Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. Л. Иоффе, Нарушающие киральность конденсаты в КХД и их связь с решениями кварковых уравнений Дирака с нулевыми собственными значениями, *ТМФ*, 2012, том 170, номер 2, 165–173

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6756>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 44.207.124.84

26 апреля 2023 г., 16:18:53

© 2012 г.

Б. Л. Иоффе*

НАРУШАЮЩИЕ КИРАЛЬНОСТЬ КОНДЕНСАТЫ В КХД И ИХ СВЯЗЬ С РЕШЕНИЯМИ КВАРКОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДИРАКА С НУЛЕВЫМИ СОБСТВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

Показано, что нарушающие киральность конденсаты в безмассовой КХД возникают исключительно из отвечающих нулевому собственному значению решений уравнений Дирака в произвольных глюонных полях. Предложена модель, в которой такие решения являются решениями для кварков, движущихся в инстантонном поле. На основании этой модели для кваркового конденсата вычислены магнитная восприимчивость χ размерности 3 и магнитные восприимчивости κ и ξ размерности 5. Хорошее соответствие значений χ , κ и ξ , полученных с помощью этого подхода, и значений, найденных из адронного спектра, является серьезным аргументом в пользу того, что инстантоны представляют собой единственный источник нарушающих киральность конденсатов в КХД. Обсуждается зависимость кваркового конденсата от температуры. Показано, что фазовый переход, соответствующий температурной зависимости $\alpha(T)$ кваркового конденсата как параметра порядка, представляет собой переход типа кроссовер.

Ключевые слова: нулевая мода, инстантон, конденсат.

Посвящается памяти моего друга Альберта Никифоровича Тавхелидзе, выдающегося физика и видного организатора науки в СССР и России

Хорошо известно, что вследствие малости масс легких кварков пертурбативная КХД обладает свойством киральной симметрии, если вкладом тяжелых кварков можно пренебречь, однако в реальном адронном мире киральная симметрия очень сильно нарушена. Это утверждение с очевидностью следует из существования протона с большой массой и отсутствия бариона с отрицательной четностью и массой, равной массе протона. Также хорошо известно, что большие значения конденсатов легких кварков указывают на нарушение киральной симметрии в КХД. Эти два факта имеют глубокую внутреннюю связь: значения массы протона можно выразить через значения кваркового конденсата [1].

*Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия.
E-mail: ioffe@itep.ru

В настоящей работе мы рассматриваем возникновение кваркового конденсата в непертурбативной КХД и устанавливаем связь величины кваркового конденсата с решениями кварковых уравнений Дирака с нулевыми собственными значениями [2]. Таким образом проясняется природа массы протона и, как следствие, природа всех наблюдаемых масс во Вселенной [3].

Рассмотрим действие КХД в евклидовом пространстве-времени:

$$S = \frac{1}{4} \int d^4x G_{\mu\nu}^2 - \int d^4x \sum_f [\psi_f^\dagger (i\gamma_\mu \nabla_\mu + im_f) \psi_f],$$

где $G_{\mu\nu}^m$ – тензор глюонного поля, сумма берется по кварковым ароматам,

$$\nabla_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\lambda^n}{2} A_\mu^n$$

и A_μ^n – глюонное поле. Обратим внимание на то, что в евклидовой формулировке КХД оператор кваркового поля $\bar{\psi}$ заменяется на $\psi^\dagger$ (евклидову формулировку КХД и инстантонные решения можно найти в работах [4] и [5], см. также обзор [6]). Уравнение Дирака для безмассового кварка в евклидовом пространстве-времени имеет вид

$$-i\gamma_\mu \nabla_\mu \psi_n(x) = \lambda_n \psi_n(x), \quad (1)$$

где $\psi_n(x)$ и λ_n – собственные функции и собственные значения оператора Дирака $-\nabla = -i\gamma_\mu \nabla_\mu$. Представим операторы кварковых полей как сумму левых и правых операторов:

$$\psi = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi_L + \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_R, \quad \psi^\dagger = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi_L^\dagger + \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_R^\dagger,$$

