Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Н. Чернодуб, А. Вершельде, В. И. Захаров, Модель двухкомпонентной жидкости для кварк-глюонной плазмы, *ТМФ*, 2012, том 170, номер 2, 258–264

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6764>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.210.77.194

26 апреля 2023 г., 16:57:06

© 2012 г. М. Н. Чернодуб^{*†‡}, А. Вершельде[†], В. И. Захаров[‡]

МОДЕЛЬ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ ДЛЯ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ

Обсуждается модель двухкомпонентной жидкости для кварк-глюонной плазмы. Показано, что на качественном уровне модель объясняет естественным образом основные экспериментальные наблюдения, касающиеся свойств плазмы. С динамической точки зрения модель предполагает существование эффективного скалярного поля с отличным от нуля вакуумным ожиданием. Гипотеза о существовании такого конденсата подтверждается решеточными данными. Сформулировано, какие решеточные данные дали бы возможность проверки модели.

Ключевые слова: квантовая хромодинамика, кварк-глюонная плазма, голографические модели.

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие кварк-глюонной плазмы в экспериментах на ускорителе тяжелых ионов RHIC (детальное изложение этого явления, обсуждение и ссылки см., в частности, в обзорах [1]) изменило ландшафт теоретических исследований, посвященных квантовой хромодинамике (КХД). Возникла проблема объяснения экзотических свойств плазмы, обнаруженных на опыте. Новый вызов теории носит такой же фундаментальный характер, как проблема объяснения удержания кварков, и эти две проблемы взаимосвязаны. Более того, возник интерес к релятивистской гидродинамике, теории сверхтекучести и, в более общем смысле, к приложению методов голографии к изучению свойств конденсированных сред [2].

В настоящей статье мы рассматриваем возможность того, что некоторое видоизменение двухкомпонентной модели сверхтекучести может быть непосредственно применено к кварк-глюонной плазме. Основная идея работы та же, что и нашего сообщения [3]. Мы приводим новые аргументы в пользу применимости этой модели и обращаемся к проблеме ее проверки. В разделе 2 мы кратко суммируем основные экспериментальные сведения о свойствах плазмы и демонстрируем, что модель

^{*}Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique, Université François-Rabelais de Tours, Tours, France. E-mail: maxim.chernodub@lmpt.univ-tours.fr

[†]Department of Physics and Astronomy, Ghent University, Ghent, Belgium

[‡]Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия.
E-mail: vazakharov@itep.ru

естественным образом объясняет эти наблюдения. В разделе 3 мы даем краткий обзор решеточных данных, которые свидетельствуют в пользу существования конденсата скалярного поля. В разделе 4 мы предлагаем возможную проверку модели с помощью измерения коррелятора компонент тензора энергии-импульса.

Авторы считают высокой для себя честью возможность представить эту статью в выпуск журнала, посвященный памяти академика Альберта Никифоровича Тавхелидзе, выдающегося физика-теоретика и организатора научных исследований, автора ряда пионерских работ по КХД, которой посвящена также и наша работа.

2. КАЧЕСТВЕННЫЕ СВОЙСТВА ПЛАЗМЫ

Представляется полезным (для построения моделей) свести все многообразие свойств плазмы к трем основным пунктам: уравнению состояния, свойству вязкости и роли квантовых эффектов.

1. Предположение о существовании плазмы было высказано давно. Более того, уравнение состояния плазмы также давно известно, поскольку оно было установлено на основе численных экспериментов в рамках решеточной формулировки КХД (ссылки см., например, в работах [1]). Оказывается, что уравнение состояния для плазмы близко к уравнению состояния идеального газа кварков и глюонов:

$$[\epsilon(T)]_{\text{plasma}} \approx [\epsilon(T)]_{\text{ideal gas}}(1 - \delta), \quad (1)$$

где $\delta \approx 0.15$ – поправка, $\epsilon(T)$ обозначает плотность энергии как функцию температуры T и $[\epsilon(T)]_{\text{ideal gas}}$ – плотность энергии для невзаимодействующих кварков и глюонов. Таким образом, уравнение состояния указывает на то, что плазма близка к идеальному газу.

