Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. А. Куперин, С. Б. Левин, Методы теории расширений в задаче рассеяния и аннигиляции для $\bar{p}d$ -системы, *ТМФ*, 1999, том 118, номер 1, 74–94

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf687>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.97.219

26 апреля 2023 г., 12:04:19

МЕТОДЫ ТЕОРИИ РАСШИРЕНИЙ В ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ И АННИГИЛЯЦИИ ДЛЯ $\bar{p}d$ -СИСТЕМЫ

Рассматривается задача трехчастичного рассеяния и аннигиляции в системе трех сильно взаимодействующих заряженных частиц ($\bar{p}pn$). Для описания процессов упругого рассеяния и развала в нуклонном канале и процесса аннигиляции в мезонные каналы предложена математическая модель, основанная на теории расширений симметрических операторов. В рамках этой модели построены модифицированные интегральные уравнения Фаддеева с энергозависящими взаимодействиями, учитывающими процессы аннигиляции, и доказана их однозначная разрешимость в подходящих функциональных классах. На этой основе выведены соответствующие дифференциальные уравнения Фаддеева, построены асимптотические граничные условия для компонент волновых функций и сформулированы граничные задачи для системы, составленной из нуклонных и мезонных каналов. Полученные результаты применены для описания процессов рассеяния и аннигиляции в трехчастичной системе $\bar{p}d$.

1. ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на достигнутый за последние 30 лет существенный прогресс в описании динамики нескольких точечных (бесструктурных) квантовых объектов [1–7] методы этих (и многих других) работ не были применены для описания процессов, происходящих в системах нескольких частиц, обладающих той или иной внутренней структурой. К таким объектам относятся адроны, обладающие сложной кварк-глюонной структурой и/или атомные ядра, трактуемые как нуклонные кластеры. В системах нескольких частиц с нетривиальной внутренней структурой для описания процессов, в которых эта структура играет существенную роль, применялись различные подходы [8–19]. Все они сводились к построению феноменологических моделей для описания эффективных взаимодействий, несущих информацию о внутренней структуре частиц, с последующим рассмотрением системы нескольких бесструктурных частиц, взаимодействующих посредством построенных эффективных потенциалов. Не останавливаясь подробно на различных способах построения эффективных взаимодействий между квантовыми объектами с внутренней структурой, отметим лишь одно общее свойство таких эффектив-

* Научно-исследовательский институт физики, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

† Физический факультет, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

ных взаимодействий: все они зависят от спектрального параметра (энергии). Соответственно формально построенный с такими взаимодействиями двух- или трехчастичный гамильтониан не может быть интерпретирован как квантово-механический оператор энергии, поскольку область его определения зависела бы от спектрального параметра. В силу этого для систем нескольких частиц, обладающих нетривиальной внутренней структурой или, что эквивалентно, взаимодействующих через зависящие от энергии потенциалы, корректная формулировка теории рассеяния, подобная формулировке Фаддеева, в рамках упомянутых выше подходов [1–7] построена быть не могла.

Трудность, связанная с энергозависимостью взаимодействий частиц с внутренней структурой, была преодолена в работах [20–28] для систем двух и трех нейтральных частиц методами теории расширений симметричных операторов.

Теория рассеяния для систем нескольких частиц с внутренней структурой, основанная на технике самосопряженных расширений, применялась в ряде конкретных задач адронной и ядерной физики [29–33] и физики твердого тела [34, 35]. Однако во всех этих задачах спектр гамильтонианов, описывающих внутренние степени свободы, считался дискретным, а сами частицы, участвующие в процессах рассеяния, – нейтральными. С математической точки зрения представлялось интересным обобщить теорию рассеяния для систем нескольких частиц с внутренней структурой на случай наличия непрерывного спектра у гамильтонианов внутренних каналов, а также на системы заряженных частиц, взаимодействие между которыми включало бы наряду с короткодействующим энергозависимым оператором также и кулоновское дальное действие. Одной из важных физических систем, для описания которой подобное обобщение теории рассеяния необходимо, является система нескольких нуклонов и антинуклонов, например система $\bar{p}(pn)$. Построению строгой схемы для описания трехчастичных процессов рассеяния и аннигиляции в системе $\bar{p}d$ и посвящена данная работа. Из-за недостатка места мы не доказываем сформулированные утверждения, ограничиваясь лишь изложением математической концепции в целом. Соответствующие доказательства [36] будут опубликованы в отдельной работе.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Впервые модель связанных каналов была рассмотрена для описания процессов $\bar{N}N$ -рассеяния в работах [37, 38]. В этой модели динамика рассматриваемой физической системы описывается самосопряженным оператором h ,

$$h\psi = z\psi, \quad (1)$$

где

$$h = \begin{pmatrix} h^{\text{ex}} & V \\ V^* & h^{\text{in}} \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь гамильтонианы h^{ex} и h^{in} описывают динамику в нуклонном канале и канале распада нуклонов, соответственно. Операторы V и V^* обеспечивают связь этих каналов.