где $\gamma_5 \psi_L = \psi_L$ и $\gamma_5 \psi_R = -\psi_R$. Тогда для ненулевых λ_n лагранжиан и действие сводятся к сумме двух слагаемых:

$$L = - \int d^4x [\psi_L^\dagger \nabla \psi_R + \psi_R^\dagger \nabla \psi_L].$$

Данное выражение полностью симметрично относительно замены $L \leftrightarrow R$, поэтому решения уравнений для левых и правых кварковых полей одинаковы – состояния, построенные из левых и правых кварков, полностью симметричны. Это заключение было получено при фиксированном глюонном поле. Очевидно, что усреднение по глюонным полям его не меняет. Совсем другая ситуация возникает в случае $\lambda_0 = 0$. Вклад этого члена в лагранжиан

$$\Delta L = \int d^4x [\psi_L^\dagger + \psi_R^\dagger] \nabla \psi_0$$

равен нулю, и нельзя сделать заключения относительно симметрии состояний, построенных из левых и правых кварковых полей. Из сказанного, в частности, следует, что все вакуумные конденсаты в КХД, нарушающие киральность, возникают из решений уравнений Дирака (1), отвечающих нулевому собственному значению.

Эти общие аргументы подтверждаются хорошо известными фактами. Во-первых, общее представление следа кваркового пропагатора $S(x)$ выражается через спектральную функцию $\rho(\lambda)$, заданную как функцию от собственных значений λ (представление Челлена–Лемана):

$$\text{Tr } S(x^2) = \frac{1}{\pi} \int d\lambda \rho(\lambda) \Delta(x^2, \lambda);$$

при $x^2 = 0$ функция $\Delta(x^2, \lambda)$ сводится к $\delta(\lambda)$, и мы получаем (в пространстве-времени Минковского) $\rho(0) = -\pi \langle 0 | \bar{\psi}(0) \psi(0) | 0 \rangle$ (соотношение Банка–Кашера [7]). Во-вторых, нуль-модовое решение уравнения (1) для безмассового кварка в инстантонном поле представляет собой правую волновую функцию $\psi_R(x) = (1 - \gamma_5) \psi(x)$, а в антиинстантонном поле – левую волновую функцию $\psi_L(x) = (1 + \gamma_5) \psi(x)$ [8], [9].

Основываясь на этих утверждениях, сформулируем модель для вычисления нарушающих киральность вакуумных конденсатов в КХД. Предположим, что вакуумное среднее (ВС) нарушающего киральность оператора $O_{c.v.}$ пропорционально матричному элементу $\psi_0^+ O_{c.v.} \psi_0$, где ψ_0 – решение уравнения (1) в евклидовом пространстве-времени с нулевым собственным значением, $\lambda_0 = 0$:

$$\langle 0 | \bar{\psi} O_{c.v.} \psi | 0 \rangle \sim \psi_0^+ O_{c.v.} \psi_0. \quad (2)$$

Функция ψ_0 зависит от x , от положения центра решения x_c , а также от размера инстантона ρ : $\psi_0 = \psi_0(x - x_c, \rho)$. Уравнение (2) следует проинтегрировать по x_c , что эквивалентно интегрированию по $x - x_c$ (ниже мы будем использовать обозначение x для $x - x_c$). Предположим, что $\rho = \text{const}$, и найдем его значение из сравнения с известными значениями ВС. Введем в (2) коэффициент пропорциональности n . Таким образом, наши предположения приводят к следующему виду ВС:

$$\langle 0 | \bar{\psi}(0) O_{c.v.} \psi(0) | 0 \rangle = -n \int d^4x \psi_0^+(x, \rho) O_{c.v.} \psi_0(x, \rho). \quad (3)$$