2. Наблюдение (1) создает иллюзию простоты свойств плазмы. Однако анализ данных, полученных на ускорителе RHIC, привел к заключению, что плазма обладает самой низкой из всех известных донине субстанций вязкостью η :

$$\left(\frac{\eta}{s}\right)_{\text{plasma}} \approx \frac{1}{4\pi}, \quad (2)$$

где s – плотность энтропии (введенной здесь для того, чтобы представить результаты измерения вязкости в безразмерных единицах). Значение $1/4\pi$ несколько символично и приводится лишь для облегчения запоминания экспериментальных данных. Истинное значение η может быть больше, скажем $\eta/s \sim 0.4$ [1], или даже меньше [4]. Значение $\eta = 1/4\pi$ представляет собой гипотетический нижний предел рассматриваемого отношения [5]. Таким образом, измерения вязкости указывают на то, что плазма близка к идеальной жидкости (определенной так, что для нее $\eta = 0$). Подчеркнем, что для идеального газа вязкость стремится к бесконечности, $\eta/s \rightarrow \infty$, точнее говоря, это отношение обратно пропорционально квадрату константы связи, $\eta/s \sim 1/\alpha_s^2$.

3. В качестве вариации свойства 2 можно утверждать [5], что такое низкое значение вязкости подразумевает, что квантовые эффекты критически важны, и, строго говоря, жидкость не может рассматриваться как классическая. Действительно, используя стандартные оценки кинетической теории, легко находим, что $\eta/s \sim k_B^{-1} \tau_{\text{relaxation}}(\epsilon/n)$, где k_B – константа Больцмана, τ – время релаксации и n –

плотность частиц. Согласно принципу неопределенности произведение энергии частицы ϵ/n на время свободного пробега $\tau_{\text{relaxation}}$ не может быть меньше постоянной Планка. Таким образом,

$$\frac{\eta}{s} \sim \frac{\tau_{\text{relaxation}}}{\tau_{\text{quantum}}}, \quad (3)$$

где “квантовое время” $\tau_{\text{quantum}} \sim \hbar/k_B$. Тогда наблюдение (2) подразумевает квантовую природу кварк-глюонной плазмы.

Одновременное объяснение всех трех наблюдений (1)–(3) представляет собой вызов теории, поскольку они, на первый взгляд, противоречат друг другу. Действительно, мы начали с того, что плазма близка к идеальному газу, а заканчиваем доказательством того, что плазма представляет собой квантовую жидкость. Тем более удивительно, что оказывается относительно просто предложить модель, которая позволяет (на качественном уровне) объединить все кажущиеся противоречивыми свойства плазмы [3]. Мы имеем в виду двухкомпонентную модель сверхтекучести, сформулированную Ландау.

Действительно, зададимся вопросом, что “специфично” для вязкости? Возможно ли, чтобы одновременно было справедливо уравнение состояния, близкое к случаю идеального газа, и тем не менее вязкость была бы очень низкой? Представим себе, что мы имеем дело с двухкомпонентной субстанцией. Одна из компонент с весом c_1 занимает наибольший фазовый объем и ответственна за уравнение состояния. Другая компонента имеет значительно меньший весовой фактор c_2 и низкое значение вязкости η_2 . Тогда общая вязкость жидкости может быть малой, поскольку, по крайней мере наивно, при вычислении полной вязкости складываются обратные степени парциальных вязкостей:

$$\frac{1}{\eta_{\text{tot}}} = \frac{c_1}{\eta_1} + \frac{c_2}{\eta_2}, \quad (4)$$

где факторы $c_{1,2}$ нормированы: $c_1 + c_2 = 1$. Действительно, физический смысл вязкости η подобен физическому смыслу электрического сопротивления, и если существуют два независимых движения, то применимо правило (4) для сложения параллельных сопротивлений¹⁾. Таким образом, двухкомпонентная модель объединяет естественным образом свойства 1 и 2, сформулированные выше. Предполагая, что одна из компонент сверхтекучая, мы получаем в качестве бонуса также объяснение свойства 3.

