Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, Принцип причинности Гильберта и уравнения общей теории относительности исключают возможность образования черных дыр, *ТМФ*, 2012, том 170, номер 3, 489–496

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6781>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.166.219.16

26 апреля 2023 г., 13:36:11

© 2012 г. А. А. Логунов*, М. А. Мествиришвили*

ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ ГИЛЬБЕРТА И УРАВНЕНИЯ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ИСКЛЮЧАЮТ ВОЗМОЖНОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРНЫХ ДЫР

Доказано, что принцип причинности Гильберта и уравнения общей теории относительности исключают возможность образования черной дыры.

Ключевые слова: гравитационный коллапс, черные дыры, принцип причинности Гильберта, интеграл движения.

Широко распространено мнение, что после истощения всех источников термоядерной энергии звезда с массой больше трех масс Солнца под воздействием гравитационного притяжения начинает сжиматься и переходит в стадию гравитационного коллапса с образованием черной дыры. Как отмечал Уилер, гравитационный коллапс является величайшим кризисом физики. Опираясь, как мы увидим ниже, на формальные математические рассуждения и конструкции, Уилер увидел решение проблемы кризиса на пути образования в результате коллапса необычных объектов – черных дыр. По поводу коллапса он писал [1]: “Гравитационный коллапс звезды или группы звезд с образованием черной дыры уничтожает все параметры системы, кроме массы, заряда и момента количества движения”.

Черная дыра – это область пространства-времени, пространственная часть которой является сферой с радиусом Шварцшильда $r_g = 2GM$, где M – масса звезды, G – гравитационная постоянная. Черные дыры не имеют *материальной поверхности*, и это их *отличительная особенность*. Граница черной дыры называется горизонтом событий. Из черной дыры не может выйти даже свет. Течение времени на горизонте с точки зрения удаленного наблюдателя останавливается. По мнению авторов монографий [2], [3], такая картина следует из общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна. Ниже мы покажем, что это заключение неправильно.

Исторически концепция черных дыр (хотя они тогда еще не имели такого названия) выросла из исследования Оппенгеймера и Снайдера [4], которые в 1939 г. на основе анализа уравнения ОТО для холодного тела без учета принципа причинности

*Институт физики высоких энергий, Протвино, Московская обл., Россия.
E-mail: Anatoly.Logunov@ihep.ru

Гильберта сделали вывод о безграничном гравитационном сжатии. Внешний наблюдатель видит, что звезда асимптотически за бесконечное время сжимается до своего гравитационного радиуса r_g . Звезда постепенно замыкается, изолируясь от далекого наблюдателя. Наблюдатель, сопутствующий звездному веществу, за конечное собственное время пересекает поверхность Шварцшильда. Именно эти выводы позднее стали исходными положениями концепции черных дыр.

Эйнштейн в том же 1939 г. писал [5]: “Основным результатом проведенного исследования является четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют шварцшильдовские сингулярности”. И далее: “Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопление, достигнут скорости света”. К этому заключению Эйнштейна не прислушались. Более того, по этому поводу в 1995 г. Прескилл и Торн писали [6]: “В некотором смысле то, что мы теперь называем черной дырой, уже было известно в 1916 году, когда Карл Шварцшильд нашел свое решение полевого уравнения Эйнштейна. Но в течение десятилетий большая часть физиков упорно сопротивлялась таким “возмутительным” приложениям решения Шварцшильда. (Эта часть физиков включала в себя и самого Эйнштейна, который написал в 1939 году вызывающую сожаление статью, в которой доказывал, что черные дыры не могут существовать.)”