Данная модель аналогична модели разреженного инстантонного газа [10], [11], в которой x_c – положение центра инстантона. В отличие от последней модели, где инстантонная плотность имеет размерность 4, в нашей модели n имеет размерность 3 и может интерпретироваться как плотность центров нулевых мод в трехмерном пространстве. Заметим, что левая часть равенства (3) записана в пространстве-времени Минковского, тогда как правая часть – в евклидовом пространстве (знак минус введен, чтобы n было положительным). При пертурбативных вычислениях в случае, когда число ароматов N_f больше единицы, вклад инстантонов в действие подавлен множителем, пропорциональным произведению $N_f - 1$ масс легких кварков, поэтому выражение (3) означает, что такое подавление отсутствует в непертурбативном вычислении. Зависимость функции $\psi_0(x, \rho)$ от x и ρ мы выбрали соответствующей решению с нулевым собственным значением в поле инстантона в цветовой группе $SU(2)$:

$$\psi_0(x, \rho) = \frac{1 - \gamma_5}{2} \frac{1}{\pi} \frac{\rho}{(x^2 + \rho^2)^{3/2}} \chi_0, \quad (4)$$

где χ_0 – спин-цветовая изоспиновая ($|\mathbf{T}| = 1/2$) волновая функция, отвечающая равному нулю полному спину $\mathbf{J} = \mathbf{I} + \mathbf{T}$. Функция $\psi_0(x, \rho)$ нормирована на единицу:

$$\int d^4x \psi^+(x, \rho) \psi(x, \rho) = 1. \quad (5)$$

Сначала рассмотрим кварковый конденсат $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle$ – наиболее важное нарушающее киральность ВС, определяющее барионные массы [1], [12]–[14]. Здесь $q = u, d$ суть поля u -, d -кварков. В этом случае $O_{c.v.} = 1$, и в соответствии с (3), (5) мы имеем (на масштабе 1 ГэВ) [5]

$$n = -\langle 0|\bar{q}q|0\rangle = (1.65 \pm 0.15) \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^3, \quad (6)$$

где интегрирование по подгруппе $SU(2)$ в цветовой группе $SU(3)$, а также антиинстантонный вклад включены в определение n . Аномальная размерность кваркового конденсата равна $4/9$, и согласно (6) коэффициент n имеет такую же аномальную размерность. Размер ρ волновой функции с нулевым собственным значением можно вычислить в рамках нашей модели ВС. Имеем

$$-g \left\langle 0 \left| \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^n}{2} G_{\mu\nu}^n \psi \right| 0 \right\rangle \equiv m_0^2 \langle 0|\bar{q}q|0\rangle. \quad (7)$$

Параметр m_0^2 равен 0.8 ГэВ^2 на масштабе 1 ГэВ [5], [15]. Аномальная размерность параметра m_0^2 равна $-14/27$. Работая в цветовой группе $SU(2)$, заменим λ^n на τ^a , $a = 1, 2, 3$, и возьмем для $G_{\mu\nu}^a$ инстантонное поле

$$G_{\mu\nu}^a(x, \rho) = \frac{4}{g} \eta_{a\mu\nu} \frac{\rho^2}{(x^2 + \rho^2)^2}, \quad (8)$$

где параметр $\eta_{a\mu\nu}$ был определен в работе [16] (см. также [6]). Подстановка выражений (4) и (8) в уравнение (3) после простых вычислений дает $n/2\rho^2 = m_0^2 n$. Отсюда

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}m_0} = 0.79 \text{ ГэВ}^{-1} = 0.256 \text{ фм} \quad (9)$$

(на масштабе 1 ГэВ). Это значение ρ близко к значениям, используемым в моделях разреженного инстантонного газа или инстантонной жидкости. Смешанный кварк-глюонный конденсат (7) был вычислен в работе [17] в модели инстантонной жидкости. Было найдено значение параметра $m_0^2 = 1.4 \text{ ГэВ}^2$, большее чем значение $m_0^2 = 0.8 \text{ ГэВ}^2$, получающееся с помощью правил сумм в КХД.

