионов [3]

$$m_D^2 = e^2 \left(\frac{T^2}{3} + \frac{\mu^2}{\pi^2} \right). \quad (3)$$

^{*}University of Ferrara and INFN Ferrara, Italy. E-mail: dolgov@fe.infn.it

[†]Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия

Эти результаты справедливы, если фермионы в плазме не являются сильно вырожденными и если заряженные бозоны не образуют конденсат. Модификация дебаевского экранирования при наличии вырожденных фермионов была найдена более полувека назад [4], а влияние конденсата Бозе–Эйнштейна (КБЭ) на экранировку было рассмотрено заметно позднее [5]–[7]. В присутствии КБЭ экранированный потенциал коренным образом изменяется и превращается в осциллирующую функцию расстояния, которая убывает либо экспоненциально, либо как степень расстояния r .

В настоящей работе обсуждается влияние КБЭ заряженного скалярного поля на экранирование заряженных частиц в плазме на основе работ [7], выполненных автором совместно с Лепиди и Пиччинелли. Обсуждение ферромагнетизма конденсата основывается на работе [8] той же группы. Более подробный список литературы имеется в вышеупомянутых работах.

Рассмотрим электрически нейтральную плазму с большой плотностью заряда бозонов, которая компенсируется заряженными фермионами. Бозоны конденсируются, когда их химический потенциал достигает максимально разрешенной величины:

$$\mu_B = m_B. \quad (4)$$

В этом легко убедиться, рассмотрев кинетическое уравнение. Действительно, можно видеть, что тогда и только тогда, когда химический потенциал бозонов равен их массе, равновесное распределение этих бозонов имеет вид

$$f_B^{(\text{eq})} = C\delta^{(3)}(\mathbf{q}) + \frac{1}{e^{(E-m_B)/T} - 1}, \quad (5)$$

где постоянная C – амплитуда конденсата. Можно проверить, что $f_B^{(\text{eq})}$ обращает интеграл столкновений в нуль при произвольном значении C , т. е. по определению это равновесное распределение. Следует отметить, что равновесные распределения всегда являются функциями двух параметров: температуры T и химического потенциала μ , если $\mu < m$, и температуры T и амплитуды конденсата C , когда $\mu = m$.

Мы вычислим ниже временно-временную компоненту поляризационного оператора фотона простым прямым способом, решая по теории возмущений операторное уравнение движения электромагнитного поля (уравнение Максвелла) и усредняя полученное решение по среде. На этом пути удастся достичь цели, не используя более рафинированные методы мнимого или действительного времени (обзор этих методов можно найти, в частности, в книге [2]).

2. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ТЕПЛОВОЙ БАНЕ

Стандартный лагранжиан квантовой электродинамики, включающий электромагнитное поле, взаимодействующее с заряженными скалярным и фермионным полями с массами m_B и m_F соответственно и противоположными по знаку зарядами $\pm e$, записывается в форме

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - m_B^2|\phi|^2 + |(\partial_\mu + ieA_\mu)\phi|^2 + \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - eA\!\!\!/ - m_F)\psi. \quad (6)$$

Уравнения движения для электромагнитного и заряженных скалярного и фермионного полей имеют соответственно вид

$$(i\partial\!\!\!/ - m)\psi(x) = eA\!\!\!/ \psi(x), \quad (7)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi(x) = \mathcal{J}_\phi(x), \quad (8)$$

$$\partial_\nu F^{\mu\nu}(x) = \mathcal{J}^\mu(x), \quad (9)$$

где токи $\mathcal{J}$ можно записать следующим образом:

$$\mathcal{J}_\phi(x) = -ie[\partial_\mu A^\mu(x) + 2A_\mu(x)\partial^\mu]\phi(x) + e^2 A^\mu(x)A_\mu(x)\phi(x), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^\mu(x) = & -ie[(\phi^\dagger(x)\partial^\mu\phi(x)) - (\partial^\mu\phi^\dagger(x))\phi(x)] + \\ & + 2e^2 A^\mu(x)|\phi(x)|^2 - e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ и $\mathcal{J}^\mu$ (11) – полный электромагнитный ток бозонов и фермионов.

