Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. В. Ширков, Облики симметрии в современной физике, *ТМФ*, 2012, том 170, номер 2, 292–303

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6767>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.197.8

26 апреля 2023 г., 10:13:29

© 2012 г.

Д. В. Ширков*

ОБЛИКИ СИММЕТРИИ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

Текст в основе отвечает докладу на Семинаре “Кварки-2010”, его основной мотив связан с замечательной двойственностью симметрии, нарушающейся при фазовых переходах, сопутствующих возникновению сверхпроводимости и сверхтекучести. В полуфеноменологическом описании Гинзбурга–Ландау – это вращательная симметрия, такая же, как у выпуклого дна бутылки из-под вина, в то время как в квантовой теории Боголюбова – это фазовая симметрия, отвечающая сохранению числа частиц (атомов гелия, куперовских электронных пар). Такая дуальность интересна и в контексте противопоставления логики и интуиции (Науки и Искусства). В заключение кратко рассматривается несколько более сложный аспект нарушенной симметрии, связанный с изменяющейся геометрией пространства-времени и, в частности, с размерной редукцией.

Ключевые слова: спонтанное нарушение симметрии, фазовые переходы, дуальность симметрии, редукция размерности, Великое Объединение.

Посвящается памяти Альберта Никифоровича Тавхелидзе

АЛЬБЕРТ – ЧЕЛОВЕК ИДЕИ И ДЕЙСТВИЯ

Первый эпизод: новое квантовое число кварков, введенное Н. Н. Боголюбовым, Б. В. Струминским и А. Н. Тавхелидзе в 1965 году. Активная пропаганда этого квантового числа в его лекциях, прочитанных в ИСТР в 1965 году. Сравните со спокойной позицией Ч. Н. Янга после работы, посвященной нарушению СР-четности (по воспоминаниям Ф. Дайсона), контрастировавшей с воодушевлением Т. Д. Ли, побудившим Цзянь-Сюн Ву начать эксперимент с Co^{60} (согласно рассказу учителя Ли, профессора Тай-Ю Ву).

Второй эпизод: Инициирование в начале 70-х годов исследований по совместимости самоподобия в высокоэнергетичной бьеркеновской области с законами локальной квантовой теории поля, приведших к опубликованию двух (совместных с Н. Н. Боголюбовым и В. С. Владимировым) статей в журнале ТМФ.

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская обл., Россия.
E-mail: shirkovd@theor.jinr.ru

Другие эпизоды активной деятельности Альберта связаны с организацией Института теоретической физики в Киеве, Института ядерных исследований в Москве, журнала ТМФ и первой Международной конференции по теоретической и математической физике в 1972 году в Москве.

1. ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД И НАРУШЕННАЯ СИММЕТРИЯ

Связь между фазовым переходом и нарушением симметрии стала очевидной из физики кристаллов еще до становления квантовой механики.

Примечательно, что известная работа Ландау [1] по общей теории фазовых переходов начинается с педагогического введения симметрий, но *лишь дискретных симметрий*; в конце труда можно найти аргументы против того, что сверхтекучий $He\ II$ может быть жидким кристаллом. Упоминания о непрерывной симметрии нет и в помине.

Между тем, в современной физике фазовых переходов преобладают непрерывные симметрии. Прорыв от дискретной к непрерывной симметрии в этом контексте был сделан Боголюбовым в знаменитой работе [2] по микроскопической теории сверхтекучести.

Спонтанное нарушение симметрии является устоявшимся термином в физической теории; суть его проста. Представим физическую систему, которая, с одной стороны, описывается выражениями (лагранжиан, гамильтониан, уравнения движения), обладающими некоторой симметрией, а с другой – может находиться в состоянии (отвечающем некоторому частному решению уравнений движения), не подчиняющемся этой симметрии. Такой случай возникает, когда наиболее низкое из возможных симметричных состояний не соответствует абсолютному энергетическому минимуму и оказывается неустойчивым. Самое низкое состояние не единственно; полная совокупность таких состояний образует многообразие, симметричное в целом. Истинной причиной нарушения симметрии и перехода системы в некоторое из низших несимметричных состояний обычно оказывается произвольно малое несимметричное возмущение.

