Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. Эсприу, А. Ренау, Аксионы и космические лучи,
ТМФ, 2012, том 170, номер 2, 304–320

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6768>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.23.180.231

26 апреля 2023 г., 17:24:16

© 2012 г.

Д. Эсприу^{*†}, А. Ренау[†]

АКСИОНЫ И КОСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ

Исследуется проблема распространения заряженных частиц в пространственно-постоянном, но зависящем от времени псевдоскалярном фоновом поле. На физическом уровне такое псевдоскалярное фоновое поле, возможно, обеспечивается реликтовой плотностью аксионов и приводит к явному нарушению лоренцевой инвариантности; в результате в рамках известных кинематических ограничений становятся допустимыми процессы типа $p \rightarrow p\gamma$ или $e \rightarrow e\gamma$. Это явление описывается лагранжианом квантовой электродинамики с добавлением члена Черна–Саймонса, содержащим 4-вектор, который характеризует нарушение лоренцевой инвариантности в силу присутствия зависящего от времени фонового поля. Хотя индуцированное излучение (сходное с эффектом Вавилова–Черенкова) слишком мало для того, чтобы оказывать сколь-нибудь значительное влияние на распространение космических лучей, гипотетическое детектирование фотонов, испущенных высокоэнергетическими космическими лучами с помощью указанного механизма, обеспечило бы неявный способ проверки значимости аксионов для космологии. Обсуждается возможный порядок величины данного эффекта.

Ключевые слова: аксионы, высокоэнергетический космический луч, галактическое магнитное поле.

1. АКСИОНЫ

Холодные реликтовые аксионы, порожденные вакуумными неоднородностями в ранней Вселенной [1], [2], остаются популярными и пока что вполне реалистичными кандидатами на роль темной материи. Если предположить, что холодные аксионы представляют собой единственную составляющую плотности материи Вселенной, отличную от обычной барионной материи, то их плотность должна быть равна [3]

$$\rho \simeq 10^{-30} \text{ г/см}^3 \simeq 10^{-46} \text{ ГэВ}^4.$$

Разумеется, темная материя распределена неоднородно, ее распределение должно соответствовать распределению видимой материи (быть обратным, говоря более

^{*}CERN, Geneva, Switzerland. E-mail: domenec.espriu@cern.ch

[†]Department of Structure and Constituents of Matter, Institute of Cosmos Sciences, University of Barcelona, Barcelona, Spain. E-mail: arencer@gmail.com

точно). Галактическое гало темной материи (которое, как предполагается, состоит из аксионов) может отвечать типичному значению плотности [4]

$$\rho_a \simeq 10^{-24} \text{ г/см}^3 \simeq 10^{-40} \text{ ГэВ}^4,$$

простираясь на расстояние от 30 кпк до 100 кпк в галактике типа Млечного Пути. Точные детали профиля плотности в данном случае не так важны. Аксионное фоновое поле обеспечивает весьма размытое распределение псевдоскалярных частиц, очень слабо взаимодействующих с фотонами и, опосредованно, с космическими лучами. Каково же влияние этого сильно разреженного аксионного фонового поля на распространение высокоэнергетических космических лучей? Может ли этот фон оказывать на космические лучи влияние, схожее с влиянием порога Грейзена–Зацепина–Кузьмина (ГЗК) [5]? Ответ на этот вопрос составляет содержание настоящей работы.

Весьма важно, что аксион представляет собой псевдоскаляр, являясь псевдоголдстоуновским бозоном нарушенной симметрии Печчеи–Куинна [6]. Его взаимодействие с фотонами осуществляется через аномальный член, поэтому коэффициент взаимодействия можно без труда вычислить, если известна аксионная модель

$$\Delta\mathcal{L} = g_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha}{2\pi} \frac{a}{f_a} \tilde{F}F, \quad (1)$$

где a – аксионное поле, f_a – аксионная константа распада. Двумя популярными аксионными моделями являются модель из работы [7] и модель из работы [8], в которых $g_{a\gamma\gamma} \simeq 1$. Некоторые дополнительные детали теории содержатся в разделе 3 настоящей работы.

2. КОСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ

Космические лучи состоят из частиц (электронов, протонов, ядер гелия и других элементов), падающих на Землю из космоса. Первичные космические лучи порождаются астрофизическими источниками (например, сверхновыми), в то время как вторичные космические лучи представляют собой частицы, рождающиеся при взаимодействии первичных лучей с межзвездным газом. В настоящей работе исследуется воздействие аксионов на распространение космических лучей. Отдельно рассматриваются протонные и электронные космические лучи, при этом не принимаются во внимание более тяжелые ядра, поскольку воздействие на последние оказывается гораздо слабее. Это будет показано далее (индуцированное аксионами тормозное излучение зависит от массы заряженной частицы).

2.1. Спектр энергий космических лучей. Важной характеристикой является число протонов в космических лучах. Экспериментальные данные показывают, что число частиц с заданной энергией в космических лучах подчиняется степенному закону распределения: $J(E) = N_i E^{-\gamma_i}$, где спектральный индекс γ_i принимает различные значения в различных областях спектра [9]. Для протонов имеем

$$J_p(E) = \begin{cases} 5.87 \cdot 10^{19} E^{-2.68} \text{ эВ}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, & 10^9 \text{ эВ} \leq E \leq 4 \cdot 10^{15} \text{ эВ}, \\ 6.57 \cdot 10^{28} E^{-3.26} \text{ эВ}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, & 4 \cdot 10^{15} \text{ эВ} \leq E \leq 4 \cdot 10^{18} \text{ эВ}, \\ 2.23 \cdot 10^{16} E^{-2.59} \text{ эВ}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, & 4 \cdot 10^{18} \text{ эВ} \leq E \leq 2.9 \cdot 10^{19} \text{ эВ}, \\ 4.22 \cdot 10^{49} E^{-4.3} \text{ эВ}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, & E \geq 2.9 \cdot 10^{19} \text{ эВ}, \end{cases} \quad (2)$$

в то время как для электронов степенной закон имеет вид [10]

$$J_e(E) = \begin{cases} 5.87 \cdot 10^{17} E^{-2.68} \text{ эВ}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, & E \leq 5 \cdot 10^{10} \text{ эВ}, \\ 4.16 \cdot 10^{21} E^{-3.04} \text{ эВ}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, & E \geq 5 \cdot 10^{10} \text{ эВ}, \end{cases} \quad (3)$$

и их поток обычно на два порядка величины меньше, чем поток протонов, но это не так достоверно известно. Незнание электронных космических лучей достойно сожаления, так как они оказывают существенное влияние на оценку величины силы излучения.