Концепция черных дыр возродилась в 60-х гг. XX века на основе решения Шварцшильда

$$ds^2 = U(r) dt^2 - V(r) dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

$$U(r) = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad V(r) = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1}, \quad c = 1, \quad (1)$$

путем следующих формальных рассуждений. В монографии [2] об этом написано: “при r строго меньше r_g метрические коэффициенты $g_{\alpha\beta}$ опять регулярны. Имеет ли эта система какой-либо прямой физический смысл при $r < r_g$? Оказывается, имеет. Координата r теперь (при $r < r_g$) не может быть, как показано выше, радиальной пространственной координатой. Однако она может играть роль временной координаты, что прямо следует из выражения (1), где коэффициент при dr^2 меняет знак при переходе через сферу Шварцшильда и при $r < r_g$ положителен. С другой стороны, координата t теперь может служить пространственной радиальной координатой, коэффициент при dt^2 отрицателен, если $r < r_g$. Таким образом, координаты r и t поменялись ролями, когда r стало меньше r_g ”.

Подобная замена предложена также в монографии [3], где сказано: “Что следует понимать под тем обстоятельством, что координата r , выступавшая в качестве пространственноподобной координаты, становится времениподобной? Воображаемый наблюдатель, который перемещается в космическом корабле с ракетными двигателями, но не достиг еще $r = 2M$, всегда имеет возможность включить двигатели и направить свое движение, которое до этого проходило с уменьшением r (падение), в сторону увеличения r (преодоление сил притяжения). Но если он попал внутрь сферы радиуса $r = 2M$, то ситуация в корне меняется. В этом случае дальнейшее уменьшение r играет роль течения времени... Никакой акт человеческой воли, никакой двигатель, никакая ракета, никакая сила не могут заставить время остановиться... r неуклонно уменьшается от $2M$ до нуля”.

Вся эта концепция нашла отражение в решении Крускала, на физическом смысле которого мы остановимся ниже.

Кто же здесь прав? Напомним основные положения ОТО. Интервал псевдориманова (в дальнейшем риманова) пространства имеет следующий общий вид:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu = g_{00} dt^2 + 2g_{0i} dt dx^i + g_{ik} dx^i dx^k. \quad (2)$$

Метрические коэффициенты определяются из уравнений Гильберта–Эйнштейна. С другой стороны, они должны удовлетворять условиям причинности, которые Гильберт [7] сформулировал следующим образом. “До сих пор мы считали эквивалентными все системы координат x_s , которые получаются из какой-нибудь системы под действием произвольного преобразования. Этот произвол следует ограничить, если мы хотим встать на ту точку зрения, согласно которой две находящиеся на одной и той же временной линии мировые точки находятся в причинно-следственном отношении и поэтому не могут перейти под действием преобразования в синхронные мировые точки. Выделим x_0 в качестве координаты собственного времени и сформируем следующее определение.

Собственной системой пространственно-временных координат называется такая система, в которой помимо $g < 0$ всегда выполняются следующие четыре неравенства:

$$g_{11} < 0, \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} < 0, \quad g_{00} > 0. \quad (3)$$

Преобразование, которое переводит такую систему пространственно-временных координат в другую собственную систему пространственно-временных координат, называется *собственным* преобразованием пространственно-временных координат”. И далее: “Так как при любом преобразовании координат временная линия остается временной линией, две мировые точки любой временной линии при собственном преобразовании пространственно-временных координат никогда не переходят в точки с одним и тем же значением временной координаты, т.е. не могут стать синхронными”. Далее Гильберт подчеркивает: “Итак, мы видим, что лежащие в основе принципа причинности фундаментальные понятия причины и следствия и в новой физике не приводят к каким-либо противоречиям, если к нашим основным уравнениям мы присовокупим неравенства (3), то есть ограничимся рассмотрением собственных пространственно-временных координат”.

При выполнении неравенств (3) для одновременных событий имеем неравенство

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k < 0.$$

В согласии с Гильбертом [7] риманово пространство должно описываться регулярными решениями уравнений Гильберта–Эйнштейна.