В развиваемом нами подходе предполагается, что полная динамика, учитывающая взаимодействие внутренних (кварковых) и внешних (нуклонных) степеней свободы, задается самосопряженным оператором h специальной структуры. Оператор h действует

в ортогональной сумме $\mathcal{H} = \mathcal{H}^{\text{ex}} \oplus \mathcal{H}^{\text{in}}$ пространств, где $\mathcal{H}^{\text{in}}$ – гильбертово пространство, отвечающее динамике внутренних степеней свободы, $\mathcal{H}^{\text{ex}}$ – гильбертово пространство, отвечающее свободному движению частиц без учета их внутренней структуры. Опишем способ построения гамильтониана h . Пусть в пространствах $\mathcal{H}^{\text{ex}}$ и $\mathcal{H}^{\text{in}}$ действуют гамильтонианы (самосопряженные операторы) h^{ex} и h^{in} , соответственно. Ортогональная сумма $h^{\text{ex}} \oplus h^{\text{in}}$ определяет гамильтониан, задающий независимые динамики во внутреннем и внешнем каналах. Для включения взаимодействия между каналами предлагается сузить операторы h^{in} в $\mathcal{H}^{\text{in}}$ и h^{ex} в $\mathcal{H}^{\text{ex}}$ до симметричных операторов h_0^{in} и h_0^{ex} . Затем необходимо образовать все самосопряженные расширения оператора $h_0^{\text{ex}} \oplus h_0^{\text{in}}$. Каждое такое самосопряженное расширение h мы будем интерпретировать как полный гамильтониан, задающий динамику во внутреннем и внешнем каналах и взаимодействие между ними. Характер взаимодействия определяется как способом сужения операторов h^{in} и h^{ex} , так и выбором конкретного самосопряженного расширения.

Перейдем теперь, следуя методам работ [39–41], к реализации описанной выше общей схемы. Рассмотрим модель, в которой внутренний и внешний каналы связываются с помощью граничных условий на некоторой поверхности $\gamma \subset R^3$. Динамика внешних степеней свободы задается самосопряженным оператором $h^{\text{ex}} u_0 = (-\Delta_x + \tilde{v}(x)) u_0$, действующим в пространстве $\mathcal{H}^{\text{ex}} = L^2(R^3)$. Периферическое взаимодействие $\tilde{v}(x)$ в настоящей работе – это оператор умножения на кулоновский потенциал $n_\alpha / |x_\alpha|$, где n_α – эффективный заряд в системе. Динамика внутренних степеней свободы задается произвольным самосопряженным оператором h^{in} , действующим в пространстве $\mathcal{H}^{\text{in}}$. Согласно спектральной теореме для самосопряженных операторов оператор h^{in} однозначно определяется через спектр и спектральные проекторы

$$h^{\text{in}} u_1 = \int_{-M}^{\infty} \zeta dE_\zeta u_1.$$

Здесь $-M$ является нижней границей спектра, dE_ζ – спектральный проектор, отвечающий точке ζ вещественной оси.

Следуя общей схеме, необходимо построить сужение операторов h^{ex} и h^{in} . Сужение внешнего гамильтониана достигается дополнительным требованием на функции u_0 , а именно требованием обращения в нуль функции и ее нормальной производной на поверхности γ :

$$\mathcal{D}(h_0^{\text{ex}}) = \left\{ u_0 \in W_2^2(R^3), u_0|_\gamma = \partial_n u_0|_\gamma = 0 \right\}. \quad (3)$$

Поверхность γ в конфигурационном пространстве может рассматриваться как поверхность фазового перехода в том смысле, что на ней сосредоточен носитель модельного потенциала, обеспечивающего возможность перехода системы из нуклонного канала в мезонный и обратно. Сужение внутреннего гамильтониана h^{in} строится по схеме, предложенной в работах [24–27]. Именно, $D(h_0^{\text{in}}) = (h^{\text{in}} - i\eta)^{-1} \mathcal{N}_{i\eta}^\perp$, где $\mathcal{N}_{i\eta}^\perp$ – ортогональное дополнение в $\mathcal{H}^{\text{in}}$ к порождающему подпространству $\mathcal{N}_{i\eta}$ оператора h^{in} в точке $z = i\eta$. Соответственно $h_0^{\text{in}} = h^{\text{in}} \upharpoonright D(h_0^{\text{in}})$. Ниже ради простоты мы полагаем, что спектр оператора h^{in} простой, т.е. $\dim \mathcal{N}_{i\eta} = 1$.