Операторные уравнения (7) и (8) имеют следующее формальное решение:

$$\phi(x) = \phi_0(x) + \int d^4y G_B(x-y)\mathcal{J}_\phi(y), \quad (12)$$

$$\psi(x) = \psi_0(x) + \int d^4y G_F(x-y)e\mathcal{A}(y)\psi(y), \quad (13)$$

где G_B и G_F – функции Грина бозонов и фермионов соответственно. В нулевом приближении по взаимодействию заряженные поля удовлетворяют свободным уравнениям движения

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_B^2)\phi_0(x) = 0, \quad (i\partial - m_F)\psi_0(x) = 0 \quad (14)$$

и квантуются стандартным образом:

$$\phi_0(x) = \int \frac{d^3q}{\sqrt{(2\pi)^3 2E}} [a(\mathbf{q})e^{-iqx} + b^\dagger(\mathbf{q})e^{iqx}], \quad (15)$$

$$\psi_0(x) = \int \frac{d^3q}{\sqrt{(2\pi)^3}} \sqrt{\frac{m_F}{E}} [c_r(\mathbf{q})u_r(\mathbf{q})e^{-iqx} + d_r^\dagger(\mathbf{q})v_r(\mathbf{q})e^{iqx}]. \quad (16)$$

Подставляя решения (12), (13) в уравнение (9), получим следующие уравнения Максвелла с учетом поправок к электромагнитному току в низшем порядке теории возмущений:

$$\begin{aligned} \partial_\nu F^{\mu\nu}(x) = & -ie[(\phi_0^\dagger(x)\partial^\mu\phi_0(x)) - (\partial^\mu\phi_0^\dagger(x))\phi_0(x)] - e\bar{\psi}_0(x)\gamma^\mu\psi_0(x) - \\ & - ie\phi_0^\dagger(x)\partial^\mu \left[\int d^4y G_B(x-y)\mathcal{J}_{\phi_0}(y) \right] - \\ & - ie \left[\int d^4y G_B(x-y)\mathcal{J}_{\phi_0}(y) \right]^\dagger \partial^\mu \phi_0(x) + \\ & + ie\partial^\mu\phi_0^\dagger(x) \left[\int d^4y G_B(x-y)\mathcal{J}_{\phi_0}(y) \right] + \\ & + ie\partial^\mu \left[\int d^4y G_B(x-y)\mathcal{J}_{\phi_0}(y) \right]^\dagger \phi_0(x) - \\ & - e\bar{\psi}_0(x)\gamma^\mu \int d^4y G_F(x-y)e\mathcal{A}(y)\psi(y) - \\ & - e \left[\int d^4y \bar{\psi}_0(y)\mathcal{A}(y)G_F^*(x-y) \right] \gamma^\mu\psi_0(x) + 2e^2 A^\mu(x)|\phi_0(x)|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Для того чтобы вывести уравнения Максвелла, где учитывается влияние среды на функцию распространения фотона, необходимо взять средние значения произведений операторов ϕ и ψ в этой среде. Первый член в уравнении (17), который линеен по e , будет отличен от нуля, если среда либо электрически заряжена, либо в ней бежит электрический ток. Здесь мы предположим, что такого нет, т. е. среда электрически нейтральна и токи отсутствуют.

Произведения операторов рождения-уничтожения, усредненные по среде, имеют обычную форму:

$$\langle a^\dagger(\mathbf{q})a(\mathbf{q}') \rangle = f_B(E_q)\delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{q}'), \quad (18)$$

$$\langle a(\mathbf{q})a^\dagger(\mathbf{q}') \rangle = [1 + f_B(E_p)]\delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{q}'), \quad (19)$$

$$\langle c^\dagger(\mathbf{q})c(\mathbf{q}') \rangle = f_F(E_p)\delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{q}'), \quad (20)$$

$$\langle c(\mathbf{q})c^\dagger(\mathbf{q}') \rangle = [1 - f_F(E_p)]\delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{q}'), \quad (21)$$