Теперь вычислим не столь хорошо известные величины – магнитные восприимчивости кваркового конденсата, индуцированные внешним постоянным электромагнитным полем. Магнитная восприимчивость χ кваркового конденсата размерности 3 определяется формулой [18]

$$\langle 0|\bar{q}\sigma_{\mu\nu}q|0\rangle_F = e_q \chi \langle 0|\bar{q}q|0\rangle F_{\mu\nu}, \quad q = u, d, \quad (10)$$

где считается, что кварки движутся во внешнем постоянном слабом электромагнитном поле $F_{\mu\nu}$, а e_q – заряд кварка q в единицах протонного заряда (протонный заряд e включен в определение $F_{\mu\nu}$). Левая часть уравнения (10) нарушает киральность, так что удобно явно выделить множитель $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle$ в правой части. В работе [18] было показано, что $\langle 0|\bar{q}\sigma_{\mu\nu}q|0\rangle_F$ пропорционален заряду e_q кварка q . Универсальная постоянная χ называется магнитной восприимчивостью кваркового конденсата.

Найдем значение χ в нашем подходе. Для этой цели необходимо рассмотреть уравнение (1) в присутствии внешнего постоянного электромагнитного поля $F_{\mu\nu}$

и найти поправку первого порядка по $F_{\mu\nu}$ к нуль-модовому решению (4). Это нетрудно сделать, представив ψ в виде

$$\psi(x, \rho) = \psi_0(x, \rho) + \psi_1(x, \rho), \quad (11)$$

где ψ_0 задается уравнением (4), а ψ_1 представляет собой поправку, пропорциональную $F_{\mu\nu}$. Подставим соотношение (11) в уравнение (1), к которому добавлен член, отвечающий взаимодействию с электромагнитным полем, пренебрежем ψ_1 в этом члене и решим оставшееся уравнение относительно $\psi_1(x, \rho)$. В результате получим

$$\psi_1(x, \rho) = \frac{1}{16} e_q \eta_{a\mu\nu} \sigma_a F_{\mu\nu} x^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{\rho^2} \right) \psi_0(x, \rho), \quad (12)$$

где σ_a – матрицы Паули. Матричный элемент $\psi^\dagger \sigma_{\mu\nu} \psi$ оказывается равным

$$\psi^\dagger \sigma_{\mu\nu} \psi = -\frac{1}{2} e_q F_{\mu\nu} \psi_0^\dagger x^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{\rho^2} \right) \psi_0$$

(мы использовали свойства символов $\eta_{a\mu\nu}$ [16], [6]). ВС (10) в пространстве-времени Минковского имеет вид

$$\langle 0 | \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \psi | 0 \rangle_F = e_q F_{\mu\nu} n \frac{1}{\pi^2} \int d^4 x x^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{\rho^2} \right) \frac{\rho^2}{(x^2 + \rho^2)^3}$$

с учетом условия нормировки (5) для $\psi_0(x, \rho)$. Удобно выразить n через кварковый конденсат посредством (6), используя обозначение $x^2 = r^2$, где r – радиус-вектор в четырехмерном пространстве. Тогда согласно (10) имеем

$$\chi = -\rho^2 \int_0^{R^2} dr^2 r^4 \left(1 + \frac{r^2}{2\rho^2} \right) \frac{1}{(r^2 + \rho^2)^3}. \quad (13)$$

Интеграл (13) квадратично расходится при больших r , поэтому мы вводим обрезание R . Величину R можно оценить следующим образом. Объем, занимаемый одной нулевой модой в трехмерном пространстве, приближенно равен $1/n$ (объему ячейки Вигнера–Зейтца). В соответствии с этим квадрат радиуса обрезания в 4-пространстве равен

$$R^2 = \frac{4}{3} \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{2/3} = 7.92 \text{ ГэВ}^{-2}, \quad (14)$$

где множитель $4/3$ соответствует переходу от размерности 3 к размерности 4. Вычисление интеграла (13) при значениях параметров ρ и R^2 , заданных соответственно в (9) и (14), дает

$$\chi = -3.52 \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (15)$$

Магнитная восприимчивость кваркового конденсата была ранее вычислена с помощью правил сумм в КХД в работах [19]–[22], где использовались значения масс и констант взаимодействия мезонных резонансов. Недавно получены следующие значения магнитной восприимчивости: $\chi(1 \text{ ГэВ}) = -3.15 \pm 0.3 \text{ ГэВ}^{-2}$ [18] и $\chi(1 \text{ ГэВ}) =$

$-2.85 \pm 0.5 \text{ ГэВ}^{-2}$ [19]. Более ранние результаты, полученные с помощью того же метода, таковы: $\chi(0.5 \text{ ГэВ}) = -5.7 \text{ ГэВ}^{-2}$ [19] и $\chi(1 \text{ ГэВ}) = -4.4 \pm 0.4 \text{ ГэВ}^{-2}$ [20].