Самосопряженные расширения оператора $h_0^{\text{ex}} \oplus h_0^{\text{in}}$ удобно описывать в терминах “баланса” граничных форм операторов h_0^{ex} и h_0^{in} :

$$\{u_0, v_0\}^{\text{ex}} + \{u_1, v_1\}^{\text{in}} = 0. \quad (4)$$

Граничная форма $\{, \}^{\text{ex}}$ внешнего оператора определяется соотношением

$$\begin{aligned} \{u, v\}^{\text{ex}} &= \langle h_0^* u, v \rangle - \langle u, h_0^* v \rangle = \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\int_{\gamma_{\delta}^+} d\sigma (\partial_n u \bar{v} - u \partial_n \bar{v}) - \int_{\gamma_{\delta}^-} d\sigma (\partial_n u \bar{v} - u \partial_n \bar{v}) \right], \quad (5) \\ u, v &\in \mathcal{D}(h_0^*), \end{aligned}$$

где $\gamma_{\delta}^{\pm} = \{x \in \omega^{\pm} : \text{dist}(x, \gamma) = \delta\}$, ∂_n – нормальная производная к поверхности γ . Аналогом граничной формы (5) во внутреннем пространстве служит симплектическая форма

$$\{u, v\}^{\text{in}} = \zeta^-(u) \overline{\zeta^+(v)} - \zeta^+(u) \overline{\zeta^-(v)}, \quad u, v \in \mathcal{H}^{\text{in}}, \quad (6)$$

где $\zeta^{\pm}(f) \in C$ – граничные значения элемента f [24–27]. Числа $\zeta^{\pm}(f)$ – коэффициенты разложения проекции элемента f на дефектное подпространство $\mathcal{N}_{i\eta}$ оператора $(h_0^{\text{in}})^*$ по специально выбранному базису $\{\omega^{\pm}\} \in \mathcal{N}_{i\eta} + \mathcal{N}_{-i\eta}$ [24–27].

Поверхность γ , на которой происходит сужение области определения оператора h^{ex} , в данной задаче представляет собой сферу радиуса r_0 . Здесь r_0 имеет смысл радиуса короткодействующего взаимодействия, представляющего собой в данной модели сумму ядерного и аннигиляционного взаимодействий.

Если в пространстве граничных значений задать связь [24–27]

$$[\partial_n u_0]|_{\gamma} = -\varphi \zeta^-(u_1), \quad (7)$$

$$\zeta^+(u_1) = \langle u_0|_{\gamma}, \varphi \rangle, \quad (8)$$

параметризованную функцией $\varphi \in L^2(\gamma)$, то условие (4) будет выполнено, а соответствующий оператор h окажется самосопряженным расширением в пространстве $\mathcal{H}^{\text{ex}} \oplus \mathcal{H}^{\text{in}}$ оператора $h_0^{\text{ex}} \oplus h_0^{\text{in}}$. Здесь $[\partial_n u_0]|_{\gamma}$ – скачок нормальной производной функции u_0 , $u_0|_{\gamma}$ – след этой функции на γ .

Спектральная задача $h\mathcal{U} = z\mathcal{U}$, $\mathcal{U} = (u_0, u_1)$ в сумме каналов может быть редуцирована во внешний канал $\mathcal{H}^{\text{ex}}$ исключением переменной u_1 . В работах [24–27] показано, что такая редукция с учетом соотношений (7), (8) порождает в пространстве $\mathcal{H}^{\text{ex}}$ дополнительный к $\tilde{v}$ энергозависящий обобщенный потенциал $v(z)$:

$$v(z)u_0 = -\Delta^{\text{in}}(z)\langle u_0|_{\gamma}, \varphi \rangle \varphi,$$

где

$$\Delta^{\text{in}}(z) = P_{i\eta} \frac{\eta^2 + zh^{\text{in}}}{h^{\text{in}} - z} P_{i\eta}$$

– интеграл Шварца спектральной меры оператора h^{in} , $P_{i\eta}$ – ортопроектор на $\mathcal{N}_{i\eta}$ в $\mathcal{H}^{\text{in}}$.

Параметры φ , r_0 , η могут быть зафиксированы [39–41] по имеющимся $\bar{p}p$ - и $\bar{p}n$ - экспериментальным данным.

3. ОПЕРАТОР ЭНЕРГИИ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ С НЕПРЕРЫВНЫМ СПЕКТРОМ ВО ВНУТРЕННИХ КАНАЛАХ

При переходе к системе трех частиц с внутренней структурой реализация описанной в разделе 2 общей схемы требует ряда модификаций [24–27]. Центральной проблемой при этом является задача построения полного самосопряженного трехчастичного оператора энергии, действующего в сумме внешнего и внутренних каналов. Этот оператор должен также удовлетворять некоторым дополнительным требованиям, главными из которых являются следующие: взаимодействия, получаемые методами теории расширений в трехчастичном конфигурационном пространстве, должны носить парный характер; полный оператор энергии с такими взаимодействиями должен быть полуограничен снизу. В описываемой ниже конструкции перечисленные требования выполнены.

Обозначим через h_α , $\alpha = 1, 2, 3$, гамильтониан h α -й двухчастичной подсистемы с дополнительным каналом рассеяния, построенный в предыдущем разделе.