где $f_{F,B}(E_q)$ – зависящие от энергии функции распределения бозонов или фермионов. Зависимость от энергии может быть произвольной, так как мы предположили лишь, что среда однородна и изотропна, но, вообще говоря, не предполагали теплового равновесия. Тем не менее мы предположили, как это обычно делается, что недиагональные матричные элементы операторов рождения-уничтожения в среднем обращаются в нуль из-за декогерентности. В вакуумном случае $f_{F,B}(E) = 0$, и мы получим обычное вакуумное среднее для $\langle aa^\dagger \rangle$, в то время как $\langle a^\dagger a \rangle = 0$. В дальнейшем мы не будем учитывать вакуумные средние, так как нас интересуют только эффекты, связанные с веществом. В результате получим линейное, но нелокальное уравнение для электромагнитного поля $A_\mu(x)$, в котором удобно сделать преобразование Фурье:

$$A^\mu(k) = \int \frac{d^4x}{(2\pi)^4} e^{-ikx} A^\mu(x). \quad (22)$$

Окончательно найдем, что поле $A^\mu(k)$ удовлетворяет уравнению

$$[k^\rho k_\rho g^{\mu\nu} - k^\mu k^\nu + \Pi^{\mu\nu}(k)]A_\nu(k) = \mathcal{J}^\mu(k), \quad (23)$$

которое эквивалентно уравнению движения фотона (17) в импульсном пространстве.

Отсюда найдем поляризационный тензор фотона, который содержит вклады заряженных бозонов и фермионов $\Pi_{\mu\nu}(k) = \Pi_{\mu\nu}^B(k) + \Pi_{\mu\nu}^F(k)$. В соответствии с уравнением (17) в низшем порядке по e^2 они равны

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^B(k) = e^2 \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3 E} [f_B(E) + \bar{f}_B(E)] & \left[\frac{1}{2} \frac{(2q - k)_\mu (2q - k)_\nu}{(q - k)^2 - m_B^2} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{(2q + k)_\mu (2q + k)_\nu}{(q + k)^2 - m_B^2} - g_{\mu\nu} \right], \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^F(k) = 2e^2 \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3 E} [f_F(E) + \bar{f}_F(E)] & \left[\frac{q_\nu(k + q)_\mu - q^\rho k_\rho g_{\mu\nu} + q_\mu(k + q)_\nu}{(k + q)^2 - m_F^2} + \right. \\ & \left. + \frac{q_\nu(q - k)_\mu + q^\rho k_\rho g_{\mu\nu} + q_\mu(q - k)_\nu}{(k - q)^2 - m_F^2} \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Статические свойства среды определяются временно-временной компонентой поляризационного тензора в пределе $\omega = 0$, который можно легко найти, используя приведенные выше выражения:

$$\Pi_{00}^B(k) = -\frac{e^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{dq q^2}{E} (f_B + \bar{f}_B) \left(1 + \frac{E^2}{kq} \ln \left| \frac{2q+k}{2q-k} \right| \right), \quad (26)$$

$$\Pi_{00}^F(k) = -\frac{e^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{dq q^2}{E} (f_F + \bar{f}_F) \left(1 + \frac{E^2}{kq} \ln \left| \frac{2q+k}{2q-k} \right| \right). \quad (27)$$

Здесь и в дальнейшем k и q суть абсолютные величины пространственных компонент импульса фотона и заряженных частиц соответственно. Равенства (26), (27) совпадают с хорошо известными выражениями, найденными другими методами. Наши новые результаты для экранировки возникли от дополнительного члена, порожденного конденсатом в выражении для f_B (см. равенство (5)).

После несложных вычислений получим, что вклад заряженных бозонов во временно-временную компоненту поляризационного тензора в пределе нулевой частоты и малого импульса k (или, что то же, высокой температуры T) имеет вид

$$\Pi_{00} = \left[k^2 + e^2 \left(m_0^2 + \frac{m_1^3}{k} + \frac{m_2^4}{k^2} \right) \right], \quad (28)$$

где

$$m_0^2 = \frac{2T^2}{3} + \frac{C}{(2\pi)^3 m_B}, \quad m_1^3 = \frac{m_B^2 T}{2}, \quad m_2^4 = \frac{4Cm_B}{(2\pi)^3}. \quad (29)$$

В действительности точно такая же зависимость от k верна при любой температуре, но коэффициенты m_j могут быть иными.