Для простой иллюстрации возьмем систему, состоящую из пустого сосуда (бутылки, колбы) с выпуклым дном и крошечного массивного шарика. Пусть сосуд, представляющий фигуру вращения, стоит вертикально, а шарик расположен над ним точно на оси симметрии (рис. 1а). Вся система инвариантна относительно вращений вокруг вертикальной оси. Пусть шарик падает вниз благодаря силе гравитации. Достигнув дна, он не останется в центре выпуклой поверхности, скатившись вниз в некоторую точку на краю доньшка (рис. 1б). Начальное состояние симметрично, а конечное состояние несимметрично.

1.1. Симметрии, группы и квантовые симметрии. Симметрии и группы, дискретные и непрерывные, группы Ли преобразований обычно формулируются в рамках гамильтонова или лагранжева формализма. Из инвариантности лагранжиана с помощью теоремы Нётер получают физически важные законы сохранения.

В современной физике наряду с “естественными преобразованиями” и симметриями важны некоторые другие, не столь очевидные и наглядные. Среди них выделим

Рис. 1. Простая механическая система, иллюстрирующая спонтанное нарушение симметрии: (а) – симметричное начальное состояние; (б) – несимметричное конечное состояние.

группу *квантовых симметрий*¹⁾. Они весьма отличаются от “классических” симметрий, таких как пространственные (буст, вращение, преобразование Лоренца) и внутренние (изоспин, аромат). Квантовые симметрии включают фазовую, калибровочную, киральную симметрии и суперсимметрию. Характерной чертой является то, что для их формулировки и понимания приходится использовать следующие квантовые понятия:

- а) ненаблюдаемость фазы ψ -функции;
- б) спин, киральность;
- в) различие между бозе- и ферми-статистиками.

1.2. Сверхтекучесть.

Теория сверхтекучести Ландау. Первоначальное объяснение сверхтекучести, предложенное Ландау [4], было основано на идее о том, что при низких температурах свойства жидкого ⁴Не определяются коллективными возбуждениями (фононами), а не квадратичным спектром возбуждения отдельных квантов²⁾. Необходимость согласования формы спектра с термодинамическими свойствами жидкого гелия побудила Ландау ввести в дополнение к фононам специальные возбуждения с квадратичным спектром, начинающимся с некоторой энергетической щели Δ , – возбуждения, которые он назвал ротонами³⁾.

Квантовая теория Боголюбова основана на физическом допущении о том, что в слабо неидеальном бозе-газе имеется конденсат, подобный конденсату в идеальном бозе-газе. Существование бозе-конденсата приводит к общей волновой функции всей системы, т. е. к коллективному эффекту. Поэтому присутствие даже слабого взаимодействия преобразует возбуждения отдельных частиц ($\sim k^2/2m^2$) в спектр

¹⁾Наш термин [3] отличен по содержанию от такого же из теории квантовых интегрируемых систем.

²⁾Это следует из того факта, что при движении со скоростью, не превышающей некоторую критическую, невозможно замедлить жидкость путем передачи энергии и импульса от стенки сосуда индивидуальным атомам, поскольку линейная форма фононного спектра не допускает одновременного выполнения законов сохранения энергии и импульса.

³⁾См. рис. 2а, в котором использованы формулы (2.2) и (2.3) из работы [4].

Рис. 2. Фононный и ротонный спектры — феноменологическая теория Ландау 1941 года (а) и спектр неидеального бозе-газа в микроскопической теории Боголюбова 1946 года (б).

коллективных возбуждений. Для того чтобы вычислить этот спектр, Боголюбов предположил [2], что при низких температурах бозе-конденсат содержит макроскопически большое⁴⁾ (порядка числа Авогадро N_A) число частиц N_0 , в результате чего матричные элементы операторов рождения и уничтожения частиц конденсата пропорциональны “большому” числу $\sim \sqrt{N_0}$, и основной вклад в динамику системы дают процессы перехода частиц из конденсата в непрерывный спектр и обратно в конденсат.