Заметим, что все приведенные выше величины были измерены локально в Солнечной системе. Известно, что интенсивность космических лучей возрастает с увеличением расстояния от Солнца, поскольку воздействие солнечного ветра препятствует их проникновению до уровня Земли, что особенно существенно для электронной составляющей. Кроме того, гипотеза однородности и изотропности, выдвинутая для протонных космических лучей, не обязательно верна для электронных. В самом деле, поскольку траектории космических лучей искривляются магнитными полями, внутри Галактики эти траектории можно считать практически случайными. Известно, что в среднем адронный космический луч проводит около 10^7 лет внутри Галактики, прежде чем он выйдет в межгалактическое пространство. Это приводит к однородности потока, по крайней мере для протонов галактического происхождения. Напротив, электронные космические лучи проходят в среднем примерно 1 кпк, прежде чем замедлятся. Однако в силу закона $l \sim t^{1/2}$ для средней длины свободного пробега при случайном блуждании расстояние в 1 кпк отвечает типичному возрасту электронного космического луча порядка 10^5 лет [11]. Кроме того, время жизни электронного космического луча зависит от энергии следующим образом:

$$t(E) \simeq 5 \cdot 10^5 \left(\frac{1 \text{ ТэВ}}{E} \right) \text{ лет} = \frac{T_0}{E}, \quad T_0 \simeq 2.4 \cdot 10^{40}.$$

Ситуацию еще больше запутывает то обстоятельство, что, как предполагается, межзвездный поток электронов не только производится собственно Галактикой, но также содержит электроны, рассеянные взрывом близлежащей сверхновой примерно 10^4 лет назад [12].

2.2. Порог Грейзена–Зацепина–Кузьмина. В работе [5] утверждается, что число космических лучей с энергией, превосходящей некоторый порог (далее мы называем его порогом ГЗК), должно быть очень мало. Частицы космических лучей взаимодействуют с фотонами космического микроволнового фона (КМФ), производя пионы: $\gamma_{\text{КМФ}} + p \longrightarrow p + \pi^0$ или $\gamma_{\text{КМФ}} + p \longrightarrow n + \pi^+$. Энергетический порог равен примерно 10^{20} эВ. В силу закона для средней длины свободного пробега, связанного с этими реакциями, космические лучи с энергиями, превышающими указанный порог, которые проходят расстояние свыше 50 Мпк, не могут наблюдаться на Земле. По этой причине спектр протонных космических лучей стремительно спадает при энергиях свыше 10^{20} эВ, поскольку имеется весьма мало близлежащих источников, способных производить частицы таких колоссальных энергий.

Заметим, что предположительно изменение наклона спектра примерно при 10^{18} эВ возникает в результате появления при этой энергии внегалактических космических лучей.

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ КЭД В ФОНОВОМ ПОЛЕ ХОЛОДНЫХ АКСИОНОВ

В этом разделе мы приводим подробное описание теоретических методов, необходимых для понимания взаимодействия между только что описанными высокоэнергетическими космическими лучами и фоновым полем холодных аксионов, введенным в разделе 1.

Взаимодействие аксионов с фотонами описывается следующим членом лагранжиана:

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = g_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha}{2\pi} \frac{a}{f_a} F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}, \quad (4)$$

где

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$$

– тензор напряженности дуального поля.

Аксионное поле изначально является неравновесным, и в процессе его релаксации к равновесной конфигурации генерируются когерентные колебания с $\mathbf{q} = 0$, это приводит к тому, что температура разогревания после инфляции лежит ниже масштаба перехода Печчеи–Куинна [6]. В более поздние времена аксионное поле эволюционирует в соответствии с законом $a(t) = a_0 \cos(m_a t)$, где амплитуда a_0 связана с начальным углом отклонения. При этом лагранжиан (4) принимает вид

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = g_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{f_a} a_0 \cos(m_a t) F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} = g_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha}{\pi f_a} a_0 \cos(m_a t) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\nu F_{\alpha\beta}.$$

Интегрируя по частям (и опуская полные производные), с учетом $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu F_{\alpha\beta} = 0$ получим

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = g_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha m_a a_0}{\pi f_a} \sin(m_a t) \epsilon^{ijk} A_i F_{jk}, \quad (5)$$

где латинскими буквами обозначаются только пространственные компоненты.

Частицы космических лучей (которые перемещаются почти со скоростью света) чувствительны к областям с квазипостоянными значениями аксионного фонового поля; размер этих областей зависит от массы аксиона, но всегда на много порядков величины превосходит его длину волны, поэтому синус в выражении (5) можно заменить на константу (например, на $1/2$). Тогда

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = \frac{1}{4} \eta_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad \eta^\mu = (\eta, 0, 0, 0), \quad \eta = 4g_{a\gamma\gamma} \frac{\alpha m_a a_0}{\pi f_a}. \quad (6)$$

“Постоянная” η изменяет знак с периодом порядка $1/m_a$.

Плотность энергии осциллятора равна $\rho_a = \dot{a}_{\max}^2/2 = (m_a a_0)^2/2$, так что $m_a a_0 = \sqrt{2\rho_a}$. Тогда постоянная η имеет вид

$$\eta = g_{a\gamma\gamma} \frac{4\alpha}{\pi} \frac{\sqrt{2\rho_a}}{f_a} \sim 10^{-20} \text{ эВ}$$

при $\rho_a = 10^{-4} \text{ эВ}$ и $f_a = 10^7 \text{ ГэВ} = 10^{16} \text{ эВ}$.

Дополнительный член в выражении (6) отвечает электродинамике Максвелла–Черна–Саймонса. Хотя при этом в принципе можно получить любой 4-вектор η^μ , аксионное фоновое поле приводит к появлению чисто временного вектора. Мы будем предполагать вектор η^μ постоянным в рамках временного интервала длины $1/m_a$.

3.1. Уравнения Эйлера–Лагранжа. В присутствии аксионного фонового поля лагранжиан КЭД имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\not{\partial} - e\not{A} - m_e)\psi + \frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu + \frac{1}{4}\eta_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (7)$$

где $\not{A} = \gamma^\mu A_\mu$ и аналогично для других перечеркнутых символов. Здесь также вводится эффективный фотон с массой m_γ (эквивалентная коэффициенту преломления [2]). Для нее можно записать приближенное равенство $m_\gamma^2 \simeq 4\pi\alpha n_e/m_e$. Ожидается, что плотность электронов во Вселенной не превосходит $n_e \simeq 10^{-7} \text{ см}^{-3} \simeq 10^{-21} \text{ эВ}^3$. Эта плотность отвечает значению $m_\gamma \simeq 10^{-15} \text{ эВ}$, но в дальнейшем мы будем использовать более консервативный предел (совместный с результатами работы [13]) $m_\gamma = 10^{-18} \text{ эВ}$.