3. ЭКРАНИРОВКА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Экранированный потенциал определяется фурье-преобразованием фотонного пропагатора $(k^2 - \Pi_{00})^{-1}$:

$$U(r) = Q \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{k^2 - \Pi_{00}(k)} = \frac{qQ}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{dk k^2}{k^2 - \Pi_{00}(k)} \frac{\sin(kr)}{kr}. \quad (30)$$

Если Π_{00} является четной функцией k , как обычно и бывает, интегрирование по k можно продолжить на всю действительную ось от $-\infty$ до $+\infty$, и интеграл берется как сумма вычетов подынтегрального выражения. В частности, если можно пренебречь слагаемым, пропорциональным $1/k$ (в случае низкой температуры), то Π_{00} , очевидно, является четной функцией, и полюсы подынтегрального выражения легко находятся:

$$k_j^2 = -\frac{e^2 m_0^2}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{e^4 m_0^4}{4} - e^2 m_2^4 \right]} \approx \pm i e m_2^2. \quad (31)$$

Последнее приближенное равенство формально справедливо в пределе исчезающе малого заряда e .

Таким образом, в присутствии заряженного бозонного конденсата “дебаевский” полюс приобретает ненулевую действительную часть:

$$k_j = \pm \sqrt{e} m_2 e^{\pm i\pi/4} \equiv k'_j + i k''_j. \quad (32)$$

Ненулевое значение k' приводит к осциллирующему поведению потенциала:

$$U(r)_j \sim Q \frac{e^{-\sqrt{e/2}m_2 r} \cos(\sqrt{e/2}m_2 r)}{r}. \quad (33)$$

Если слагаемое, пропорциональное $1/k$, присутствует в Π_{00} , то вычисление потенциала оказывается несколько более сложным. В этом случае контур интегрирования в комплексной плоскости k нельзя продлить вдоль всей действительной оси до $-\infty$. Однако интеграл можно брать вдоль действительной оси от 0 до ∞ , затем по бесконечно удаленной четверти круга и, наконец, вдоль мнимой оси от ∞ до 0. Результат будет содержать обычные вклады от полюсов и других особенностей в первом квадранте комплексной k -плоскости (см. ниже) и от интеграла вдоль мнимой оси. Полюсные вклады дают обычный экспоненциально затухающий потенциал, а интеграл вдоль мнимой оси ведет к степенному затуханию потенциала:

$$U \sim \frac{Qm_1^3}{e^2 m_2^3 r^6}. \quad (34)$$

Заметим, что потенциал обратно пропорционален квадрату электрического заряда. Это связано с тем, что мы рассматриваем асимптотическое поведение экранированного потенциала на больших расстояниях r , когда параметр er формально стремится к бесконечности.

Кроме упомянутых, имеются и другие особенности подынтегрального выражения (30), которые возникают из-за зажимания (“пинча”) контура интегрирования по q в выражении (26) полюсами функции распределения f_B (5) и точками ветвления логарифма. Возникающие в результате этого особенности в комплексной k -плоскости приводят к эффектам в экранировке, аналогичным так называемым осцилляциям Фриделя [4]. Если доминирует первая точка пинча, то экранированный потенциал имеет вид

$$U_1(r) = -\frac{32\pi Q}{e^2 m_B r^2} \frac{e^{-z}}{\ln^2(2\sqrt{2}z)} \sin z, \quad (35)$$

где $z = 2r\sqrt{2\pi T m_B}$. Заметим, что $U_1(r)$ обратно пропорционален e^2 и формально обращается в нуль при $T \rightarrow 0$, но остается конечным, если $\sqrt{T m_B} r \neq 0$.