Теория Боголюбова 1946 года исходит из квантового гамильтониана для неидеального бозе-газа

$$H_{\text{B-gas}} = \sum_{\vec{p}} \frac{p^2}{2m} a_p^+ a_p + \frac{1}{2V} \sum_{p,q} v(p_1 - p_2 = q_1 - q_2) a_{p_1}^+ a_{q_1}^+ a_{p_2} a_{q_2}$$

со слабым отталкиванием $v(p) > 0$. Этот гамильтониан инвариантен по отношению к фазовому преобразованию операторов рождения и уничтожения

$$a^+ \rightarrow e^{i\alpha} a^+, \quad a \rightarrow e^{-i\alpha} a, \quad (1)$$

что связано с сохранением числа частиц, поскольку гамильтониан $H_{\text{B-gas}}$ коммутирует с оператором числа частиц $\mathbf{N} = \sum_{\vec{p}} a_p^+ a_p$.

Физическая гипотеза Боголюбова о “макроскопическом конденсате” $\mathbf{N}_{p=0} = a_0^+ a_0 \sim N_A$ приводит к следствию: операторы конденсата можно заменить на большие c -числа: $a_0^+, a_0 \rightarrow \sqrt{N_0}$. Этот прием позволяет выделить большую константу $\Psi_0 \sim \sqrt{N_0}$ из волновой функции $\Psi(x) = \Psi_0 + \psi(x)$ в координатном представлении.

Разложение по степеням малого параметра $1/\sqrt{N_0}$ приводит к

$$H_{\text{B-gas}} = E_0 + H_{\text{Bog}} + \dots,$$

⁴⁾ Позже интуитивные догадки Боголюбова получили прямое подтверждение на опыте (см. [5]).

где E_0 — энергия конденсата, H_{Bog} — билинейный гамильтониан Боголюбова,

$$H_{\text{Bog}} = \sum_{p \neq 0} \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{N_0}{V} v(p) \right) b_p^+ b_p + \frac{N_0}{2V} \sum_{p \neq 0} v(p) [b_p^+ b_{-p}^+ + b_p b_{-p}], \quad (2)$$

где $b_p^+ = a_p^+$, $b_p = a_p$ ($p \neq 0$) — “надконденсатные” бозе-операторы. Вторая сумма описывает рождение пар атомов гелия с противоположными импульсами из конденсата и их “уничтожение” в конденсат. Полное *число таких скоррелированных пар не фиксировано*. Малое взаимодействие между парами порядка $N_0^{-1/2}$ здесь опущено.

Билинейная операторная форма H_{Bog} диагонализуется с помощью преобразования, перепутывающего операторы рождения и уничтожения:

$$b_p \rightarrow \xi_p, \quad \xi_p = u_p b_p + v_p b_{-p}^+, \quad \xi_p^+ = u_p b_p^+ + v_p b_{-p} \quad (3)$$

с действительными коэффициентами $u_p^2 - v_p^2 = 1$, $u_{-p} = u_p$, $v_{-p} = v_p$. Эти алгебраические соотношения для операторов на языке вторичного квантования реализуются унитарным преобразованием

$$b_p \rightarrow \xi_p = U_\alpha^{-1} b_p U_\alpha = u_p b_p + v_p b_{-p}^+, \quad U_\alpha = \exp \left[\sum_p \alpha(p) (b_p^+ b_{-p}^+ - b_p b_{-p}) \right], \quad (4)$$

что приводит к новому основному состоянию

$$\Phi_0 \rightarrow \Psi_{\text{Bog}} = U_\alpha^{-1} \Phi_0 \sim \exp \left[- \sum_p \alpha(p) b_p^+ b_{-p}^+ \right] \Phi_0, \quad (5)$$

содержащему бесконечную суперпозицию скоррелированных пар атомов гелия с нулевым полным импульсом.

Спектр Боголюбова вместо спектра Ландау. Преобразование $b_p \rightarrow \xi_p$ связывает атомы гелия с противоположными импульсами. Полученный гамильтониан

$$H_{\text{Bog}}^{(2)}(\xi) = \sum_{p \neq 0} E(p) \xi_p^+ \xi_p, \quad E(p) = \sqrt{(T(p))^2 + T(p)v(p)}, \quad T(p) = \frac{p^2}{2m}, \quad (6)$$

описывает новые коллективные возбуждения (боголоны), как показано на рис. 26. Отметим, что как (u, v) -преобразование Боголюбова (3), так и новое основное состояние Ψ_{Bog} и гамильтониан (6) несимметричны относительно начальных фазовых преобразований (1).