Второе слагаемое лагранжиана (7) задает кинетический и массовый члены для фермионов, а также их взаимодействие с фотонами. Опуская последнее слагаемое, получим лагранжиан для (свободных) фотонов в аксионном фоновом поле (более подробное изложение см. в работе [14]):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu + \frac{1}{4}\eta_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu} = \\ &= -\frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\eta_\mu A_\nu \partial_\alpha A_\beta. \end{aligned}$$

Уравнения Эйлера–Лагранжа (ЭЛ) записываются как

$$\partial_\sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\lambda)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\lambda} = 0,$$

где

$$\begin{aligned} \partial_\sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\lambda)} &= \partial_\sigma \frac{\partial}{\partial(\partial_\sigma A_\lambda)} \left[-\frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} (\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha) + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\eta_\mu A_\nu \partial_\alpha A_\beta \right] = \\ &= \partial_\sigma \left\{ -\frac{1}{2}[g^{\alpha\sigma} g^{\beta\lambda} (\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha) + \right. \\ &\quad \left. + \partial_\mu A_\nu (g^{\sigma\mu} g^{\lambda\nu} - g^{\lambda\mu} g^{\sigma\nu})] + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda}\eta_\mu A_\nu \right\} = \\ &= \partial_\sigma \left[-(\partial^\sigma A^\lambda - \partial^\lambda A^\sigma) + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda}\eta_\mu A_\nu \right] = \\ &= -\partial_\sigma \partial^\sigma A^\lambda + \partial^\lambda \partial_\sigma A^\sigma + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda}\eta_\mu \partial_\sigma A_\nu, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\lambda} &= \frac{\partial}{\partial A_\lambda} \left(\frac{1}{2}m_\gamma^2 g^{\mu\nu} A_\mu A_\nu + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\eta_\mu A_\nu \partial_\alpha A_\beta \right) = \\ &= \frac{1}{2}m_\gamma^2 (g^{\lambda\nu} A_\nu + g^{\mu\lambda} A_\mu) + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\lambda\alpha\beta}\eta_\mu \partial_\alpha A_\beta = m_\gamma^2 A^\lambda + \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\lambda\alpha\beta}\eta_\mu \partial_\alpha A_\beta. \end{aligned}$$

Перераспределяя индексы, приведем уравнения к виду

$$-\square A^\lambda + \partial^\lambda \partial_\sigma A^\sigma - m^2 A^\lambda - \frac{1}{2} \epsilon^{\beta\lambda\mu\alpha} \eta_\mu \partial_\alpha A_\beta = 0.$$

При выборе лоренцевой калибровки $\partial_\alpha A^\alpha = 0$ второй член обращается в нуль. Эти уравнения можно записать как

$$-g^{\beta\lambda} \square A_\beta - g^{\lambda\beta} m_\gamma^2 A_\beta - \frac{1}{2} \epsilon^{\beta\lambda\mu\alpha} \eta_\mu \partial_\alpha A_\beta = 0.$$

Наша задача состоит в написании уравнений в пространстве импульсов. Для этого определим фурье-образ поля:

$$A_\mu(x) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ikx} \tilde{A}_\mu(k).$$

Необходимые производные выражаются следующим образом:

$$\partial_\alpha A_\beta = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-ik_\alpha) e^{-ikx} \tilde{A}_\beta(k), \quad \square A_\beta = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-k^2) e^{-ikx} \tilde{A}_\beta(k).$$

Уравнения ЭЛ при этом записываются как

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[g^{\beta\lambda} (k^2 - m_\gamma^2) + \frac{i}{2} \epsilon^{\beta\lambda\mu\alpha} \eta_\mu k_\alpha \right] e^{-ikx} \tilde{A}_\beta(k) = 0.$$

Отсюда имеем

$$\left[g^{\beta\lambda} (k^2 - m_\gamma^2) + \frac{i}{2} \epsilon^{\beta\lambda\mu\alpha} \eta_\mu k_\alpha \right] \tilde{A}_\beta(k) = 0$$

или, эквивалентно,

$$K^{\mu\nu} \tilde{A}_\nu(k) = 0, \quad K^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} (k^2 - m_\gamma^2) + \frac{i}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \eta_\alpha k_\beta. \quad (8)$$

3.2. Векторы поляризации и дисперсионные соотношения. Положим

$$S_\lambda^\nu = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \eta_\alpha k_\beta \epsilon_{\mu\lambda\rho\sigma} \eta^\rho k^\sigma.$$

Это выражение можно привести к более удобному виду, применив свертку по двум символам Леви-Чивита, $\epsilon_{\mu\lambda\rho\sigma} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -3! \delta_{[\lambda}^\nu \delta_\rho^\alpha \delta_{\sigma]}^\beta$ (знак минус возникает из-за метрики пространства Минковского, $\epsilon_{0123} = -\epsilon^{0123}$):

$$S^{\mu\nu} = [(\eta \cdot k)^2 - \eta^2 k^2] g^{\mu\nu} - (\eta \cdot k) (\eta^\mu k^\nu + k^\mu \eta^\nu) + k^2 \eta^\mu \eta^\nu + \eta^2 k^\mu k^\nu.$$

Справедливы соотношения

$$S_\nu^\mu \eta^\nu = S_\nu^\mu k^\nu = 0, \quad S = S_\mu^\mu = 2[(\eta \cdot k)^2 - \eta^2 k^2], \quad S^{\mu\nu} S_{\nu\lambda} = \frac{S}{2} S_\lambda^\mu.$$

Если $\eta^\mu = (\eta, 0, 0, 0)$, то имеет место неравенство $S = 2\eta^2 \vec{k}^2 > 0$.

Введем теперь два проекционных оператора

$$P_\pm^{\mu\nu} = \frac{S^{\mu\nu}}{S} \mp \frac{i}{\sqrt{2S}} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \eta_\alpha k_\beta.$$

Они обладают следующими свойствами:

$$\begin{aligned} P_{\pm}^{\mu\nu} \eta_{\nu} &= P_{\pm}^{\mu\nu} k_{\nu} = 0, & g_{\mu\nu} P_{\pm}^{\mu\nu} &= 1, & (P_{\pm}^{\mu\nu})^* &= P_{\mp}^{\mu\nu} = P_{\pm}^{\nu\mu}, \\ P_{\pm}^{\mu\lambda} P_{\pm\lambda\nu} &= P_{\pm\mu\nu}, & P_{\pm}^{\mu\lambda} P_{\mp\lambda\nu} &= 0, & P_{+}^{\mu\nu} + P_{-}^{\mu\nu} &= 2 \frac{S^{\mu\nu}}{S}. \end{aligned}$$