Рассмотрим теперь систему трех частиц, в которой взаимодействуют частицы каждой парной подсистемы. В этом случае мы имеем дело с тремя, вообще говоря, различными внутренними подпространствами $\mathcal{F}_\alpha^{\text{in}} = \mathcal{H}_\alpha^{\text{in}} \otimes L^2(R_{y_\alpha}^3)$, $\alpha = 1, 2, 3$, и действующими в них гамильтонианами $H_\alpha^{\text{in}} = h_\alpha^{\text{in}} \otimes I_{y_\alpha} + I_\alpha^{\text{in}} \otimes (-\Delta_{y_\alpha})$, где I_{y_α} и I_α^{in} – единичные операторы в пространстве $L^2(R_{y_\alpha}^3)$ и $\mathcal{H}_\alpha^{\text{in}}$, а также с общим внешним пространством $\mathcal{F}_0^{\text{ex}} = L^2(R^6)$, в котором действует самосопряженный оператор $H^{\text{ex}} = -\Delta + \sum_\alpha \tilde{v}_\alpha(x_\alpha)$. Здесь $\tilde{v}_\alpha$ – кулоновские операторы взаимодействия в α -й парной заряженной подсистеме, а $\Delta = \Delta_{x_\alpha} + \Delta_{y_\alpha}$ – шестимерный оператор Лапласа. Выделим, следуя работам [24–27], в пространстве $\mathcal{F}_\alpha^{\text{in}}$ дефектные подпространства оператора $H_{\alpha 0}^{\text{in}} = h_{\alpha 0}^{\text{in}} \otimes I_{y_\alpha} + I_\alpha^{\text{in}} \otimes (-\Delta_{y_\alpha})$ с фиксированным в них базисом $\{w_\alpha^\pm\}$. В отличие от двухчастичной конструкции раздела 2 коэффициенты разложения $\zeta_\alpha^\pm$ по этому базису будут уже не числами, а функциями дополнительной переменной y_α .

Тогда полный оператор энергии H , удовлетворяющий перечисленным в начале этого раздела требованиям, задается следующим выражением [24–27, 36]:

$$\begin{aligned} HU &= \begin{cases} H^{\text{ex}} u_0, \\ -\Delta_{y_\alpha} u_\alpha + h_\alpha^{\text{in}} \tilde{u}_\alpha - \zeta_\alpha^- w_\alpha^+ + \zeta_\alpha^+ w_\alpha^-, \end{cases} \\ U &= (u_0, u_\alpha), \quad \alpha = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (9)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} [\partial_n u_0]|_{\Gamma_\alpha} &= -\zeta_\alpha^-(y_\alpha) \varphi_\alpha(x_\alpha), \\ \zeta_\alpha^+(y_\alpha) &= \langle u_0, \varphi_\alpha \rangle(y_\alpha) = \int_{S_{r_0}^\alpha} dx_\alpha u_0(X) \bar{\varphi}_\alpha(x_\alpha). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $X = x_\alpha \oplus y_\alpha$, $S_{r_0}^\alpha$ – сфера радиуса r_0 в пространстве $R_{x_\alpha}^3$, а вектор-функция $U = (u_0, u_\alpha)$ принадлежит области определения $D(H)$ оператора H , детально описанной в работах [24–27, 36]. Отметим, что граничные условия здесь уже задаются не на сфере $S_{r_0}^\alpha$, а на пятимерных цилиндрах $\Gamma_\alpha = S_{r_0}^\alpha \times R_{y_\alpha}^3$. В работе [36] показано, что так же, как и в случае дискретного спектра во внутренних каналах [24–27], в рассматриваемой здесь ситуации дополнительных граничных условий на пересечении цилиндров Γ_α ,

$\alpha = 1, 2, 3$, не возникает. Последнее означает, что построенные ниже энергозависящие взаимодействия в задаче трех тел будут носить парный характер или, иными словами, предложенная конструкция исключает трехчастичные силы.

4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ КОМПОНЕНТ РЕЗОЛВЕНТЫ СИСТЕМЫ ТРЕХ ТЕЛ

Цель этого раздела – осуществить перенос двухчастичных энергозависящих взаимодействий $v(z)$ в трехчастичное конфигурационное пространство и показать, что резольвента $R(z) = (H - z)^{-1}$ полного гамильтониана H может быть однозначно восстановлена по одному из ее блоков, отвечающему внешнему каналу $\mathcal{F}_0^{\text{ex}}$. Всюду ниже, если не оговорено особо, мы полагаем $\text{Im } \sqrt{z} > 0$. Поскольку полное гильбертово пространство $\mathcal{F}$ есть прямая сумма $\mathcal{F} = \bigoplus_a \mathcal{F}_a$, $a = 0, 1, 2, 3$, пространств $\mathcal{F}_0^{\text{ex}} = \mathcal{F}_a$ при $a = 0$ и $\mathcal{F}_\alpha^{\text{in}} = \mathcal{F}_a$ при $a = \alpha$, резольвента $R(z)$ имеет естественную блочную структуру и может быть представлена в виде (4×4) -матрицы $R(z) = \{R_{ab}(z)\}$, $a, b = 0, 1, 2, 3$, а ее блоки $R_{ab}(z)$ в силу самосопряженности оператора H связаны соотношением $R_{ab}^*(z) = R_{ba}(\bar{z})$.