1.3. Сверхпроводимость.

Фазовый переход и нарушение симметрии. В полуфеноменологической теории фазовых переходов Ландау [1] рассматривается набор s -функций, который формирует так называемый *параметр порядка*, стремящийся к нулю при температуре выше критической T_c . Простым примером является случай ферромагнетика, где имеется корреляционная функция $K_{\sigma\sigma}(\mathbf{r})$; ее асимптотика

$$K_{\sigma\sigma}(\mathbf{r}) = \langle \sigma(\mathbf{0}) \sigma(\mathbf{r}) \rangle - \langle \sigma(\mathbf{0}) \rangle \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle, \quad \mathbf{K}_{\sigma\sigma}(\mathbf{r} \rightarrow \infty) = \begin{cases} 0, & T > T_c, \\ M^2(T), & T < T_c, \end{cases}$$

дает однокомпонентный параметр порядка $M(T)$, явно представленный на рис. 3.

Рис. 3. Температурные зависимости намагниченности (а) и параметра порядка (б) в ферромагнетике.

Модель сверхпроводимости Гинзбурга–Ландау по построению использует двухкомпонентный параметр порядка $\Psi(r) = |\Psi(r)|e^{i\Phi(r)}$ для системы сверхпроводящих электронов. Он был введен *ad hoc* путем специального определения функционала свободной энергии для перехода в сверхпроводящее состояние; в феноменологической теории Гинзбурга–Ландау [6] электромагнитные свойства сверхпроводника выводятся из зависимости функционала от $\Psi(\mathbf{r})$ и от внешнего магнитного поля $\mathbf{B}(\mathbf{r})$:

$$F(\Psi) = F_{n0} + \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{|\mathbf{B}|^2}{8\pi} + a|\Psi|^2 + \frac{1}{2}b|\Psi|^4 + \sum_{\alpha} \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla_{\alpha} - \frac{q}{c}A_{\alpha} \right) \Psi(\mathbf{r}) \right|^2 \right\}, \quad (7)$$

где F_{n0} — свободная энергия нормального состояния, $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. Ключевым моментом является то, что один из регулируемых параметров *изменяет знак* в точке Кюри $a \sim T - T_c$, в то время как другой параметр b , а также эффективный заряд и масса m^* сверхпроводящих электронов, полагаются положительными постоянными. Последние два параметра входят в сверхпроводящий ток $j_{\alpha} = (q\hbar/m^*)|\Psi|^2\nabla_{\alpha}\Phi$. Структура потенциальных членов в (7)

$$V(\varphi) = a\varphi^2 + \frac{b}{2}\varphi^4, \quad \varphi = |\Psi|, \quad (8)$$

имеет прямое отношение к геометрии доньшка бутылки, похожей на ту, что представлена на рис. 1. Случай $T > T_c$, $a > 0$ отвечает вогнутому профилю доньшка. Тогда значение $\Psi = 0$ доставляет стабильный минимум V . Для $T < T_c$, $a < 0$ имеем противоположную ситуацию с выпуклым доньшком, которая в точности соответствует сосуду, представленному на рис. 1. Таким образом, симметрия, нарушенная в феноменологической (макроскопической) теории Гинзбурга–Ландау, является *вращательной симметрией*.

Между тем, на микроскопическом квантовом уровне (в моделях сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) и Боголюбова) нарушенная симметрия оказывается *фазовой симметрией* (1), в точности как в случае модели сверхтекучести Боголюбова. Обратимся к сверхпроводимости.

Теория сверхпроводимости БКШ исходит из модельного квантового гамильтониана

$$H_{\text{BCS}} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\sigma} + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}'\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow}, \quad \varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}^2}{2m} - \varepsilon_{\text{F}}, \quad (9)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ — превышение энергии электронов над энергией Ферми ε_F , а эффективное притяжение куперовских (антиподных) электронных пар, по построению действующее в узкой окрестности поверхности Ферми, определено соотношениями

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} -V_C & \text{при } |\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}'}| < \omega_{\text{ph}}, \\ 0 & \text{при } |\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}'}| \geq \omega_{\text{ph}}, \end{cases}$$

где ω_{ph} — характерная энергия фононов.