Аномальная размерность магнитной восприимчивости χ равна $-16/27$. Она учитывалась в работах [19]–[22], но не в представленном выше вычислении. В некоторых из цитируемых работ также учитывались α_s -поправка и вклад континуума. Можно считать, что величина (15) относится к масштабу 1 ГэВ, поскольку значение кваркового конденсата (6) относится к этому масштабу, а также поскольку масштаб 1 ГэВ является типичным: на этом масштабе, с одной стороны, нулевые моды и кварковые конденсаты довольно важны (см., например, [14]), с другой стороны, применима модель инстантонного газа [11]. Интеграл квадратично расходится, поэтому оценить точность результата (15) затруднительно. Мы предполагаем, что относительная ошибка не превосходит 30–50%. В пределах такой ошибки результат (15) согласуется с результатами, полученными с помощью феноменологических подходов. Попытка вычислить магнитную восприимчивость кваркового конденсата размерности 3 была предпринята в работе [23], однако полученные результаты не являются полностью удовлетворительными: они не дают однозначных величин и зависят от масс кварков.

Теперь перейдем к магнитным восприимчивостям κ и ξ кваркового конденсата размерности 5, которые были определены в работе [18] формулами

$$g \left\langle 0 \left| \bar{q} \frac{1}{2} \lambda^n G_{\mu\nu}^n \bar{q} \right| 0 \right\rangle_F = e_q \kappa F_{\mu\nu} \langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle,$$

$$-i g \varepsilon_{\mu\nu\rho\tau} \left\langle 0 \left| \bar{q} \gamma_5 \frac{1}{2} \lambda^n G_{\rho\tau}^n q \right| 0 \right\rangle_F = e_q \xi F_{\mu\nu} \langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle.$$

Сначала вычислим κ . В этом случае выражение (12) для $\psi_1(x, \rho)$ следует умножить на дополнительный множитель $\tau^b G_{\mu\nu}^b / 2$, где $G_{\mu\nu}^b$ задается соотношением (8), а индексы μ, ν из (12) заменить на λ, σ . В дальнейших вычислениях мы будем учитывать, что χ_0 в (4) соответствует полному спин-цветовому изоспину $J = 0$ и, следовательно, $\sigma\tau\chi_0 = -3\chi_0$ и $\sigma^a\tau^b\chi_0 = -\delta^{ab}\chi_0$. В соотношении

$$\eta_{b\mu\nu}\eta_{b\lambda\sigma} = \delta_{\mu\lambda}\delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\lambda} + \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \quad (16)$$

последний член исчезает после суммирования нулевых мод из инстантонной и антиинстантонной конфигураций. Окончательный результат для κ имеет вид

$$\begin{aligned} \kappa &= - \int_0^z du \frac{u^2}{(u+1)^4} \left(1 + \frac{u}{2} \right) = \\ &= - \frac{1}{2} \left[\ln(z+1) - \frac{13}{6} + \frac{1}{z+1} + \frac{1}{2(z+1)^2} - \frac{1}{3(z+1)^3} \right], \end{aligned} \quad (17)$$

где $z = R^2/\rho^2 = 12.7$. Численные вычисления дают

$$\kappa = -0.26. \quad (18)$$

Вычисление ξ аналогично вычислению κ , и в результате получаем

$$\xi = 2\kappa = -0.52. \quad (19)$$

Значения κ и ξ зависят от обрезания лишь логарифмически. Однако, к сожалению, логарифм в выражении (17) не очень велик, и его главная часть компенсирована слагаемым $-13/6$ в правой части (17), поэтому ошибку выражений (18) и (19) можно оценить приблизительно в 30%. Магнитные восприимчивости кваркового конденсата размерности 5 были получены с помощью феноменологического подхода из работы [24], основанной на тех же идеях, что и работы [19], [20]. Аномальные размерности не были учтены. В работе [24] был получен следующий результат: $\kappa = -0.34 \pm 0.1$, $\xi = -0.74 \pm 0.2$. Как можно видеть, он хорошо согласуется с соотношениями (18), (19). Магнитные восприимчивости кваркового конденсата размерности 5 играют важную роль в определении магнитного момента Λ -гиперона [25].