С помощью этих проекторов можно построить пару векторов поляризации и решить уравнение (8). Начнем с пространственноподобного единичного вектора, например с $\epsilon = (0, 1, 1, 1)/\sqrt{3}$. Подействуем на него проекционным оператором: $\tilde{\epsilon}^{\mu} = P_{\pm}^{\mu\nu} \epsilon_{\nu}$. Для того чтобы полученный вектор был нормирован, необходимо выполнение условия

$$\begin{aligned} (\tilde{\epsilon}_{\pm}^{\mu})^* \tilde{\epsilon}_{\pm\mu} &= P_{\pm}^{\nu\mu} \epsilon_{\nu} P_{\pm\mu\lambda} \epsilon^{\lambda} = P_{\pm\lambda}^{\nu} \epsilon_{\nu} \epsilon^{\lambda} = \frac{S^{\nu\lambda} \epsilon_{\nu} \epsilon_{\lambda}}{S} = \\ &= \frac{S \epsilon^{\mu} \epsilon_{\mu} / 2 + \eta^2 (\epsilon \cdot k)^2}{S} = -\frac{1}{2} + \frac{(\epsilon \cdot k)^2}{2\vec{k}^2}. \end{aligned}$$

(эта величина, разумеется, отрицательна, поскольку вектор ϵ пространственноподобный). Тогда векторы поляризации примут вид

$$\epsilon_{\pm}^{\mu} = \frac{\tilde{\epsilon}_{\pm}^{\mu}}{\sqrt{-\tilde{\epsilon}_{\pm}^{\nu} \tilde{\epsilon}_{\pm\nu}}} = \left[\frac{\vec{k}^2 - (\epsilon \cdot k)^2}{2\vec{k}^2} \right]^{-1/2} P_{\pm}^{\mu\nu} \epsilon_{\nu}.$$

Они удовлетворяют следующим соотношениям:

$$g_{\mu\nu} \epsilon_{\pm}^{\mu*} \epsilon_{\pm}^{\nu} = -1, \quad g_{\mu\nu} \epsilon_{\pm}^{\mu*} \epsilon_{\mp}^{\nu} = 0, \quad (9)$$

$$\epsilon_{\pm}^{\mu*} \epsilon_{\pm}^{\nu} + \epsilon_{\pm}^{\mu} \epsilon_{\pm}^{\nu*} = -2 \frac{S^{\mu\nu}}{S} = -\frac{S^{\mu\nu}}{\eta^2 \vec{k}^2}. \quad (10)$$

С помощью проекционных операторов тензор в формуле (8) можно записать как

$$K^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} (k^2 - m_{\gamma}^2) + \sqrt{\frac{S}{2}} (P_{-}^{\mu\nu} - P_{+}^{\mu\nu}).$$

Для $k = (\omega_{\pm}, \vec{k})$ при этом имеем

$$K_{\nu}^{\mu} \epsilon_{\pm}^{\nu} = \left[(k^2 - m_{\gamma}^2) \mp \sqrt{\frac{S}{2}} \right] \epsilon_{\pm}^{\mu} = (k^2 - m_{\gamma}^2 \mp \eta |\vec{k}|) \epsilon_{\pm}^{\mu} = (\omega_{\pm}^2 - \vec{k}^2 - m_{\gamma}^2 \mp \eta |\vec{k}|) \epsilon_{\pm}^{\mu},$$

поэтому вектор $\tilde{A}^{\mu} = \epsilon_{\pm}^{\mu}$ представляет собой решение уравнения (8) тогда и только тогда, когда

$$\omega_{\pm}(\vec{k}) = \sqrt{m_{\gamma}^2 \pm \eta |\vec{k}| + \vec{k}^2}.$$

Эта формула задает новое дисперсионное соотношение для фотонов в фоновом поле холодных аксионов в приближении кусочно-постоянной функции η .

4. ПРОЦЕСС $p \longrightarrow p\gamma$

4.1. Кинематические связи. Рассмотрим процесс $p(p) \longrightarrow p(q)\gamma(k)$ или процесс $e(p) \longrightarrow e(q)\gamma(k)$. В обычной КЭД эти процессы запрещены в силу закона сохранения энергии, однако они становятся возможными в указанном фоновом поле (в фоновом поле холодных аксионов возможен даже процесс $\gamma \longrightarrow e^+e^-$ [15]). Из закона сохранения импульса вытекает, что $\vec{q} = \vec{p} - \vec{k}$. Если интерпретировать m как массу заряженной частицы (протона или электрона), то из закона сохранения энергии получим

$$\begin{aligned} E(q) + \omega(k) &= E(p), \quad \sqrt{m^2 + (\vec{p} - \vec{k})^2} + \sqrt{m_\gamma^2 \pm \eta|\vec{k}| + \vec{k}^2} = \sqrt{m^2 + \vec{p}^2}, \\ \sqrt{E^2 + k^2 - 2pk \cos \theta} + \sqrt{m_\gamma^2 \pm \eta k + k^2} - E &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где в последней строке использовались выражения

$$E = E(p) = \sqrt{m^2 + \vec{p}^2}, \quad p = |\vec{p}|, \quad k = |\vec{k}|, \quad pk \cos \theta = \vec{p} \cdot \vec{k}.$$

Как будет ясно из дальнейшего, в случае положительной (отрицательной) η процесс возможен только при отрицательной (положительной) поляризации. Тем самым мы имеем $\pm\eta = -|\eta|$. Чтобы учесть сразу оба этих случая, будем использовать знак минус и вместо $|\eta|$ писать η .

Дважды возведем в квадрат последнее равенство в (11):

$$\begin{aligned} (4E^2 - 4p^2 \cos^2 \theta + 4p\eta \cos \theta - \eta^2)k^2 - \\ - 2(2E^2\eta + 2m_\gamma^2 p \cos \theta - m_\gamma^2 \eta)k + 4E^2 m_\gamma^2 - m_\gamma^4 = 0. \end{aligned}$$

Пренебрежем в этом равенстве слагаемыми $-\eta^2 k^2$, $-m_\gamma^2 \eta k$ и $-m_\gamma^4$, получим

$$(E^2 - p^2 \cos^2 \theta + p\eta \cos \theta)k^2 - (E^2\eta + m_\gamma^2 p \cos \theta)k + E^2 m_\gamma^2 = 0.$$

У этого уравнения есть два решения

$$k_\pm = \frac{E^2\eta + pm_\gamma^2 \cos \theta \pm E\sqrt{E^2\eta^2 - 4E^2m_\gamma^2 + 4p^2m_\gamma^2 \cos^2 \theta - 2pm_\gamma^2\eta \cos \theta}}{2(E^2 - p^2 \cos^2 \theta + p\eta \cos \theta)}, \quad (12)$$

которые имеют смысл только в случае неотрицательного дискриминанта Δ . В приближении $\cos \theta \simeq 1 - \sin^2 \theta/2$ условие $\Delta \geq 0$ принимает вид

$$\sin^2 \theta \leq \frac{p^2\eta^2 - 2pm_\gamma^2\eta + m^2(\eta^2 - 4m_\gamma^2)}{4p^2m_\gamma^2(1 - \eta/4p)},$$