Фазовая симметрия согласуется с выражением (9). Однако она отсутствует в волновой функции БКШ, которая образует новое основное состояние

$$|\psi_{\text{BCS}}\rangle = \prod_{\mathbf{k}} (u_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{-\mathbf{k}\downarrow}^+) |0\rangle = |0\rangle_{\text{BCS}}, \quad (10)$$

содержащее суперпозицию куперовских пар. Опуская целый ряд важных физических результатов, напомним лишь, что параметр порядка Гинзбурга–Ландау оказывается представимым (Горьков [7]) через средние БКШ-операторов

$$\langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{-\mathbf{k}\downarrow}^+ \rangle_{\text{BCS}} = \Psi(\mathbf{k}) = |\Psi(\mathbf{k})| e^{i\Phi(\mathbf{k})}, \quad |\Psi|^2 \sim n_s, \quad (11)$$

где n_s — число сверхпроводящих электронов.

Кроме того, в получившемся энергетическом спектре $E(\mathbf{k}) = \sqrt{\varepsilon^2(\mathbf{k}) + |\Delta|^2}$ щель Δ выражается в терминах *эффективной энергии фононов* и константы взаимодействия БКШ:

$$\Delta \approx e^{-1/\lambda}, \quad \lambda = N_0 V_C. \quad (12)$$

Микроскопическая теория сверхпроводимости Боголюбова [8] исходит из электрон-фононного гамильтониана Фрёлиха

$$H_{\text{Fr}} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} + \sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}} + g_{\text{Fr}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \sigma} \sqrt{\frac{\omega(\mathbf{q})}{2V}} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma} (b_{\mathbf{q}}^+ + b_{-\mathbf{q}}), \quad (13)$$

согласующегося с *фазовой симметрией* для операторов фермионов. Однако сверхпроводящее решение, полученное с помощью (u, v) -преобразования (надлежащим образом адаптированного к фермионному случаю)

$$\alpha_{\mathbf{k}\uparrow} = u_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow} - v_{\mathbf{k}} c_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger}, \quad \alpha_{\mathbf{k}\downarrow} = u_{\mathbf{k}} c_{-\mathbf{k}\downarrow} + v_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger}, \quad u_{\mathbf{k}}^2 + v_{\mathbf{k}}^2 = 1, \quad (14)$$

не согласуется с фазовой симметрией.

Итог этих исследований, начавшихся в середине XX века под лозунгом: *Фазовый переход в квантовой системе, как правило, сопровождается спонтанным нарушением симметрии*, может быть сформулирован в нескольких фразах.

1. Микроскопическая сверхпроводимость БКШ–Боголюбова, как было показано в работе [9], является сверхтекучестью куперовских пар.

Рис. 4. Два типа нарушаемой симметрии для одного и того же физического явления.

2. Переходы в сверхтекучие и сверхпроводящие состояния в квантовой микроскопической теории сопровождаются спонтанным *нарушением фазовой* (калибровочной) *симметрии* (1) (т.е. вращением в комплексной плоскости), связанной с сохранением числа частиц.

3. Эта картина отличается от макроскопической феноменологической теории Гинзбурга–Ландау, где нарушаемая симметрия более наглядна и ее легко вообразить (см. рис. 1).

Таким образом, для одного и того же природного явления физическая теория предлагает два разных вида нарушаемой симметрии (см. рис. 4).

Сформулируем теперь послание в XXI век:

I. В квантовой теории поля можно усмотреть, что хиггсовское поле подобно формальной реплике параметра порядка Гинзбурга–Ландау из теории сверхпроводимости. Механизм Хиггса является специальной прагматической конструкцией, не имеющей физического обоснования.

В контексте переноса механизма спонтанного нарушения симметрии из квантовой статистики в квантовую теорию поля следует обратить внимание на важный вклад, внесенный А. Н. Тавхелидзе с соавторами [10], о котором впервые упомянул Боголюбов в 1960 году на Рочестерской конференции (подробнее см. в [11]).

II. Вообще говоря, нет взаимно однозначного соответствия между физическим явлением фазового перехода и его теоретическим воплощением с нарушением симметрии. Возникает общий вопрос: что такое симметрия физической системы (в частности, симметрия, изменяющаяся в фазовом переходе) и можно ли ее сформулировать независимо от моделей?