До настоящего времени рассматривалась модель с одним безмассовым кварком. Если имеется несколько безмассовых кварков q' (как в реальном мире), то в инстантонной плотности появляется дополнительный множитель, стремящийся к нулю при $m_{q'} \rightarrow 0$. Появление этого множителя установлено в теории возмущений, но можно ожидать, что он будет отсутствовать в непертурбативных подходах. Так, в работе [26] показано, что при учете кваркового конденсата вместо массы кварка $m_{q'}$ в плотности инстантона появляется множитель $m_{q'} - (2\pi^2/3)\langle 0|\bar{q}q|0\rangle\rho^2$, отличный от нуля при $m_{q'} \rightarrow 0$.

Подведем итог. Показано, что как следствие решения уравнения Дирака с нулевым собственным значением для безмассового кварка в произвольном глюонном поле возникает нарушение киральной симметрии в КХД. Предложена модель, аналогичная модели разреженного инстантонного газа, в котором решение с нулевым собственным значением то же, что и в поле инстантона. Параметры модели – плотность нулевых мод и их размер – определяются из значений кваркового и кварк-глюонного конденсатов. Вычисленные в рамках данной модели значения магнитных восприимчивостей кварковых конденсатов размерностей 3 и 5 согласуются с результатами, полученными методом правил сумм в КХД с использованием свойств адронного спектра. Согласие этих двух подходов представляет весомый аргумент в пользу того, что инстантоны являются единственным источником нарушающих киральность конденсатов в КХД.

Обратимся теперь к зависимости кваркового конденсата, рассматриваемого как параметр порядка, от температуры. Ожидается, что кварковый конденсат обращается в нуль при высоких температурах, а киральная симметрия восстанавливается. Обычно обсуждаются две возможности: фазовый переход второго порядка и фазовый переход типа кроссовер. В рамках нашего подхода условие нормировки (5) имеет место при любой температуре [27], поэтому зависимость кваркового конденсата от температуры сводится к $\alpha(T) \equiv \langle 0|\bar{q}q\rangle_T = n(T)$. Можно ожидать, что $n(T)$ обращается в нуль, только если квантовое число, которое несет инстантон, обращается в нуль. Это квантовое число представляет собой топологический заряд, который не зависит от температуры, поэтому при нашем подходе $n(T)$ никогда не обращается в нуль, и фазовый переход является переходом типа кроссовер. Зависимость параметра порядка от температуры для фазового перехода второго порядка

вблизи критической точки T_c сглаживается флуктуациями [28] (аналогичное утверждение относится, конечно, и к кроссоверу), определяющимися длинноволновыми колебаниями полей. В КХД они задаются низкочастотным глюонным полем $G_{\mu\nu}^n$, которое является постоянным. Имеем

$$\frac{\Delta\alpha(T_c)}{\alpha(T_c)} \sim \langle 0 | G_{\mu\nu}^2 | 0 \rangle T_c^2 \rho^6, \quad (20)$$

где $\Delta\alpha(T_c)$ имеет порядок величины вариации $\alpha(T)$ вблизи критической точки кроссовера. Очевидно, что левая часть соотношения (20) должна обращаться в нуль, если $T_c = 0$. Мы полагаем, что множитель, соответствующий данному требованию, есть T_c^2 . Множитель ρ^6 добавлен в (20) из соображений размерности.

Рассмотрение зависимости $\alpha(T)$ целиком основано на неявном допущении, что α имеет физический смысл при конечных T . Однако неясно, как можно определить $\alpha(T)$ при конечных T . Мне не удалось сформулировать мысленный эксперимент, в котором $\alpha(T)$ можно было бы измерить при конечных T , поэтому, возможно, такой объект не имеет физического смысла при $T \neq 0$.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-02-00732) и частичной поддержке CRDF Cooperative Program (грант RUP2-2961-МО-09). Автор благодарит за поддержку European Community-Research Infrastructure Integrating Activity “Study of Strongly Interacting Matter” в рамках VII Framework Program of EU.