Если вклады всех точек пинча сравнимы по величине, то экранированный потенциал убывает как степень расстояния:

$$U(r) \approx -\frac{3Q}{2e^2 T^2 m_B^3 r^6 \ln^3(\sqrt{8m_B T} r)}. \quad (36)$$

Подробности вычислений приведены во второй из работ [7].

4. КОНДЕНСАЦИЯ ВЕКТОРНЫХ БОЗОНОВ

Конденсация заряженных векторных бозонов теории слабого взаимодействия могла иметь место в ранней Вселенной, если космологическая лептонная асимметрия была достаточно велика [8].

Конденсация векторных частиц отличается от скалярных из-за наличия дополнительной спиновой степени свободы. В зависимости от взаимодействия между спинами они могут быть либо выстроены в одном направлении, либо анти-выстроены. Такие состояния называются соответственно ферромагнитными или антиферромагнитными (см. например, книгу [9]). Мы покажем здесь, что W -бозоны минимальной электрослабой теории конденсируются в ферромагнитном состоянии. Возникающая в результате спонтанная намагниченность первичной плазмы может привести к генерации сильных первичных магнитных полей на макроскопически больших масштабах.

Недавно аналогичная проблема конденсации ядер дейтерия в компактных звездах была рассмотрена в работе [10]. Было показано, что взаимодействие между ядрами приводит к конденсации в состоянии с низшим полным спином, т. е. конденсат является антиферромагнитным.

В стандартной минимальной модели электрослабого взаимодействия спин-спиновое взаимодействие W -бозонов определяется взаимодействием их магнитных моментов и контактным четырехбозонным взаимодействием. Спин-спиновый потенциал, возникающий за счет взаимодействия магнитных моментов, можно найти из аналога уравнения Брейта для векторных частиц [8]:

$$U_{\text{em}}^{\text{spin}}(r) = \frac{\alpha \rho^2}{m_W^2} \left[\frac{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)}{r^3} - 3 \frac{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^5} - \frac{8\pi}{3} (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) \delta^{(3)}(\mathbf{r}) \right], \quad (37)$$

где $\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137$, а ρ – отношение реального значения магнитного момента W к его величине в электрослабой теории. Поскольку предполагается, что плазма электрически нейтральна, то кулоновское взаимодействие между W в конденсате компенсируется заряженными лептонами.

Чтобы найти сдвиг энергии пары W -бозонов, индуцированный этим взаимодействием, нужно взять среднее значение потенциала (37) по волновой функции W -бозонов. Предполагается, что волновая функция конденсата является не зависящим от углов S -волновым состоянием. Следовательно, сдвиг энергии за счет магнитного спин-спинового взаимодействия выражается через интеграл от потенциала (37) по пространству:

$$\delta E = \int \frac{d^3r}{V} U_{\text{em}}^{\text{spin}}(r) = -\frac{2e^2 \rho^2}{3V m_W^2} (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2), \quad (38)$$

где V – нормировочный объем.

Так как $S_{\text{tot}}^2 = (S_1 + S_2)^2 = 4 + 2S_1 S_2$, то среднее значение величины $S_1 S_2$ равно

$$S_1 S_2 = \frac{S_{\text{tot}}^2}{2} - 2. \quad (39)$$

При $S_{\text{tot}} = 2$ этот член положителен, $S_1 S_2 = 1 > 0$, тогда как для $S_{\text{tot}} = 0$ он отрицателен, $S_1 S_2 = -2 < 0$. Таким образом, если доминирующий вклад в спин-спиновое взаимодействие вносит взаимодействие между магнитными моментами W -бозонов, то состояние с максимальным спином является более выгодным энергетически, и W -бозоны должны конденсироваться в ферромагнитном состоянии. Таким образом, это взаимодействие могло бы привести к спонтанной магнетизации векторных частиц в ранней Вселенной.