Как и в случае системы трех частиц с чисто дискретным спектром операторов, описывающих динамику во внутренних каналах, приходим к следующей замкнутой краевой задаче для компонент $R_{0b}(z)$ [36]:

$$(H_0^{\text{ex}*} - zI)R_{0b}(z) = \delta_{0b}\delta(X - X'), \quad X, X' \notin \Gamma, \quad (11)$$

$$[\partial_n R_{0b}]_{\Gamma_\alpha}^* = -\varphi_\alpha Q_\alpha(z) \langle R_{0b}^*, \varphi_\alpha \rangle - \varphi_\alpha \delta_{\alpha b} \hat{Q}_\alpha(z)^* . \quad (12)$$

Оказывается, что, как и в двухчастичном случае, краевая задача (11), (12) может быть переформулирована в терминах зависящих от энергии z обобщенных операторов взаимодействия $V_\alpha(z)$ [24–27, 36]:

$$V_\alpha(z)u_0 = \delta_{\Gamma_\alpha} \tilde{V}_\alpha(z)u_0, \quad (13)$$

где $\tilde{V}_\alpha(z): \mathcal{F}_0^{\text{ex}} \rightarrow \mathcal{F}_0^{\text{ex}}$ – интегральный оператор вида $\tilde{V}_\alpha(z)^* = -\langle Q_\alpha(z)^*, \varphi_\alpha \rangle \varphi_\alpha$, а δ_{Γ_α} – дельта-функция с носителем на Γ_α . Ядро оператора $Q_\alpha(y_\alpha, y'_\alpha, z)$ описано ниже.

Введем оператор $H_\alpha = h_\alpha \otimes I_{y_\alpha} + I_\alpha \otimes (-\Delta_{y_\alpha})$, заданный на функциях (u_0, u_α) (α фиксировано), удовлетворяющих граничным условиям (10). В силу парного характера условий связи каналов (10) переменные в операторе H_α разделяются. Поэтому операторы $Q_\alpha(z)$ и $\hat{Q}_\alpha(z)$, а следовательно, и потенциалы $V_\alpha(z)$ допускают явные представления в терминах соответствующих величин, ассоциированных с двухчастичной подсистемой. Именно ядра операторов $Q_\alpha(z): L^2(R_{y_\alpha}^3) \rightarrow L^2(R_{y_\alpha}^3)$ и $\hat{Q}_\alpha(z): \mathcal{F}_\alpha^{\text{in}} \rightarrow L^2(R_{y_\alpha}^3)$ могут быть выражены через двухчастичный интеграл Шварца $\Delta_\alpha^{\text{in}}(z)$, функционал

$$\hat{\Delta}_\alpha^{\text{in}}(z) = P_{\mathcal{M}_{i\eta_\alpha}} \frac{h_\alpha^{\text{in}} - i\eta_\alpha}{h_\alpha^{\text{in}} - zI}$$

и ядро $r_0(y_\alpha - y'_\alpha, z)$ резольвенты $r_0(z) = (-\Delta_{y_\alpha} - z)^{-1}$ оператора Лапласа $-\Delta_{y_\alpha}$:

$$Q_\alpha(y_\alpha - y'_\alpha, z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Omega_\alpha} \Delta_\alpha^{\text{in}}(\omega) r_0(y_\alpha - y'_\alpha, z - \omega) d\omega, \quad (14)$$

где контур Ω_α охватывает спектр оператора h_α^{in} . Для предельных значений энергии при приближении к вещественной оси получим [36], что

$$Q_\alpha(y_\alpha - y'_\alpha, E \pm i0) = \frac{1}{4\pi|y_\alpha - y'_\alpha|} \int_{-M_\alpha}^{\infty} \exp\{\pm i\sqrt{E-q}|y_\alpha - y'_\alpha|\}(q^2 + \eta_\alpha^2)\mu'_\alpha(q) dq.$$

Здесь $-M_\alpha$ является порогом аннигиляции в паре α , η_α и $\mu(q)$ — соответственно числовой и функциональный параметры модельного короткодействующего (аннигиляционно-ядерного) потенциала в паре α .

Для оператора $\widehat{Q}_\alpha(z)$ справедливо аналогичное представление. Нужно лишь в формуле (14) произвести замену $\Delta_\alpha^{\text{in}}(z) \rightarrow \widehat{\Delta}_\alpha^{\text{in}}(z)$.

Формулы (13), (14) задают правило переноса двухчастичного энергозависящего взаимодействия $v(z)$ раздела 2 в трехчастичную задачу с сохранением парного характера $V(z)$. Последнее в нашем случае означает, что ядро $\widehat{V}_\alpha(z)$ в силу (14) является трансляционно-инвариантным по переменной y_α .

Так же как и в случае внутренних каналов с дискретным спектром [24–27], справедливо следующее утверждение.