Список литературы

- [1] B. L. Ioffe, *Nucl. Phys. B*, **188**:2 (1981), 317–341; Erratum, **191**:2 (1981), 591–592.
- [2] B. L. Ioffe, *Phys. Lett. B*, **678**:5 (2009), 512–515, arXiv:0906.0283.
- [3] Б. Л. Иоффе, *УФН*, **176**:10 (2006), 1103–1104, arXiv:hep-ph/0601250.
- [4] M. Shifman (ed.), *Instantons in Gauge Theories*, World Scientific, River Edge, NJ, 1994.
- [5] B. L. Ioffe, V. S. Fadin, L. N. Lipatov, *Quantum Chromodynamics: Perturbative and Non-perturbative Aspects*, Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics, and Cosmology, **30**, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2010.
- [6] А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, В. А. Новиков, М. А. Шифман, *УФН*, **136**:4 (1982), 553–591.
- [7] T. Banks, A. Casher, *Nucl. Phys. B*, **169**:1–2 (1980), 103–125.
- [8] L. S. Brown, R. Carlitz, C. Lee, *Phys. Rev. D*, **16**:2 (1977), 417–422.
- [9] R. Jackiw, C. Rebbi, *Phys. Rev. D*, **16**:4 (1977), 1052–1060.
- [10] D. I. Diakonov, V. Yu. Petrov, *Phys. Lett. B*, **147**:4–5 (1984), 351–356.
- [11] T. Schäfer, E. V. Shuryak, *Rev. Modern Phys.*, **70**:2 (1998), 323–425, arXiv:hep-ph/9610451.
- [12] B. L. Ioffe, *Z. Phys. C*, **18**:1 (1983), 67–68.
- [13] B. L. Ioffe, *ЯФ*, **72**:7 (2009), 1263–1270, arXiv:0810.4234.
- [14] B. L. Ioffe, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **56**:1 (2006), 232–277, arXiv:hep-ph/0502148.
- [15] В. М. Беляев, Б. Л. Иоффе, *ЖЭТФ*, **83**:3 (1982), 876–891.
- [16] G. 't Hooft, *Phys. Rev. D*, **14**:12 (1976), 3432–3450.
- [17] M. V. Polyakov, C. Weiss, *Phys. Lett. B*, **387**:4 (1996), 841–847, arXiv:hep-ph/9607244.
- [18] B. L. Ioffe, A. V. Smilga, *Nucl. Phys. B*, **232**:1 (1984), 109–142.
- [19] В. М. Беляев, И. И. Коган, *ЯФ*, **40** (1984), 1035–1038.

- [20] I. I. Balitsky, A. V. Kolesnichenko, A. V. Yung, *ЯФ*, **41** (1985), 282–284.
- [21] P. Ball, V. M. Braun, N. Kivel, *Nucl. Phys. B*, **649**:1–2 (2003), 263–296, arXiv: hep-ph/0207307.
- [22] J. Rohrwild, *JHEP*, **09** (2007), 073, 17 pp., arXiv: 0708.1405.
- [23] H.-C. Kim, M. Mussakhanov, M. Siddikov, *Phys. Lett. B*, **608**:1–2 (2005), 95–106, arXiv: hep-ph/0411181.
- [24] I. I. Kogan, D. Wyler, *Phys. Lett. B*, **274**:1 (1992), 100–110.
- [25] J. Pasupathy, J. P. Singh, S. L. Wilson, C. B. Chiu, *Phys. Rev. D*, **36**:5 (1987), 1442–1450.
- [26] M. A. Shifman, A. V. Vainshtein, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B*, **163** (1980), 46–56.
- [27] D. J. Gross, R. D. Pisarski, L. G. Yaffe, *Rev. Modern Phys.*, **53**:1 (1981), 43–80.
- [28] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 5: *Статистическая физика*, Наука, М., 1976.