и его можно переписать как

$$\sin^2 \theta \leq \frac{\eta^2}{4p^2m_\gamma^2} \frac{1}{1 - \eta/4p} (p - p_+)(p - p_-), \quad (13)$$

где

$$p_\pm = \frac{m_\gamma^2}{\eta} \pm \frac{2mm_\gamma}{\eta} \sqrt{1 - \frac{\eta^2}{4m_\gamma^2}} \simeq \pm \frac{2mm_\gamma}{\eta} \sqrt{1 - \frac{\eta^2}{4m_\gamma^2}}.$$

Ясно, что $p_+ > 0$ и $p_- < 0$. Чтобы величина $\sin^2 \theta$ была положительной, должно выполняться условие

$$p > p_+ = p_{\text{th}} = \frac{2mm_\gamma}{\eta} \sqrt{1 - \frac{\eta^2}{4m_\gamma^2}}.$$

Это порог, ниже которого указанный процесс невозможен кинематически. Порог энергии $E_{\text{th}}^2 = m^2 + p_{\text{th}}^2$ записывается как

$$E_{\text{th}} = \frac{2mm_\gamma}{\eta}.$$

При $\eta \rightarrow 0$ величина порога стремится к бесконечности (как и ожидалось, процесс становится невозможным, если η обращается в нуль).

В задаче имеется еще один масштабный фактор m^2/η . Он лежит на много порядков величины выше порога ГЗК, поэтому мы всегда будем предполагать, что выполнено условие $p \ll m^2/\eta$. Максимальный угол излучения при заданном импульсе определяется формулой (13). Этот угол достигает максимального значения для больших p (при $p \gg p_{\text{th}}$), когда

$$\sin^2 \theta_{\text{max}} = \frac{\eta^2}{4m_\gamma^2}.$$

Поскольку эта величина мала, фотоны излучаются в узком конусе, ограниченном углом $\theta_{\text{max}} = \eta/2m_\gamma$, что оправдывает приближение для $\cos \theta$.

При $\theta_{\text{max}}(p)$ квадратный корень в формуле (12) обращается в нуль, и мы имеем

$$k_+[\theta_{\text{max}}(p)] = k_-[\theta_{\text{max}}(p)] \xrightarrow{p_{\text{th}} \ll p \ll m^2/\eta} \frac{2m_\gamma^2}{\eta}.$$

Минимальное значение угла есть $\theta = 0$, при этом

$$k_\pm(0) \simeq \frac{E^2\eta + pm_\gamma^2 \pm (E^2\eta - pm_\gamma^2 - 2m^2m_\gamma^2/\eta)}{2(m^2 + p\eta)}.$$

Отсюда в рамках предположения $p_{\text{th}} \ll p \ll m^2/\eta$ получаем максимальное и минимальное значения импульса фотона:

$$k_{\text{max}} = k_+(0) = \frac{\eta E^2}{m^2}, \quad (14)$$

$$k_{\text{min}} = k_-(0) = \frac{m_\gamma^2}{\eta}. \quad (15)$$

Эти два значения совпадают на пороге энергии. Видно, что процесс возможен при отрицательных (положительных) поляризациях только при $\eta > 0$ (при $\eta < 0$), поскольку иначе абсолютная величина фотонного импульса должна быть отрицательной.

Заметим, что длины волн падающих космических лучей хорошо ложатся в диапазон размера $1/m_a$, так что величина η оказывается постоянной с большой точностью. Вне зависимости от того, положительна или отрицательна величина η , всегда

имеется состояние с немного меньшей энергией, в котором оказывается возможным распад с потерей части энергии (порядка $O(\eta)$) с испусканием мягкого фотона. Так что, даже если процесс оказывается редким, его среднее не равно нулю. Точный анализ ситуации будет произведен в дальнейших публикациях.

4.2. Амплитуда. Следующая величина, которую необходимо определить, – это матричный элемент процесса. С помощью стандартных правил Фейнмана, получим

$$i\mathcal{M} = \bar{u}(q)ie\gamma^\mu u(p)\varepsilon_\mu^*(k).$$

Квадрат этой величины равен

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \bar{u}(q)ie\gamma^\mu u(p)\varepsilon_\mu^*(k)[\bar{u}(q)ie\gamma^\nu u(p)\varepsilon_\nu^*(k)]^* = \\ &= e^2\varepsilon_\mu^*(k)\varepsilon_\nu(k)\text{tr}[u(q)\bar{u}(q)\gamma^\mu u(p)\bar{u}(p)\gamma^\nu]. \end{aligned}$$

Теперь необходимо просуммировать и усреднить соответственно по начальным и конечным быструтам протонов. Усреднение по фотонным поляризациям не требуется, поскольку процесс возможен только при одной поляризации. Вычисляя след, получаем

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{2}e^2\varepsilon_\mu^*(k)\varepsilon_\nu(k)\text{tr}[(\not{q} + m)\gamma^\mu(\not{p} + m)\gamma^\nu] = \\ &= \frac{1}{2}e^2\varepsilon_\mu^*(k)\varepsilon_\nu(k)\text{tr}[\not{q}\gamma^\mu\not{p}\gamma^\nu + m^2\gamma^\mu\gamma^\nu] = \\ &= \frac{1}{2}e^2\varepsilon_\mu^*(k)\varepsilon_\nu(k)[q^\mu p^\nu - q^\alpha p_\alpha g^{\mu\nu} + q^\nu p^\mu + m^2 g^{\mu\nu}]. \end{aligned}$$

Из закона сохранения 4-импульса, уравнения (9) и того факта, что $p^\alpha p_\alpha = m^2$, выводим

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = 2e^2(-p^\alpha k_\alpha + 2\varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu p^\mu p^\nu) = 2e^2[-p^\alpha k_\alpha + (\varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu + \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu^*)p^\mu p^\nu].$$

Применив теперь соотношение (10), получим

$$(\varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu + \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu^*)p^\mu p^\nu = -\frac{S^{\mu\nu}p_\mu p_\nu}{\eta^2 k^2} = p^2 \sin^2 \theta.$$

Усредненный квадрат амплитуды при этом имеет вид

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = 2e^2(-p^\alpha k_\alpha + p^2 \sin^2 \theta). \quad (16)$$

Первое слагаемое в правой части положительно,

$$\begin{aligned} -p^\alpha k_\alpha &= -E\omega + pk \cos \theta = -E\omega - pk \frac{m_\gamma^2 - \eta k - 2E\omega}{2pk} = \\ &= \frac{1}{2}\eta \left(k - \frac{m_\gamma^2}{\eta} \right) = \frac{1}{2}(k - k_{\min}) > 0, \end{aligned}$$

поэтому величина $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ также положительна.