Введем теперь понятия физического времени, расстояния, физической скорости. С этой целью запишем (2) в форме

$$ds^2 = d\tau^2 - dl^2, \quad (4)$$

где времениподобная часть интервала определяет физическое время,

$$d\tau = \frac{g_{0\nu} dx^\nu}{\sqrt{g_{00}}}, \quad (5)$$

а пространственноподобная часть есть квадрат расстояния,

$$dl^2 = \left(-g_{ik} + \frac{g_{0i} g_{0k}}{g_{00}} \right) dx^i dx^k. \quad (6)$$

Тогда квадрат физической скорости определяется равенством

$$v^2 = \frac{dl^2}{d\tau^2}. \quad (7)$$

Для геодезического движения пробного тела в не зависящем от времени гравитационном поле имеет место равенство [8]

$$g_{00} = \text{const} \cdot (1 - v^2). \quad (8)$$

Рассмотрим материальную нестатическую сферически-симметричную систему в состоянии, когда *все термоядерные источники энергии исчерпаны*. Такая система описывается в координатах кривизн интервалом вида

$$ds^2 = g_{00} dt^2 + g_{11} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (9)$$

где $g_{00} = U(t, r)$, $g_{11} = -V(t, r)$. Согласно теореме Биркгофа [9] внешнее гравитационное поле такой системы не зависит от времени и описывается решением Шварцшильда (1). Учитывая соотношения (4), (5) и (7), а также (8), находим

$$ds^2 = \text{const} \cdot g_{00}^2(r) dt^2. \quad (10)$$

Для решения Шварцшильда $g_{00}(r) = 1 - r_g/r$.

Поскольку физическая скорость пробного тела не может быть равной скорости света, согласно соотношениям (8) и (10) решение Шварцшильда справедливо только в области $r > r_g$.

Выясним теперь, допустима ли для физической системы ситуация, описанная авторами монографий [2], [3], когда при гравитационном сжатии время t и радиальное расстояние r меняются ролями. На основании *закона сохранения числа барионов* имеем

$$\nabla_\nu j^\nu = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\nu (\sqrt{-g} j^\nu) = 0, \quad j^\nu = n_0 \frac{dx^\nu}{ds}, \quad (11)$$

где n_0 – плотность числа барионов в сопутствующей системе отсчета. Интегрируя дивергенцию в правой части равенства (11) по трехмерному пространству, получим [10]

$$N = \int n_0 \frac{dx^0}{ds} \sqrt{-g} dx^1 dx^2 dx^3, \quad (12)$$

где N – полное число барионов в физической системе; оно, как следует из (11), не зависит от времени.

Для интервала (9) из определения (5) находим

$$\frac{dx^0}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}} = \frac{1}{\sqrt{U}}. \quad (13)$$

Согласно (4) имеем

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}. \quad (14)$$

Тогда из (13) и (14) следует, что

$$\frac{dx^0}{ds} = \frac{1}{\sqrt{(1-v^2)U}}. \quad (15)$$

Величина $\sqrt{-g}$ для интервала (9) равна

$$\sqrt{-g} = r^2 \sin \theta \cdot \sqrt{UV}. \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в интеграл движения (12), находим

$$N = \int n_0 \left(\frac{V(t, r)}{1-v^2} \right)^{1/2} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi. \quad (17)$$

Из этого выражения очевидно, что при гравитационном сжатии тела функция $V(t, r)$ не может стать отрицательной, поскольку величина N вещественна и положительна. Именно поэтому, из-за наличия *интеграла движения*, координата r при гравитационном сжатии не может стать временной координатой. Отсюда следует, что закон сохранения числа барионов исключает возможность образования черных дыр.

Точно такой же вывод можно сделать из закона сохранения электрического заряда (в случае, когда им обладает сжимающееся тело). Действительно, закон сохранения электрического заряда следует из уравнения

$$\nabla_\nu I^\nu = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\nu (\sqrt{-g} I^\nu) = 0, \quad (18)$$

где $I^\nu = \rho_0 \cdot dx^\nu/ds$ – плотность электрического тока, ρ_0 – инвариантная плотность электрического заряда. Уравнение (18) аналогично уравнению (11), поэтому, повторяя предыдущий вывод, можно записать электрический заряд тела Q в виде

$$Q = \int \rho_0 \left(\frac{V(t, r)}{1-v^2} \right)^{1/2} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi, \quad (19)$$

аналогичном выражению (17). Отсюда из-за вещественности заряда следует, что метрический коэффициент $V(t, r)$ при гравитационном сжатии не может стать отрицательным.