Дополнительный вклад в спин-спиновое взаимодействие W -бозонов вносит их взаимодействие четвертой степени:

$$L_{4W} = \frac{e^2}{2 \sin^2 \theta_W} [W_\mu^\dagger W^{\mu\dagger} W_\nu W^\nu - (W_\mu^\dagger W^\mu)^2] = \frac{e^2 (\mathbf{W}^\dagger \times \mathbf{W})^2}{2 \sin^2 \theta_W}. \quad (40)$$

Предполагается, что $\partial_\mu W^\mu = 0$ и, следовательно, лишь пространственный три-вектор $\mathbf{W}$ отличен от нуля, а $W_t = 0$. Фурье-преобразование этого лагранжиана с соответствующей нерелятивистской нормировкой приводит к следующему выражению для потенциала:

$$U_{4W}^{(\text{spin})} = \frac{e^2}{8m_W^2 \sin^2 \theta_W} (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) \delta^{(3)}(\mathbf{r}). \quad (41)$$

Таким образом, квартичное самодействие W вносит вклад лишь в спин-спиновое взаимодействие, знак которого оказывается антиферромагнитным.

В минимальной стандартной модели взаимодействие между магнитными моментами W оказывается сильнее, чем локальное самодействие, и W -бозоны конденсируются в ферромагнитном состоянии. Однако в некоторых модификациях стандартной модели оказывается возможным антиферромагнитное поведение, и потому W -бозоны конденсировались бы в состоянии с нулевым или микроскопически малым полным спином. В таком случае классическое векторное поле W -бозонов не возникло бы, хотя они по-прежнему образовывали бы бозе-конденсат.

В спин-спиновое взаимодействие W -бозонов вносит вклад также обмен Z^0 -бозонами. Можно показать, что для нерелятивистских Z -бозонов их вклад исчезает [8]. Однако если импульс, переносимый виртуальным Z -бозоном, не является пренебрежимо малым по сравнению с его массой, то вклады Z -бозона и фотона будут сравнимыми.

Дальнодействующие силы между магнитными моментами W -бозонов в принципе могут экранироваться плазменными эффектами. Однако в противоположность электрической дебаевской экранировке магнитные взаимодействия в чистой электродинамике (или в любой другой калибровочной теории, основанной на локальной абелевой симметрии) не экранируются. С другой стороны, в неабелевых теориях магнитная экранировка может возникать в высших порядках теории возмущений или непертурбативно, так как сильные инфракрасные сингулярности приводят к катастрофическому росту высших порядков [11]. Экранировка магнитных взаимодействий может изменить относительную величину магнитной связи спинов по сравнению со спин-спиновым взаимодействием, возникающим от локальной связи W^4 , которая не экранируется. Однако в фазе с нарушенной электрослабой симметрией система сводится к обычной электродинамике, где магнитное экранирование отсутствует, и тогда W -бозоны должны бы конденсироваться в ферромагнитном состоянии. Для фазы с ненарушенной электрослабой симметрией в настоящее время ответ не известен¹⁾.

Если магнитное взаимодействие между спинами W -бозонов экранируется, то потенциал, описывающий магнитное взаимодействие спинов, выражается через амплитуду (37) с должным образом модифицированным фотонным пропагатором и

¹⁾Как показано в нашей недавней работе [12], магнитная экранировка дебаевского типа существует в абелевой теории, так как бозе-конденсат заряженных полей является сверхпроводящим. Однако пока неясно, может ли эта экранировка уничтожить ферромагнетизм W -бозонов.

может быть записан в виде

$$U_{\text{em}}^{(\text{spin})}(\mathbf{r}) = -\frac{e^2 \rho^2}{m_W^2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}}{q^2 + \Pi_{ss}(\mathbf{q})} [q^2(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) - (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{q})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{q})], \quad (42)$$

где Π_{ss} – плазменная поправка к пространственно-пространственной компоненте поляризационного оператора фотона.