4.3. Дифференциальная ширина распада. Дифференциальная ширина распада имеет вид

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q + k - p) \frac{1}{2E} |\overline{\mathcal{M}}|^2 dQ,$$

где элемент фазового пространства равен

$$dQ = \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E(q)} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega(k)}.$$

Можно использовать множитель $\delta^{(3)}(\vec{q} + \vec{k} - \vec{p})$, чтобы устранить $d^3 q$. Остающийся множитель δ отвечает закону сохранения энергии: $E(q) = E - \omega$. Затем применим свойство дельта-функции Дирака:

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|},$$

где x_i – нули функции $f(x)$. В нашем случае рассмотрим $E(q)$ как функцию параметра $\cos \theta$:

$$\begin{aligned} \delta[E(q) + \omega - E] &= \delta(\sqrt{E^2 + k^2 - 2pk \cos \theta} + \omega - E) = \\ &= \left| \frac{-2pk}{2\sqrt{E^2 + k^2 - 2pk \cos \theta}} \right|^{-1} \delta\left(\cos \theta - \frac{m_\gamma^2 - \eta k - 2E\omega}{-2pk}\right). \end{aligned}$$

Далее запишем $d^3 k = k^2 dk d(\cos \theta) d\varphi$, проинтегрируем по углу φ (что даст множитель 2π) и используем дельта-функцию, чтобы устранить $d(\cos \theta)$. Это фиксирует значение $\cos \theta$:

$$\cos \theta = \frac{m_\gamma^2 - \eta k - 2E\omega}{-2pk}. \quad (17)$$

В результате дифференциальная ширина распада будет иметь вид

$$d\Gamma = \frac{\alpha}{2} \frac{k}{Ep\omega} (-p^\alpha k_\alpha + p^2 \sin^2 \theta) dk,$$

где $\alpha = e^2/4\pi$, а $\sin \theta$ задается выражением (17). Эту ширину распада можно переписать в виде, более удобном для дальнейших вычислений:

$$\frac{d\Gamma}{dk} = \frac{\alpha}{8} \frac{1}{k\omega} [A(k) + B(k)E^{-1} + C(k)E^{-2}] \Theta\left(\frac{E^2 \eta}{m^2} - k\right),$$

где Θ – ступенчатая функция,

$$\begin{aligned} A(k) &= 4(\eta k - m_\gamma^2), & B(k) &= 4\omega(m_\gamma^2 - \eta k), \\ C(k) &= -2m_\gamma^2 k^2 + 2\eta k^3 - m_\gamma^4 - \eta^2 k^2 + 2m_\gamma^2 \eta k. \end{aligned}$$

4.4. Воздействие на космические лучи. Вычислим теперь потери энергии протонов в указанном фоновом поле:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{dt}{dx} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{v} \left(- \int \omega d\Gamma \right).$$

Применив результаты предыдущего рассмотрения и условие $v = p/E$, получим, что потеря энергии (пределы интегрирования заданы формулами (14) и (15)) равна

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= -\frac{\alpha}{2} \frac{1}{p^2} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} dk k \left[\frac{1}{2} (\eta k - m_\gamma^2) + p^2 (1 - \cos^2 \theta) \right] = \\ &= -\frac{\alpha}{8p^2} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} dk \left[2\eta k^2 - (4m^2 + 2m_\gamma^2 + \eta^2)k + 2\eta(2E^2 + m_\gamma^2) - \right. \\ &\quad \left. - m_\gamma^2(4E^2 + m_\gamma^2) \frac{1}{k} + 4E\eta \sqrt{m_\gamma^2 - \eta k + k^2} + 4Em_\gamma^2 \frac{\sqrt{m_\gamma^2 - \eta k + k^2}}{k} \right] = \\ &= -\frac{\alpha}{8p^2} \left[\frac{2}{3} \eta \left(\frac{\eta^3 E^6}{m^6} - \frac{m_\gamma^6}{\eta^3} \right) - \frac{1}{2} (4m^2 + 2m_\gamma^2 + \eta^2) \left(\frac{\eta^2 E^4}{m^4} - \frac{m_\gamma^4}{\eta^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2\eta(2E^2 + m_\gamma^2) \left(\frac{\eta E^2}{m^2} - \frac{m_\gamma^2}{\eta} \right) - m_\gamma^2(4E^2 + m_\gamma^2) \ln \left(\frac{\eta^2 E^2}{m^2 m_\gamma^2} \right) + \dots \right]. \end{aligned}$$

Ведущий член имеет вид

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{\alpha}{8p^2} \frac{2\eta^2 E^4}{m^2} = -\frac{\alpha \eta^2 E^2}{4m^2 v^2} \simeq -\frac{\alpha \eta^2 E^2}{4m^2}.$$

Энергия как функция пройденного расстояния при этом задается выражением

$$E(x) = \frac{E(0)}{1 + (\alpha \eta^2 / 4m^2) E(0)x}.$$

Парциальные потери энергии для космического луча с начальной энергией $E(0)$, прошедшего расстояние x , равны

$$\frac{E(0) - E(x)}{E(0)} = \frac{(\alpha \eta^2 / 4m^2) E(0)x}{1 + (\alpha \eta^2 / 4m^2) E(0)x}.$$

Эти потери становятся более существенными с ростом энергии космического луча. Однако величина $\alpha \eta^2 / 4m^2$ очень мала. Если взять $E(0) = 10^{20}$ эВ (что соответствует энергии наиболее высокоэнергетических космических лучей) и $x = 10^{26}$ см (это примерно расстояние до ближайшей галактики, туманности Андромеды, а потому заведомо превосходит характерный размер галактического гало), то потери энергии составят менее 1 эВ. Для космических лучей с меньшей энергией эффект оказывается еще менее ощутимым.

Как мы только что показали, воздействие аксионного фонового поля на космические лучи оказывается пренебрежимо малым. Тем не менее фотоны, излучаемые при этом воздействии, можно детектировать. Принимая в качестве характерных величин $m_\gamma = 10^{-18}$ эВ и $\eta = 10^{-20}$ эВ и учитывая наличие порога ГЗК для протонов (и аналогичного порога для электронов¹⁾), получим, что импульсы испущенных фотонов попадают в диапазон 10^{-16} эВ $< k < 100$ эВ для первичных протонов и в диапазон 10^{-16} эВ $< k < 400$ МэВ для первичных электронов.