ЛЕММА 1. *Резольвента $R(z) = \{R_{ab}(z)\}$ оператора H однозначно восстанавливается по матричному элементу $R_{00}(z)$.*

Таким образом, задача исследования резольвенты $R(z)$ сводится к изучению лишь одной ее компоненты $R_{00}(z)$. В силу условий (11), (12) при $b = 0$ убеждаемся в том, что квазирезольвента

$$G(z) = \left(H^{\text{ex}} + \sum_{\alpha} V_\alpha(z) - z \right)^{-1}$$

совпадает с блоком $R_{00}(z)$ полной резольвенты $R(z) = (H - z)^{-1}$. Таким образом, из леммы 1 следует, что достаточно изучить аналитическую и асимптотическую структуры квазирезольвенты $G(z)$ и затем по ней восстановить все блоки $R_{ab}(z)$, $a, b \neq 0$.

5. МОДИФИЦИРОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА ВО ВНЕШНЕМ КАНАЛЕ $\mathcal{H}^{\text{ex}}$

Поскольку в рассматриваемой трехчастичной системе присутствует кулоновское притяжение, для ее исследования необходимо построить модифицированные уравнения Фаддеева со “срезками” [42].

Пусть $\chi_\alpha(|x_\alpha|, |y_\alpha|)$ — гладкая функция, равная единице в компакте $K_\alpha \in R^6$ и быстро стремящаяся к нулю вне K_α . Следуя [42], разобьем полную потенциальную энергию V_α в паре α на два слагаемых с помощью “срезки” χ_α :

$$V_\alpha(X) = \widehat{V}_\alpha(X) + V_\alpha^{(0)}(X), \quad (15)$$

где

$$\widehat{V}_\alpha = V_\alpha^s + \frac{n_\alpha}{|x_\alpha|} \chi_\alpha, \quad V_\alpha^{(0)} = \frac{n_\alpha}{|x_\alpha|} (1 - \chi_\alpha). \quad (16)$$

Здесь V_α^s – короткодействующее (ядерное и аннигиляционное) взаимодействие. Будем называть $\hat{V}_\alpha$ короткодействующей частью потенциала, $V_\alpha^{(0)}$ – дальнедействующей. Подчеркнем, что V_α^s в тех парных подсистемах α , где имеет место аннигиляция, есть энергозависимый обобщенный потенциал $V_\alpha(z)$, т.е. интегральный оператор с ядром (13). В других подсистемах V_α^s может носить характер оператора умножения на функцию $v_\alpha^s(x_\alpha) \otimes I_{y_\alpha}$, где $v_\alpha^s(x_\alpha)$ – любой не зависящий от энергии нуклон-нуклонный потенциал.

Как и в [42], обозначим через H^{as} гамильтониан, порожденный дальнедействующими частями потенциала,

$$H^{\text{as}} = -\Delta_X + \sum_{\alpha} V_\alpha^{(0)} = -\Delta_X + V^{(0)}, \quad (17)$$

и назовем его асимптотическим гамильтонианом.

Пусть $\hat{H}_\alpha$ – оператор энергии, в котором учтена короткодействующая часть взаимодействия пары α ,

$$\hat{H}_\alpha = H^{\text{as}} + \hat{V}_\alpha = -\Delta_X + V_\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} V_\beta^{(0)}. \quad (18)$$

Изучение спектра оператора $\hat{H}_\alpha$ может быть проведено методами работ [42, 43] с учетом специфики энергозависимых взаимодействий. Мы не будем воспроизводить соответствующее исследование [36], а лишь отметим, что, например, в наиболее интересном и сложном случае, когда индекс α соответствует паре $\bar{p}p$, непрерывный спектр оператора $\hat{H}_\alpha$ состоит из трех типов ветвей: $[-\varepsilon_{\alpha,i}, \infty)$, $[-M_\alpha, \infty)$ и $[0, \infty)$. Ветви $[-\varepsilon_{\alpha,i}, \infty)$ соответствуют рассеянию связанной пары α с энергией связи $-\varepsilon_{\alpha,i}$, $i = 1, 2, \dots, \infty$, на фоне дальнедействующих кулоновских частей $V_\beta^{(0)}$, отвечающих остальным парам. Для системы $\bar{p}d$ имеем $V_\beta^{(0)} \equiv 0$, $\beta \neq \alpha$, поскольку третья частица является незаряженной. Значения $-\varepsilon_{\alpha,i}$ соответствуют вырожденным точкам дискретного спектра кулоновского оператора, оставшимся на вещественной оси после исключения дополнительного канала рассеяния (канала аннигиляции) [36]. Ветвь $[-M_\alpha, \infty)$ отвечает дополнительному каналу рассеяния в паре α (каналу аннигиляции). Наконец, ветвь $[0, \infty)$ может быть интерпретирована как ветвь трехчастичного развала: $\bar{p} + d \rightarrow \bar{p} + p + n$.