Н. Н. Ге, “Что есть истина?”
Христос и Пилат. 1890 г.

Поставим вопрос в еретической форме:

– Существует ли симметрия
только в сознании теоретиков?

Что есть Истина? – вопрос Пилата к Христу.

Современный аналог:

Что есть Симметрия?

“Quid est symmetria?”

Теоретическая физика – это Наука или Искусство?

В связи с другим аспектом понятия симметрии обратимся к размерной редукции.

2. РАЗМЕРНАЯ РЕДУКЦИЯ

2.1. Интенсивность взаимодействия, бегущая сквозь зеркало⁶⁾ размерной редукции. Размерная редукция, в частности переход из четырехмерного пространства-времени в двумерное, использовалась в 90-е годы в исследованиях высокоэнергетического рассеяния Редже (Арефьева [12], Кишнер, Липатов [13]). В XXI веке она получила новый импульс развития в квантовой гравитации, открывая путь к (супер)перенормируемости.

Мы исследовали [14] поведение эффективной (“бегущей”) функции взаимодействия в квантовой теории поля для модели $g\varphi^4$, определенной как в двумерном, так и в четырехмерном пространстве; при этом эволюции $\bar{g}(Q^2)$ должным образом сшивались на масштабе редукции $Q \sim M$. Рассмотрим систему

$$L = T - V, \quad V(m, g; \varphi) = \frac{m^2}{2} \varphi^2 + \frac{4\pi^{d/2} M^{d-4}}{9} g \varphi^4, \quad g > 0,$$

параллельно в четырехмерном ($d = 4$) и двумерном ($d = 2$) случаях. Ограничимся главным однопетлевым вкладом в $\bar{g}$, отвечающим одной диаграмме – первой поправке к 4-вершинной функции. Ее вклад I стоит в знаменателе эффективной функции взаимодействия

$$\bar{g}(q^2) = \frac{g_i}{1 - g_i I(q^2/m^2, m_i^2)}, \quad \text{причем} \quad I = \text{diagram} \quad (15)$$

В УФ-пределе при $m^2 \ll q^2$ явным образом получаем $I_i^{[4]}(\kappa; \mu) \sim \ln(q^2/m^2)$ в четырехмерном пространстве и $I_i^{[2]}(\kappa; \mu) \sim C + (m^2/q^2) \ln(q^2/m^2)$ в двумерном пространстве. Отметим, что первая асимптотика является растущей, а вторая – убывающей.

Теперь выполним гладкую размерную редукцию в импульсном представлении, изменив метрику в фейнмановском интеграле $dk = d^4k \rightarrow d_M k = d^4k(1 + k^2/M^2)^{-1}$,

$$I\left(\frac{q^2}{m^2}\right) \rightarrow \frac{i}{\pi^2} \int \frac{d_M k}{(m^2 + k^2)[m^2 + (k + q)^2]} = J(\kappa; \mu),$$

⁶⁾ В первоначальном английском титуле статьи [14] стоит “looking-glass” – несколько архаичный сейчас термин, употребленный Льюисом Кэрролом в заглавии книги “Алиса в Зазеркалье”.

Рис. 5. Эффективная функция взаимодействия в модели $g\varphi^4$ (а) и возможный сценарий Великого Объединения калибровочных взаимодействий (б). Пунктирная линия отвечает жесткой стыковке на шкале размерной редукции.

где $\kappa = q^2/4m^2$, $\mu = M^2/m^2$, $q^2 = \mathbf{q}^2 - q_0^2$. Явным образом получаем $J_i^{[4]}(\kappa; \mu) \sim \ln(q^2/m_i^2)$ в четырехмерном пространстве при $m^2 \ll q^2 \ll M^2$ и $J_i^{[2]}(\kappa; \mu) \sim \ln(4M^2/m_i^2) + (M^2/q^2) \ln(q^2/M^2)$ – в двумерном пространстве при $q^2 \gg M^2 \gg m^2$.