Число частиц космических лучей с данной энергией, проходящих через элемент поверхности в единичное время, равно $d^3N = J(E) dE dS dt_0$, где $J(E)$ – поток частиц космических лучей. Эти космические лучи испущены в момент времени t . Число фотонов дается выражением

$$d^5N_\gamma = d^3N \frac{d\Gamma(E, k)}{dk} dk dt = J(E) \frac{d\Gamma(E, k)}{dk} dE dk dt_0 dS dt.$$

Предположив, что поток космических лучей не зависит от времени, проинтегрируем данное равенство по t_0 и получим таким образом множитель $t(E)$ – возраст среднего космического луча с энергией E . Поскольку нас интересует не энергия собственно первичного космического луча, а только энергия фотона, проинтегрируем также и по E , начиная со значения $E_{\min}(k)$ – минимальной энергии космического луча, необходимой для генерации фотона с импульсом k , заданным выражением (14). Получим, что поток фотонов равен

$$\frac{d^3N_\gamma}{dk dS dt} = \int_{E_{\min}(k)}^{\infty} dE t(E) J(E) \frac{d\Gamma(E, k)}{dk}, \quad E_{\text{th}} = 2 \frac{mm_\gamma}{\eta}. \quad (18)$$

Далее предположим, что $t(E)$ примерно постоянна, и выберем $t(E) \approx T_p = 10^7$ лет для протонов и $t(E) \approx T_e = 5 \cdot 10^5$ лет для электронов. Понятно, что последнее приближение неправильно, поскольку $t(E) \sim 1/E$, но в данном примере нас интересует только оценка эффекта по порядку величины.

Поток энергии фотонов можно получить, умножив фотонный поток (18) на энергию фотона с импульсом k :

$$\begin{aligned} I(k) &= \omega(k) \int_{E_{\min}(k) > E_{\text{th}}}^{\infty} dE t(E) J(E) \frac{d\Gamma}{dk} \approx \\ &\approx \frac{\alpha T}{8k} \int_{E_{\min}(k)}^{\infty} dE N_i [A(k) E^{-\gamma_i} + B(k) E^{-(\gamma_i+1)} + C(k) E^{-(\gamma_i+2)}], \end{aligned}$$

где $E_{\min}(k) = m\sqrt{k/\eta}$ (см. формулу (14)). Численный анализ показывает, что единственный значимый вклад в интенсивность распада дается членом $4\eta k$ из $A(k)$. Приближенное значение интеграла при этом равно

$$I(k) \simeq \frac{\alpha\eta T}{2} \frac{J[E_{\min}(k)] E_{\min}(k)}{\gamma_{\min} - 1} \propto k^{-(\gamma-1)/2}.$$

Величину $\gamma_{\min}$ можно получить из (2) или из (3) в зависимости от того, в какой диапазон попадает минимальная энергия $E_{\min}(k)$. Подставив численные значения,

¹⁾ Крайне сомнительно, что электроны могут быть ускорены до таких энергий, но это, впрочем, неважно для нашего обсуждения, поскольку интенсивность лучей при таких энергиях крайне мала.

Рис. 1. Полный выход излучения, полученный с применением точных формул и более подходящей параметризации среднего времени жизни электронных космических лучей как функция энергии [16]. Заметим, что электроны в общем случае вносят главный вклад в эффект при низких энергиях.

получим следующие приближенные выражения для $I_p(k)$ и $I_e(k)$:

$$I_p(k) = 6 \left(\frac{T_p}{10^{17} \text{ лет}} \right) \left(\frac{\eta}{10^{-20} \text{ эВ}} \right)^{1.84} \left(\frac{k}{10^{-7} \text{ эВ}} \right)^{-0.84} \text{ M}^{-2} \text{ c}^{-1} \text{ sr}^{-1},$$

$$I_e(k) = 200 \left(\frac{T_e}{5 \cdot 10^5 \text{ лет}} \right) \left(\frac{\eta}{10^{-20} \text{ эВ}} \right)^{2.02} \left(\frac{k}{10^{-7} \text{ эВ}} \right)^{-1.02} \text{ M}^{-2} \text{ c}^{-1} \text{ sr}^{-1}.$$

Как отмечалось выше, эти выражения всего лишь оценки по порядку величины, и они были получены в предположении постоянного среднего возраста космического луча (как протонного, так и электронного). Более подробное изложение вдумчивый читатель может найти в нашей недавней работе [16], из которой взят рис. 1, описывающий выход излучения.

5. ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Мы исследовали влияние на заряженные частицы слабо (по сравнению с импульсом частицы) зависящего от времени псевдоскалярного фонового поля. Были рассмотрены как протонные, так и электронные космические лучи. Этот эффект удалось рассчитать, поскольку аксионное фоновое поле индуцирует модификацию КЭД, которая оказывается точно решаемой. Эта модификация обладает рядом интересных свойств таких, как возможность испускания фотонов $p \rightarrow p\gamma$ и $e \rightarrow e\gamma$ (мы называем это процессом индуцированного аксионами тормозного излучения). Были получены кинематические ограничения на процесс, в частности показано, что он становится возможным только при протонной энергии выше некоторого порогового значения. Были вычислены потери протонных энергий в таком фоновом поле. Для протонов с энергиями ниже порога ГЗК эти потери пренебрежимо малы.

Тем не менее испущенные фотоны можно детектировать. Их поток и спектр энергий были достаточно детально вычислены. Поскольку порог энергий зависит

от массы заряженной частицы, он оказывается ниже для более легких частиц. Кроме того, потери энергии пропорциональны обратному квадрату массы заряженной частицы, а потому эффект оказывается более существенным для электронов. Величина $k_{\min}$ не зависит от массы заряженной частицы, так что спектры излучения для электронов и протонов не сильно различаются (тем не менее средние времена жизни электронных и протонных космических лучей сильно разнятся, и это приводит к эффектам в спектрах мощностей излучения, которые можно наблюдать).

Интересующийся читатель может обратиться к нашей работе [16], в которой мы даем более подробное описание данного явления и обсуждаем возможность измерения этого диффузионного излучения. Ниже собраны основные заключения этой работы.

Доминирующий вклад в излучение с помощью рассмотренного механизма вносят электронные (и позитронные) космические лучи. В предположении, что спектр мощности космических лучей характеризуется показателем степени γ , сгенерированное излучение имеет спектр $k^{-(\gamma-1)/2}$ для первичных протонов и спектр $k^{-\gamma/2}$ для первичных электронов. Зависимость от ключевого параметра $\eta \sim \sqrt{\rho_*}/f_a$ входит в степенном виде $\eta^{(1+\gamma)/2}$ и $\eta^{(2+\gamma)/2}$ соответственно для протонов и электронов. Однако в диапазонах, в которых выход излучения максимален, вклад электронов оказывается определяющим. Мы предположили, что поток электронных космических лучей однороден в масштабах Галактики, а потому совпадает с потоком, наблюдаемым в окрестности Земли, но отказ от этой гипотезы может привести к возрастанию эффекта в значительное число раз. Мощность эффекта при низших длинах волн, для которых атмосфера оказывается прозрачной, и при значениях η , отвечающих современным экспериментальным ограничениям, достигает величин порядка $O(10^{-1})$ мДж. Это находится на пределе чувствительности массивов антенн, уже введенных в эксплуатацию, и потому представляется возможным произвести экспериментальные наблюдения обсуждаемого эффекта.