Приведенные выше формулы (17) и (19), а также соответствующие заключения получены без использования уравнений ОТО. Таким образом, мы видим, что наличие интеграла движения вещества в римановом пространстве уже налагает определенные требования на метрические коэффициенты при гравитационном сжатии тела.

Обратимся теперь к уравнению ОТО и принципу причинности Гильберта. Уравнение Гильберта–Эйнштейна для 00-компоненты тензора R^μ_ν для холодного тела, когда термоядерные источники энергии истощены, имеет вид [8]

$$1 - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{V} \right) = 8\pi G r^2 T_0^0(t, r). \quad (20)$$

Интегрируя это уравнение по r , получим

$$\frac{1}{V} = 1 - \frac{8\pi G}{r} \int_0^r T_0^0(t, y) y^2 dy - \frac{\eta(t)}{r}. \quad (21)$$

В области вне тела будем иметь

$$\frac{1}{V} = 1 - \frac{8\pi G}{r} \int_0^{R_0(t)} T_0^0(t, y) y^2 dy - \frac{\eta(t)}{r}, \quad (22)$$

где $R_0(t)$ – радиус тела. Вне тела это выражение, как внешнее решение уравнения, должно совпадать с решением Шварцшильда. Из сравнения соотношений (22) и (1) находим

$$r_g = 8\pi G \int_0^{R_0(t)} T_0^0(t, y) y^2 dy + \eta(t). \quad (23)$$

Подставляя $\eta(t)$ из этого выражения в (21), будем иметь для значений r внутри тела

$$\frac{1}{V} = 1 - \frac{1}{r} \left(r_g - 8\pi G \int_r^{R_0(t)} T_0^0(t, y) y^2 dy \right). \quad (24)$$

Поскольку согласно (23) при r , стремящемся к нулю

$$r_g - 8\pi G \int_r^{R_0(t)} T_0^0(t, y) y^2 dy = \eta(t),$$

регулярное решение (24) внутри тела возможно только при

$$\eta(t) \equiv 0. \quad (25)$$

Таким образом, мы получили регулярное физическое решение уравнения (20) как внутри тела, так и вне его.

В соответствии с (21) с учетом (25) на поверхности тела будем иметь

$$\frac{1}{V} = 1 - \frac{8\pi G}{R_0(t)} \int_0^{R_0(t)} T_0^0(t, y) y^2 dy.$$

Учитывая соотношения (23) и (25), это равенство можно записать в виде

$$\frac{1}{V} = 1 - \frac{r_g}{R_0(t)}. \quad (26)$$

Согласно условиям причинности Гильберта (подробнее см. монографию [11]) имеем

$$V > 0, \quad \frac{1}{V} > 0, \quad U > 0, \quad \frac{1}{U} > 0. \quad (27)$$

Итак, из равенства (26) и неравенств (27) следует, что в любой момент времени справедливо неравенство [12], [13]

$$R_0(t) > r_g. \quad (28)$$

Таким образом, соединение уравнений Гильберта–Эйнштейна (20) с физическим условием причинности (27) приводит к точному выводу, что *радиус нестатического сферически-симметричного тела всегда больше радиуса Шварцшильда. Так возникает универсальный механизм остановки гравитационного коллапса для тел с массой больше трех масс Солнца. Это свойство самого гравитационного поля.*

Используя решение Оппенгеймера–Снайдера для гравитационного коллапса в гармонических координатах, к аналогичному выводу пришел Маршалл [14].