Если, как было сделано выше, предположить, что волновая функция W -бозонов не зависит от пространственных координат, и усреднить этот потенциал по пространству, то мы получим следующее выражение для зависящего от спина сдвига энергии:

$$\delta E = \int \frac{d^3 r}{V} U_{\text{em}}^{(\text{spin})}(\mathbf{r}) = -\frac{e^2 \rho^2}{V m_W^2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \delta^{(3)}(\mathbf{q}) \frac{q^2(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) - (\mathbf{q} \cdot \mathbf{S}_1)(\mathbf{q} \cdot \mathbf{S}_2)}{q^2 + \Pi_{ss}(\mathbf{q})}. \quad (43)$$

Очевидно, что δE обращается в нуль, если Π_{ss} не исчезает при $q = 0$. Однако подобное заключение физически не очень обоснованно, так как интегрирование по r следует проделать до некоторого конечного верхнего предела $r_{\text{max}} = l$. Предположительно этот предел имеет порядок среднего расстояния между W -бозонами, так что вместо дельта-функции $\delta^{(3)}(\mathbf{q})$ получим

$$\int_0^l d^3 r e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} = \frac{4\pi}{q^3} [\sin(ql) - ql \cos(ql)]. \quad (44)$$

Сдвиг энергии дается выражением

$$\delta E = -4\pi \frac{e^2 \rho^2}{V m_W^2} S_1^i S_2^j \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{[\sin(ql) - ql \cos(ql)][q^2 \delta_{ij} - q^i q^j]}{q^3 [q^2 + \Pi_{ss}(q)]}, \quad (45)$$

где $V = 4\pi l^3/3$.

При усреднении волновой функции, которая не зависит от углов, т. е., к примеру, S -волны для конденсата, интеграл в равенстве (45) будет пропорционален кронекеровскому дельта-символу и, следовательно,

$$\delta E = S_1^i S_2^j A \delta^{ij}, \quad (46)$$

где коэффициент A можно вычислить, сделав свертку по пространственным индексам в равенстве (45):

$$\text{Tr}(A \delta^{ij}) = 3A = -8\pi \frac{e^2 \rho^2}{m_W^2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{[q \sin(ql) - q^2 l \cos(ql)]}{q^2 [q^2 + \Pi_{ss}(q)]}. \quad (47)$$

Следовательно, спин-спиновое взаимодействие приводит к сдвигу энергии пары W -бозонов в S -волновом состоянии на величину

$$\delta E = -(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) \frac{8\pi e^2 \rho^2}{3V m_W^2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{[\sin(ql) - ql \cos(ql)]}{q [q^2 + \Pi_{ss}(q)]}. \quad (48)$$

Удобно ввести новую переменную интегрирования $x = ql$ и переписать интеграл в виде

$$\delta E = -(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) \frac{4e^2 \rho^2}{3\pi V m_W^2} \int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + l^2 \Pi_{ss}(x/l)} \left[x \sin x + l^2 \Pi_{ss}\left(\frac{x}{l}\right) \cos x \right]. \quad (49)$$

Здесь использована обычная регуляризация расходящихся интегралов:

$$e^{\pm iql} \rightarrow e^{\pm iql - \epsilon q},$$

где $\epsilon \rightarrow 0$. При такой регуляризации $\int_0^\infty dx \cos x = 0$.

Очевидно, что если $\Pi_{ss} = 0$, мы получим тот же результат, что и выше. В действительности необходимым условием получения “не экранированного” результата является неравенство $l^2 \Pi_{ss}(x/l) \ll 1$, а при большом $l^2 \Pi_{ss}$ электромагнитная часть спин-спинового взаимодействия будет достаточно сильно подавлена, чтобы ферромагнитное поведение конденсата изменилось на антиферромагнитное. Это может иметь место при температурах выше электрослабого фазового перехода, когда конденсат Хиггса разрушается и массы W - и Z -бозонов возникают только из-за поправок, связанных с ненулевыми температурой и плотностью и, следовательно, относительно малы. Количественный ответ зависит от величины изменения пространственно-пространственной части фотонного пропагатора в присутствии бозе-конденсата заряженных W -бозонов. Насколько нам известно, расчет этой модификации пока не был проделан²⁾.

Если W -бозоны образуют ферромагнитное состояние, то в первичной плазме, где эти бозоны сконденсировались (например, благодаря большой космологической лептонной асимметрии), могла бы возникнуть спонтанная магнетизация, как это происходит в обычных ферромагнетиках. Типичный размер магнитных доменов определяется космологическим горизонтом в момент испарения конденсата. Последнее имеет место, когда химический потенциал нейтрино, который в процессе космологического расширения падает пропорционально температуре, станет меньше, чем масса W -бозона при этой температуре.