В случае излучения, рождающегося в нашей Галактике, нет ответа на главный вопрос, существенный для нашего обсуждения: является ли поток электронных космических лучей, измеряемый в нашей области пространства, репрезентативным для всей Галактики или нет? Поскольку представляется возможным связать этот поток с галактическим синхротронным излучением, данное излучение можно вывести из измерения потока. Оказывается [17], что либо полное число электронных космических лучей существенно больше, чем число лучей, измеряемое в Солнечной системе, либо галактическое магнитное поле должно быть сильнее, чем ожидалось. Количественный анализ этого явления требует дальнейших исследований. Также не было предпринято никаких попыток подвергнуть численному анализу сигналы от возможных внегалактических источников.

Следует отметить, что обсуждаемый в настоящей работе эффект оказывается коллективным. Это отличает его от эффекта ГЗК, обсуждаемого в разделе 1: излучение КМФ некогерентно на больших масштабах. Например, никакого похожего эффекта не наблюдается для горячих аксионов. Еще одно наблюдение состоит в том, что некоторые из масштабов, которые существенны для настоящего обсуждения, оказываются интуитивно противоречивыми (например, масштаб “прохождения” m^2/η или масштаб порога $m_\gamma m/\eta$). Это связано с тем, что обсуждаемый эффект имеет не лоренц-инвариантную природу. На первый взгляд может показаться

удивительным, что столь маловероятный эффект может приводить к малым, но не исчезающе малым вкладам. Причина кроется в том, что число космических лучей огромно. Известно, что они дают вклад в плотность энергии Галактики, сравнимый с вкладом галактического магнитного поля [18].

Существуют несколько аспектов настоящего анализа, которые могут быть улучшены, чтобы сделать его более точным. В частности, задачу с кусочно-постоянным осциллирующим аксионным фоновым полем или даже с фоновым полем с пилообразным временным профилем можно решить точно без применения специальных функций (синусоидальный профиль приводит к функциям Матье). Этот вопрос будет рассмотрен в последующих публикациях, но уже вышеприведенного анализа достаточно для того, чтобы получить порядок величины эффекта. Мы надеемся, что рассмотренный механизм поможет понять возможное значение холодных аксионов в качестве кандидата на роль темной материи.

Благодарности. Авторы выражают благодарность своему коллеге Ф. Месциа, который принял участие в исследовании, обсуждаемом в данной работе. Мы благодарим А. Де Рухула за сведения о космических лучах, а также выражаем особую признательность Х.М. Паредесу и П. Планезасу за обсуждения синхротронного излучения в Галактике. Д. Эсприу благодарен организаторам XVI Международного семинара по физике высоких энергий “Quarks-2010” за теплое гостеприимство. Работа была финансово поддержана Ministerio de Educación y Ciencia (гранты № FPA-2007-66665 и 2009SGR502), Spanish Consolider-Ingenio 2010 program (грант № CPAN CSD2007-00042), и Marie Curie Research Training Network FLAVIANet.

Список литературы

- [1] L. F. Abbott, P. Sikivie, *Phys. Lett. B*, **120**:1–3 (1983), 133–136.
- [2] M. Kuster, G. Raffelt, B. Beltrán (eds.), *Axions: Theory, Cosmology and Experimental Searches*, Lecture Notes in Physics, **741**, Springer, Berlin, 2008.
- [3] E. W. Kolb, M. S. Turner, *The Early Universe*, Frontiers in Physics, **69**, Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1990; Y. Sofue, V. Rubin, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **39** (2001), 137–174; S. J. Asztalos et al., *Astrophys. J. Lett.*, **571**:1 (2002), L27–L30.
- [4] E. I. Gates, G. Gyruk, M. S. Turner, *Astrophys. J. Lett.*, **449**:2 (1995), L123–L126.
- [5] K. Greisen, *Phys. Rev. Lett.*, **16**:17 (1996), 748–750; Г. Т. Зацепин, В. А. Кузьмин, *Письма в ЖЭТФ*, **4**:3 (1966), 78–80.
- [6] R. D. Peccei, H. R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.*, **38**:25 (1977), 1440–1443; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **40**:4 (1978), 223–226; F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **40**:5 (1978), 279–282.
- [7] M. Dine, W. Fischler, M. Srednicki, *Phys. Lett. B*, **104**:3 (1981), 199–202; А. Р. Житницкий, *ЯФ*, **31**:4 (1980), 1024–1035.
- [8] J. E. Kim, *Phys. Rev. Lett.*, **43**:2 (1979), 103–107; M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B*, **166**:3 (1980), 493–506.
- [9] J. Abraham et al. (Pierre Auger Collab.), *the cosmic ray energy spectrum and related measurements with the Pierre Auger observatory*, arXiv:0906.2189.
- [10] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), *J. Phys. G*, **37**:7A (2010), 075021, 1422 pp.; M. Aguilar et al. (AMS Collab.), *Phys. Rept.*, **366**:6 (2002), 331–405; M. Boezio et al. (CAPRICE Collab.), *Astrophys. J.*, **532**:1 (2000), 653–669; M. Ackermann et al. (Fermi LAT Collab.), *Phys. Rev. D*, **82**:9 (2010), 092004, 20 pp., arXiv:1008.3999.
- [11] N. Kawanaka, K. Ioka, M. Nojiri, *Astrophys. J.*, **710**:2 (2010), 958–963.

- [12] A. Casadei, V. Bindi, “The local interstellar spectrum of cosmic ray electrons”, *Proceedings of the XXVIII International Cosmic Ray Conference*, Universal Academy Press, Tokyo, 2003, 2001-2004, arXiv: [astro-ph/0305487](#).
- [13] C. Amsler et al. (Particle Data Group), *Phys. Lett. B*, **667**:1–5 (2008), 1–6.
- [14] A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, *JHEP*, **02** (2002), 030, 24 pp., arXiv: [hep-th/0110279](#).
- [15] A. Andrianov, D. Espriu, P. Giacconi, R. Soldati, *JHEP*, **09** (2009), 057, 14 pp., arXiv: [0907.3709](#).
- [16] D. Espriu, F. Mescia, A. Renau, *JCAP*, **08** (2011), 002, 13 pp., arXiv: [1010.2589](#).
- [17] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994; B. F. Burke, F. Graham-Smith, *An Introduction to Radio Astronomy*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997; E. Orlando, *Gamma rays from interactions of cosmic-ray electrons*, Ph. D. Thesis, Technical Univ., München, 2008, <http://www.imprs-astro.mpg.de/Alumni/Orlando-Elena.pdf>.
- [18] A. Dar, A. De Rújula, *Phys. Rept.*, **466**:6 (2008), 179–241, arXiv: [hep-ph/0606199](#).