Уместно подчеркнуть еще одно обстоятельство. В нерелятивистском случае сверхтекучая компонента испаряется при конечной температуре T_c . Легко понять физику этого явления. При $T = 0$ сверхтекучая компонента связана с конденсатом частиц с импульсом $\mathbf{p} = 0$, при ненулевой температуре возбуждаются состояния с ненулевым импульсом. Вследствие сохранения в нерелятивистском пределе числа частиц

¹⁾Уравнение (4) можно найти, в частности, в старых учебниках, посвященных физике растворов [6]. На более современном языке пример сверхтекучести сам по себе может служить лучшей иллюстрацией применимости уравнения (4). Действительно, сверхтекучая фракция может быть малой и тем не менее обеспечивать сверхтекучесть всей жидкости в целом. При более детальном обсуждении этого вопроса необходимо соблюдать известную осторожность, различая вязкость по отношению к капиллярному движению и по отношению к вращениям (недавнее обсуждение этого вопроса можно найти, например, в работе [7]).

сверхтекучая компонента исчезает при определенной температуре. В релятивистском случае, т. е. в отсутствие закона сохранения числа частиц, теоретические ограничения на фазовый объем, занимаемый сверхтекучей компонентой, слабее. Даже при $T \rightarrow \infty$ непертурбативная компонента в случае теорий Янга–Миллса обращается в ноль только логарифмически:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} c_2(T) \sim g_s^6(T) \sim \frac{1}{\ln^3 T},$$

где $g_s^2(T)$ представляет собой константу связи в первоначальной, четырехмерной, формулировке.

3. СКАЛЯРНЫЙ КОНДЕНСАТ

3.1. Общие ограничения. С динамической точки зрения применимость сценария со сверхтекучестью зависит от существования (эффективного) скалярного поля, сконденсированного в температурном вакууме:

$$\langle \varphi \rangle \neq 0. \quad (5)$$

Тогда фаза этого конденсата представляет собой новую легкую степень свободы. Соотношение (5) налагает очень серьезные ограничения и на более детальном уровне подразумевает следующий набор условий:

- 1) поле φ комплексно: $\varphi^* \neq \varphi$;
- 2) тем не менее существование конденсата (5) не должно нарушать сохранение какого-либо квантового числа, подобного заряду;
- 3) в случае сверхтекучести следует скорее рассуждать в терминах *трехмерного* поля $\varphi(\mathbf{r})$, поскольку производная поля по времени фиксирована, $\partial_t \varphi = \mu$, где μ – химический потенциал, сопряженный заряду, которым обладает поле φ (обобщение последнего равенства на случай релятивистской плазмы можно найти в работе [8]).

3.2. Термический скаляр. Условия 1–3, сформулированные в предыдущем пункте, будучи рассмотренными абстрактно, представляются очень трудными для выполнения. Тем более знаменательно, что трехмерное поле с похожими свойствами естественно возникает [9] в струнной модели фазового перехода к деконфайнменту и обычно называется термическим скаляром (прекрасный обзор и дальнейшее обоснование можно найти в работе [10]).

Рассмотрим температуру ниже и близкую к температуре фазового перехода T_c . В струнной картине $\beta_c \equiv 1/T_c = 1/\alpha'$ где $2\pi\alpha' \equiv l_s^{-2}$ есть натяжение струны. При $T = T_c$ статистическая сумма по всем струнным состояниям начинает расходиться. Основное утверждение состоит в том, что при малых значениях $|T - T_c|$ вся сумма насыщается вкладом одной степени свободы, а именно скалярным мезоном с массой

$$m_\beta^2 \approx \frac{\beta_c(\beta_c - \beta)}{2\pi^2(\alpha')^2}.$$

Иными словами, при $T = T_c$ масса становится тахионной.

Для более детального анализа удобно воспользоваться полимерным представлением теории поля скалярной частицы, согласно которой действие, ассоциированное

с траекторией длины L , равно $S = ML$, где M обозначает затравочную массу частицы. Траектории представляют собой случайные блуждания частицы с перенормированной массой. Соответственно, свободная энергия термического скаляра может быть представлена как сумма по случайным блужданиям:

$$F = \beta \ln Z = \beta \int_0^\infty \frac{dL}{L} \frac{e^{-m_\beta^2 l_s L}}{(l_s L)^{d/2}}, \quad (6)$$

где d – число пространственных координат, в нашем случае $d = 3$. Выражение (6) достаточно характерно для полимерного подхода, его специфической чертой является то, что l_s играет роль длины ребра решетки и выражается через натяжение струны.

Основное утверждение состоит в том, что свободная энергия термического скаляра явным образом совпадает со статистической суммой одной статичной струны с натяжением $1/2\pi\alpha'$. Более того, одна длинная струна доминирует в статистической сумме для газа струн.