Обозначим через $G_{\text{as}}(z)$, $G_\alpha(z)$, $G(z)$ резольвенты операторов H^{as} , $\hat{H}_\alpha$,

$$\hat{H} = H^{\text{ex}} + \sum_{\alpha} V_\alpha(z),$$

соответственно, и определим модифицированные компоненты $M_{\alpha\beta}$ трехчастичной T -матрицы соотношением $M_{\alpha\beta}(z) = \hat{V}_\alpha G_{\alpha\beta} - \hat{V}_\alpha G(z) \hat{V}_\beta$, где $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера. В терминах $M_{\alpha\beta}$ введем компоненты Фаддеева $G_{\alpha\beta}(z)$ квазирезольвенты $G(z)$: $G_{\alpha\beta}(z) = -G_{\text{as}}(z) M_{\alpha\beta} G_{\text{as}}(z)$. Как и для трех бесструктурных заряженных частиц [42], можно показать [36], что компоненты $G_{\alpha\beta}$ подчиняются модифицированным интегральным уравнениям Фаддеева

$$G_{\alpha\beta}(z) = \delta_{\alpha\beta} (G_\alpha(z) - G_{\text{as}}(z)) - G_\alpha(z) \hat{V}_\alpha(z) \sum_{\gamma \neq \alpha} G_{\gamma\beta}(z). \quad (19)$$

Заметим, что аналитические и асимптотические свойства резольвенты $G(z)$ определяются свойствами ядер интегральных операторов $G_\alpha(z)\widehat{V}_\alpha(z)$ и свободного члена $G_\alpha(z) - G_{\text{as}}(z)$.

Обозначим через $\Psi_{\alpha,i}$ волновые функции непрерывного спектра оператора $\widehat{H}$, отвечающие ветвям $[-\varepsilon_{\alpha,i}, \infty)$. Функции $\Psi_{\alpha,i}(X, q_\alpha)$ описывают процессы рассеяния $(2 \rightarrow 2)$ и $(2 \rightarrow 3)$ связанной пары α на третьей частице, движущейся с относительным импульсом q_α . Через $\Psi_0(X, P)$ будем обозначать волновые функции, соответствующие ветви $[0, \infty)$. Этот тип функций отвечает процессам рассеяния $(3 \rightarrow 3)$ и $(3 \rightarrow 2)$, в которых начальные частицы не связаны и движутся с относительными импульсами q_α , p_α , $q_\alpha \oplus p_\alpha = P$.

Функции Ψ_a , $a = 0, \{\alpha, i\}$, $\alpha = 1, 2, 3$, $i = 1, 2, \dots, N_\alpha$, удовлетворяют уравнению Шредингера во внешнем канале $\mathcal{H}^{\text{ex}}$ [36]:

$$(\widehat{H} - E)\Psi_a = 0, \quad (20)$$

где $E = q_\alpha^2 - \varepsilon_{\alpha,i}$ для $\Psi_{\alpha,i}(X, q_\alpha)$ или $E = P^2$ для $\Psi_0(X, P)$, N_α — число связанных состояний в паре α .

Определим компоненты Фаддеева волновой функции Ψ_a равенством

$$\Phi_\alpha^{A(\pm)} = -G_{\text{as}}(E \pm i0)\widehat{V}_\alpha\Psi_a,$$

где $A = \{\alpha, i\}$, $\alpha = 1, 2, 3$, $i = 1, 2, \dots, N_\alpha$. Применив к нему слева оператор $H^{\text{as}} - E$, получим однородную систему дифференциальных уравнений для компонент $\Phi_\alpha^{A(\pm)}$:

$$(H^{\text{as}} + \widehat{V}_\alpha - E)\Phi_\alpha^{A(\pm)} = -\widehat{V}_\alpha \sum_{\beta \neq \alpha} \Phi_\beta^{A(\pm)}.$$

Для описания процессов рассеяния $\bar{p} + d$ следует выделить в этой однородной системе уравнений начальное состояние $\chi_\alpha^{(0)}$, отвечающее асимптотическому движению антипротона в эффективном поле дейтрона:

$$\Phi_\alpha^{A(\pm)} = \delta_{\beta\alpha}\chi_\beta^{(0)} + \widetilde{\Phi}_\alpha^{A(\pm)}. \quad (21)$$

Функция $\chi_\beta^{(0)}$ представима [36, 42] в факторизованном виде $\chi_\beta^{(0)} = \psi_d(x_\beta)\psi_c^{\text{eff}}(y_\beta)$, где ψ_d — волновая функция дейтрона, а ψ_c^{eff} удовлетворяет двухчастичному уравнению Шредингера с эффективным кулоновским взаимодействием $n_{\beta\beta}/|y_\beta|$, где

$$n_{\beta\beta} = \sum_{\gamma \neq \beta} \frac{n_\gamma}{|s_{\gamma\beta}|},$$

$s_{\gamma\beta}$ — элемент матрицы поворота, связывающей различные якобиевы координаты в трехчастичной системе. Подставляя функцию $\Phi_\alpha^{A(\pm)}$ в виде (21) в однородную

систему, получим неоднородную систему дифференциальных уравнений Фаддеева относительно $\tilde{\Phi}_\alpha^{A(\pm)}$:

$$\begin{aligned} \left(-\Delta_X + V_\alpha(E \pm i0) + \sum_{\gamma \neq \alpha} V_\gamma^{(0)}(X) - E \right) \tilde{\Phi}_\alpha^{B(\pm)} = \\ = -\hat{V}_\alpha(E \pm i0) \left(\delta_{\beta\alpha} \chi_\beta^{(0)} + \sum_{\gamma \neq \alpha} \tilde{\Phi}_\gamma^{B(\pm)} \right), \quad E = q_\alpha^2 + \varepsilon_d. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, мы получили систему дифференциальных уравнений на компоненты волновой функции. Для постановки граничной задачи необходимо получить асимптотические граничные условия. Они будут построены ниже с помощью асимптотик ядер интегральных уравнений (19).