Отсюда следует, что поверхность с радиусом $r = r_g$ находится *не в вакууме, а в веществе*, поэтому падение пробного тела на поверхность сферы Шварцшильда $r = r_g$ по часам удаленного наблюдателя происходит не за бесконечное время, а за конечное. Пробное тело, падающее на холодный объект большой массы, в принципе, может пройти сквозь него. Отметим, что физическая скорость пробного тела всегда меньше скорости света. Из предыдущих рассуждений также следует, что согласно ОТО и принципу причинности Гильберта сферические тела не могут быть точечными. *Наличие массы тела несовместимо с точечностью тела* [15].

Из вышеизложенного следует, что в координатах кривизн нестатическое сферически-симметричное тело массы M в созданной им геометрии имеет радиус $R_0(t)$, который всегда больше радиуса Шварцшильда. Из неравенств (28) также следует, что известное решение Крускала уравнений Эйнштейна в пустоте не имеет физического смысла, поскольку согласно принципу причинности Гильберта и уравнениям ОТО в природе не может быть точечных, но имеющих массу тел.

Вопрос о том, как изменяется радиус тела $R_0(t)$ со временем, требует дальнейшего анализа. Подробное исследование других уравнений Гильберта–Эйнштейна для интервала (9) проведено в монографии [16]. Точное решение Толмена для пыли [8], как показано в статье [17], не удовлетворяет условию причинности Гильберта, поэтому вывод о коллапсе пылевого шара *неправомерен*. Таким образом, неравенства (28) свидетельствуют о том, что согласно принципу причинности Гильберта и уравнениям ОТО образование черных дыр невозможно, и часто встречающееся в литературе [2], [3] утверждение о том, что существование черных дыр следует из ОТО Эйнштейна, как видим, неверно. Более того, как мы показали выше, образование черных дыр несовместимо с принципом причинности Гильберта, уравнениями ОТО, законом сохранения числа барионов и с законом сохранения электрического заряда. Так что прав был Эйнштейн, когда в 1939 г. писал, что в реальном мире отсутствуют шварцшильдовские сингулярности.

Благодарности. Авторы выражают глубокую благодарность А. А. Власову, С. С. Герштейну, В. И. Денисову, В. В. Киселеву, Ю. М. Лоскутову, В. А. Петрову, А. П. Самохину, К. А. Свешникову, Н. Е. Тюрину за ценные обсуждения.

Список литературы

- [1] М. Рис, Р. Руффини, Дж. Уилер, *Черные дыры, гравитационные волны и космология*, Мир, М., 1977.
- [2] И. Д. Новиков, В. П. Фролов, *Физика черных дыр*, Наука, М., 1989.
- [3] Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уилер, *Гравитация*, т. 3, Мир, М., 1977.
- [4] Е. С. Куранский (ред.), *Альберт Эйнштейн и теория гравитации*, Мир, М., 1979.
- [5] А. Эйнштейн, *Собрание научных трудов*, т. 2, Наука, М., 1966.

- [6] Р. Ф. Фейнман, Ф. Б. Мориниго, У. Г. Вагнер, *Фейнмановские лекции по гравитации*, Янус-К, М., 2000.
- [7] Д. Гильберт, *Избранные труды*, Факториал, М., 1998.
- [8] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 2: *Теория поля*, Наука, М., 2001.
- [9] Р. Толмен, *Относительность, термодинамика и космология*, Наука, М., 1974.
- [10] Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Релятивистская астрофизика*, Наука, М., 1967.
- [11] В. А. Фок, *Теория пространства, времени и тяготения*, Физматлит, М., 1961.
- [12] С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, *Докл. РАН*, **436**:4 (2011), 462–463.
- [13] С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, *Докл. РАН*, **439**:2 (2011), 178–179.
- [14] Т. Marshall, *Fields tell matter how to move*, arXiv:1103.6168.
- [15] A. Mitra, *J. Math. Phys.*, **50**:4 (2009), 042502, 3 pp., arXiv:0904.4754.
- [16] Дж. Л. Синг, *Общая теория относительности*, ИЛ, М., 1963.
- [17] С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, *Докл. РАН*, **421**:1 (2008), 34–36.

Поступила в редакцию 14.06.2011