Как и ранее, первая (промежуточная) асимптотика возрастает, а вторая – убывает. Поэтому полная картина эволюции взаимодействия существенно меняется. Величина $\bar{g}(q^2)$ уменьшается за пределами масштаба размерной редукции, стремясь к конечному значению

$$\bar{g}_2(\infty) = \frac{g_M}{1 + g_M I_2(M^2/m^2)} < g_M,$$

как бы имитируя неподвижную УФ-точку эволюции $\bar{g}$. В нашем Зазеркалье эволюция взаимодействия постепенно затухает. Это открывает возможность Великого Объединения с помощью зеркала размерной редукции, как показано на рис. 5б.

Возобновление гипотезы размерной редукции:

Итак, размерная редукция как бы имитирует неподвижную УФ-точку для эволюции взаимодействия $\bar{g}$.

Более общее наблюдение состоит в том, что изменение геометрии может приводить к тому же самому результату, что и явное изменение динамики (добавление лепто кварков).

Для оценки возможности физического сигнала “из Зазеркалья размерной редукции” мы исследовали несколько простых моделей пространства с переменной геометрией [15].

2.2. Игрушечные модели Зазеркалья размерной редукции. Чтобы приобрести физическую интуицию и опыт, начнем с простой задачи — скалярных волн Клейна–Гордона на многообразиях переменной геометрии, таких как двумерная поверхность “бутылок”:

Возобновление гипотезы размерной редукции 2:

Предварительный результат работы [15] заключается в том, что возникает возможность детектирования некоторого сигнала “из Зазеркалья с меньшим числом измерений”, что может предоставить прямое доказательство существования переменной геометрии, включая редукцию размерности. Одновременно появляется средство выяснения того, какого именно вида сигналы могут свидетельствовать нам о существовании пространств большей размерности.

Благодарности. Автор благодарен П.П. Физиеву за полезные обсуждения, П.Н. Боголюбову за любезно предоставленные фотографии и А. Панину за помощь в переводе на русский язык. Работа выполнена при частичной поддержке президентской программы по поддержке научных школ (грант № 3810.2010.2) и РФФИ (гранты № 08-01-00686, 11-01-00182).

Список литературы

- [1] Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ*, **11** (1937), 26–47.
- [2] Н. Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР. Сер. физ.*, **11:1** (1947), 77–90; *УФН*, **93:11** (1967), 552–564.
- [3] D. V. Shirkov, *Found. Phys.*, **16:1** (1986), 27–38.
- [4] Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ*, **11:6** (1941), 592–614; Л. Д. Ландау, *УФН*, **93:11** (1967), 495–520.
- [5] P. C. Hohenberg, P. M. Platzman, *Phys. Rev. Lett.*, **152:1** (1966), 198–200; Л. Александров, В. А. Загребнов, Ж. А. Козлов, В. А. Парфенов, В. Б. Приезжев, *ЖЭТФ*, **68:5** (1975), 1825–1833; M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Science*, **269:5221** (1995), 198–201.
- [6] В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ*, **20** (1950), 1064–1081.
- [7] Л. П. Горьков, *ЖЭТФ*, **36:9** (1959), 1918–1923; **37:5** (1959), 1407–1416.
- [8] Н. Н. Боголюбов, *ЖЭТФ*, **34:1** (1958), 58–65; N. N. Bogolyubov, *Nuovo Cim.*, **7:6** (1958), 794–805.
- [9] Н. Н. Боголюбов, *Вестн. АН СССР*, **28:4** (1958), 25–29.

- [10] Б. А. Арбузов, А. Н. Тавхелидзе, Р. Н. Фаустов, *ДАН СССР*, **139** (1961), 345–347.
- [11] Д. В. Ширков, *УФН*, **179** (2009), 581–589, arXiv: 0903.3194.
- [12] I. Ya. Aref'eva, *Phys. Lett. B*, **328**:3–4 (1994), 411–419, arXiv: hep-th/9306014.
- [13] R. Kirschner, L. N. Lipatov, L. Szymanowski, *Nucl. Phys. B*, **425**:3 (1994), 579–594, arXiv: hep-th/9402010.
- [14] D. V. Shirkov, *Письма в ЭЧАЯ*, **7**:6 (2010), 625–631, arXiv: 1004.1510.
- [15] П. П. Физиев, Д. В. Ширков, *ТМФ*, **167**:2 (2011), 323–336, arXiv: 1009.5309.