3.3. Трехмерный скаляр при $T > T_c$. Вопрос о том, что происходит с термическим скаляром при $T > T_c$, остается открытым; например, может происходить конденсация скалярного поля, такой сценарий, в частности, характерен для теории перколяции. Основные аспекты этого явления можно понять из соотношения (6). При $m_\beta^2 = 0$ экспоненциальное подавление при больших длинах L пропадает, однако интеграл по длинам L все еще расходится в ультрафиолетовом, но не в инфракрасном пределе. Это означает, что кластеры малой длины $L \sim l_s$ доминируют в сумме. Вероятность наблюдения больших длин пропорциональна обратной степени длины L и подавлена численно при $L \rightarrow \infty$. В случае тахионной массы скаляра возникает кластер бесконечной длины, но плотность кластера пропорциональна положительной степени фактора $|m_\beta^2|$ и подавлена численно при температурах выше и близких к T_c . На языке теории поля возникновение бесконечного кластера соответствует ненулевому конденсату, $\langle \phi \rangle \neq 0$.

Представим себе, что термический скаляр на самом деле конденсируется при $T > T_c$. Тогда, что весьма примечательно, условия, которые мы сформулировали выше, оказываются выполненными. Действительно, имеет место следующее:

1) термический скаляр описывается комплексным полем, поскольку интегрирование в соотношении (6) идет по замкнутым петлям, что соответствует комплексному полю на языке полимерного представления теории поля;

2) термический скаляр ассоциирован с топологическим квантовым числом, которое есть не что иное, как число закруток вокруг временной координаты, компактифицированной при конечной температуре в евклидовом пространстве;

3) термический скаляр представляет собой трехмерное скалярное поле, как это следует из представления (6).

В настоящее время общепринято рассматривать дуальные модели теорий Янга–Миллса, которые представляют собой струнные модели в пространствах с дополнительными измерениями. Появление термического скаляра при температурах ниже и близких к T_c характерно и для таких струнных моделей (см. работу [10] и ссылки в ней). Нельзя, однако, утверждать, что наивная версия конденсации термического скаляра реализуется в этих дуальных моделях, скорее фазовый переход

представляет собой изменение геометрии в дополнительных измерениях. Скалярные поля при $T > T_c$ возрождаются в другом виде: было предсказано существование дефектов различной размерности (см., в частности, работу [11]). При $T > T_c$ модели предсказывают существование струн, ориентированных по временной оси. Тогда их трехмерные проекции выглядят как траектории и действительно соответствуют трехмерным скалярным частицам. Существуют независимые решеточные данные, которые, по всей видимости, подтверждают эти предсказания теории [12].

Подводя итог, отметим, что имеются убедительные свидетельства в пользу существования при $T > T_c$ эффективного трехмерного скалярного поля, которое конденсируется в термическом вакууме КХД. Существование такого скалярного поля представляет собой необходимое условие справедливости двухкомпонентной модели.

4. ВОЗМОЖНАЯ ПРОВЕРКА МОДЕЛИ

Соображения, приведенные выше, демонстрируют, что двухкомпонентная модель кварк-глюонной плазмы не противоречит существующим данным. Нельзя, однако, утверждать, что модель действительно подтверждена этими данными. Проверка модели может быть осуществлена с помощью решеточных измерений коррелятора компонент тензора энергии-импульса T^{0i} , $i = 1, 2, 3$. Более подробно, рассмотрим запаздывающую функцию Грина

$$G_R^{0j,0i}(k) \equiv i \int d^4x e^{-ikx} \theta(t) \langle [T^{0j}(x), T^{0i}(0)] \rangle. \quad (7)$$

Сконцентрируемся на случае нулевой частоты, $k_0 = 0$. Существуют два независимых формфактора, которые отвечают поперечным и продольным волнам:

$$G_R^{0j,0i}(0, \mathbf{k}) = \frac{k^i k^j}{\mathbf{k}^2} G_R^L(\mathbf{k}) + \left(\delta^{ij} - \frac{k^i k^j}{\mathbf{k}^2} \right) G_R^T(\mathbf{k}). \quad (8)$$