Крупномасштабные магнитные поля, порожденные ферромагнетизмом W -бозонов, могли бы выжить после распада конденсата благодаря сохранению магнитного потока в первичной плазме из-за высокой электропроводности последней. Такие магнитные поля, однородные на макроскопически больших расстояниях в момент формирования, могли бы послужить зародышами галактических или межгалактических магнитных полей на астрономически больших масштабах. Очевидно, что характерный размер магнитных доменов в момент их зарождения много меньше размера галактик даже с учетом космологического растягивания. Тем не менее кажется возможным получить из них поля, однородные на галактических масштабах, за счет хаотического перезамыкания магнитных силовых линий на малых масштабах (аналогичного броуновскому движению). Конечно, за это приходится расплачиваться уменьшением амплитуды поля. Такой механизм является конкурентоспособной альтернативой многим имеющим место попыткам решить проблему генерации крупномасштабных магнитных полей в космологии (см., например, обзоры [13]).

Список литературы

- [1] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика*, т. 10: *Физическая кинетика*, Наука, М., 1979.
- [2] J. I. Kapusta, C. Gale, *Finite Temperature Field Theory. Principles and Applications*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2006.

²⁾ Такие вычисления были проделаны в нашей недавней работе [12].

- [3] А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, *ЖТЭФ*, **38** (1960), 1829–??; Е. С. Фрадкин, *Труды ФИАН*, **29** (1965), 7–138.
- [4] J. Friedel, *Philos. Mag.*, **43** (1952), 153–189; *Il Nuovo Cimento*, **7**:suppl. 2 (1958), 287–311; J. S. Langer, S. H. Vosko, *J. Phys. Chem. Solids*, **12**:1 (1960), 196–205; A. Fetter, J. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, McGraw-Hill, San Francisco, 1971.
- [5] S. R. Hore, N. E. Frankel, *Phys. Rev. B*, **12**:7 (1975), 2619–2682; **14**:5 (1976), 1952–1962.
- [6] G. Gabadadze, R. A. Rosen, *JCAP*, **10** (2008), 030, 10 pp., arXiv:0806.3692; **02** (2009), 016, 14 pp., arXiv:0811.4423; **04** (2010), 028, 47 pp., arXiv:0912.5270.
- [7] A. D. Dolgov, A. Lepidi, G. Piccinelli, *JCAP*, **02** (2009), 027, 16 pp., arXiv:0811.4406; *Phys. Rev. D*, **80** (2009), 125009, arXiv:0905.4422.
- [8] A. D. Dolgov, A. Lepidi, G. Piccinelli, *JCAP*, **08** (2010), 031, 21 pp., arXiv:1005.2702.
- [9] C. J. Pethick, H. Smith, *Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2002.
- [10] L. Berezhiani, G. Gabadadze, D. Pirtskhalava, *JHEP*, **04** (2010), 122, arXiv:1003.0865.
- [11] A. D. Linde, *Rep. Prog. Phys.*, **42**:3 (1979), 389–437; *Phys. Lett. B*, **96**:3–4 (1980), 293–296; D. J. Gross, R. Pisarski, L. Yaffe, *Rev. Mod. Phys.*, **53**:1 (1981), 43–80.
- [12] A. D. Dolgov, A. Lepidi, 2011, **375**:36, 3188–3190, arXiv:1105.2308.
- [13] D. Grasso, H. R. Rubinstein, *Phys. Rept.*, **348**:3 (2001), 163–266, arXiv:astro-ph/0009061; A. D. Dolgov, “Generation of magnetic fields in cosmology”, *From Integrable Models to Gauge Theories*, eds. V. G. Gurzadyan et al., World Scientific, Singapore, 2002, 143–154; *Magnetic fields in cosmology*, arXiv:astro-ph/0306443; M. Giovannini, *Int. J. Mod. Phys. D*, **13**:3 (2004), 391–502, arXiv:astro-ph/0312614.