Вклад сверткекучей компоненты в $G_R^{L,T}$ обсуждался во многих статьях и учебниках. Здесь мы приведем результат, полученный в работе [13], где учтены также релятивистские поправки:

$$\lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} G_R^T(\mathbf{k}) = -(sT + \mu \rho_n), \quad \lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} G_R^L(\mathbf{k}) = -(sT + \mu \rho), \quad (9)$$

где $\rho \equiv \rho_n + \rho_s$ есть полная плотность, в то время как ρ_n и ρ_s суть плотности нормальной и сверхтекучей компонент соответственно. Иными словами,

$$\lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} G_R^{0j,0i}(0, \mathbf{k}) = \text{const} \cdot \frac{k^i k^j}{\mathbf{k}^2} + \text{контактные члены}. \quad (10)$$

Здесь константа пропорциональна плотности сверхтекучей компоненты ρ_s , и только существование сверхтекучей компоненты приводит к неаналитичности при малых $\mathbf{k}$. Это утверждение представляет собой общее свойство всех моделей сверхтекучести, и было бы важным попытаться обнаружить неаналитичность в решеточных измерениях.

Отметим, что предложенная проверка модели (см. соотношение (10)) относится к статическим величинам, мы положили $k_0 = 0$. Поскольку нет зависимости от частоты, продолжение евклидова пространства в пространство Минковского носит непосредственный характер, и предсказание модели $\rho_s \neq 0$ может быть проверено в решеточных измерениях.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представляется замечательным, что известные качественные свойства кварк-глюонной плазмы, по-видимому, указывают на применимость двухкомпонентной модели сверхтекучести. В терминах теории поля эта модель подразумевает конденсацию эффективного трехмерного скалярного поля, что предположительно можно подтвердить решеточными данными. Проверку модели можно провести путем поиска неаналитичности в корреляторе компонент тензора энергии-импульса на решетке.

Список литературы

- [1] E. V. Shuryak, *Nucl. Phys. A*, **750**:1 (2005), 64–83, arXiv:hep-ph/0405066; Th. Schäfer, D. Teaney, *Rept. Prog. Phys.*, **72**:12 (2009), 126001, 40 pp., arXiv:0904.3107; D. Teaney, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **62**:2 (2009), 451–461.
- [2] S. A. Hartnoll, *Class. Quantum Grav.*, **26**:22 (2009), 224002, 61 pp., arXiv:0903.3246.
- [3] M. N. Chernodub, H. Verschelde, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, **207–208** (2010), 325–328, arXiv:0905.2520.
- [4] M. Luzum, P. Romatschke, *Phys. Rev. C*, **78**:3 (2008), 034915, 17 pp.; Erratum, **79**:3 (2009), 039903, 4 pp., arXiv:0804.4015.
- [5] P. Kovtun, D. T. Son, A. O. Starinets, *Phys. Rev. Lett.*, **94**:11 (2005), 111601, 4 pp., arXiv:hep-th/0405231.
- [6] Ch. H. Lees, *Phil. Mag.*, **6**:1 (1901), 128–147; L. A. Utracki, *Polymer Blends Handbook*, Springer, New York, 2003.
- [7] S. Koh, *The onset of superfluidity in capillary flow of liquid helium 4*, arXiv:0808.4030.
- [8] D. T. Son, *Internat. J. Modern Phys. A*, **16S1C** (2001), 1284–1286, arXiv:hep-ph/0011246.
- [9] J. J. Atick, E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **310**:2 (1988), 291–334; B. Sathiapalan, *Phys. Rev. D*, **35**:10 (1987), 3277–3279; Я. И. Коган, *Письма в ЖЭТФ*, **45**:12 (1987), 556–559.
- [10] M. Kruczenski, A. Lawrence, *JHEP*, **07** (2006), 031, 29 pp., arXiv:hep-th/0508148.
- [11] A. S. Gorsky, V. I. Zakharov, A. R. Zhitnitsky, *Phys. Rev. D*, **79**:10 (2009), 106003, 9 pp., arXiv:0902.1842.
- [12] M. N. Chernodub, A. Nakamura, V. I. Zakharov, *Deconfinement phase transition in mirror of symmetries*, arXiv:0904.0946.
- [13] Ch. P. Herzog, A. Yarom, *Phys. Rev. D*, **80**:10 (2009), 106002, 13 pp., arXiv:0906.4810.