Отметим, что в данной работе мы интересуемся во внешнем канале лишь процессами $2 \rightarrow (2, 3)$, отвечающими наличию связанного состояния во входном канале. Таким образом, нам потребуется только асимптотический вид волновых функций типа $\Psi_{\alpha i}(X, q_\alpha)$ и отвечающих им компонент Фаддеева $\Phi_\beta^{(\alpha i)}$, $\beta = 1, 2, 3$, $\alpha = 1, 2, 3$, $i = 1, \dots, N_\alpha$.

6. СТРОЕНИЕ ЯДЕР G_α И G_{as} ДЛЯ СИСТЕМЫ $\bar{p}pn$

Применим описанную выше конструкцию для описания системы $\bar{p}pn$. Введем нумерацию подсистем следующим образом. Пусть индекс $\alpha = 1$ нумерует подсистему $\bar{p}n$, $\alpha = 2$ нумерует подсистему $\bar{p}p$, наконец, $\alpha = 3$ – подсистему pn . В этих обозначениях

$$\hat{V}_1 = V_1, \quad \hat{V}_2 = V_2 + \frac{n}{|x_2|} \chi(x_2, y_2), \quad \hat{V}_3 = v_d.$$

Здесь $V_\alpha(z)$ – энергозависящие потенциалы, определенные в выражении (13), v_d – локальный потенциал, описывающий взаимодействие в системе pn .

Сформулируем результаты относительно интегральных представлений ядер резольвент G_α , $\alpha = 1, 2, 3$, в виде следующего утверждения.

ЛЕММА 2. При $\text{Im} \sqrt{z} < 0$ ядра G_α , $\alpha = 1, 2, 3$, представимы в виде

$$\begin{aligned} G_1(X, X', z) \approx -\frac{1}{2\pi i} \int_{-M_1}^{\infty} \frac{\exp \{i\sqrt{z-q} |y_1 - y'_1|\}}{4\pi |y_1 - y'_1|} \times \\ \times \left[\frac{g_0^+(x, x', q)}{I - \Delta_1^{\text{in}+}(q) \langle g_0^+(q) \varphi_1, \varphi_1 \rangle} - \frac{g_0^-(x, x', q)}{I - \Delta_1^{\text{in}-}(q) \langle g_0^-(q) \varphi_1, \varphi_1 \rangle} \right] dq, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_2(X, X', z) = & -\frac{1}{4\pi|y_2 - y'_2|} \sum_{k=1}^{\infty} \exp \{i\sqrt{z - \lambda_k} |y_2 - y'_2|\} \pi_k^{(1)}(x, x') + \\
& + \frac{i}{8\pi^2|y_2 - y'_2|} \int_{[-M_2; \infty)/\Lambda_0} \exp \{i\sqrt{z - q} |y_2 - y'_2|\} \times \\
& \times \left[\frac{g_c^+(x, x', q)}{I - \Delta_2^{\text{in}+}(q) \langle g_c^+(q) \varphi_2, \varphi_2 \rangle} - \frac{g_c^-(x, x', q)}{I - \Delta_2^{\text{in}-}(q) \langle g_c^-(q) \varphi_2, \varphi_2 \rangle} \right] dq, \\
G_3(X, X', z) = & \psi_d(x_3) \bar{\psi}_d(x'_3) g_c^{\text{eff}}(y_3 - y'_3, z - \varepsilon_d) + \\
& + F_3^0(X, z) \frac{\exp \{i\sqrt{z} |X - X'|\}}{|X - X'|^{5/2}} \tilde{G}_{\text{as}}(X, X', z),
\end{aligned}$$

где $g_c^{\text{eff}}(y_3 - y'_3, z - \varepsilon_d)$ – резольвента оператора $h^{\text{eff}} = -\Delta_{y_3} + \tilde{v}^{\text{eff}}(y_3)$, а амплитуда $F_3^0(X, z)$ порождается короткодействующим взаимодействием в паре протон–нейтрон.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО [36]. Воспользуемся для ядра G_1 старшим порядком теории возмущений по кулоновскому взаимодействию, а также малостью радиуса ядерного взаимодействия в подсистеме pn по сравнению с первым боровским радиусом в $\bar{p}p$ -подсистеме для получения представления ядра G_3 .

Для описания асимптотических режимов ядер G_α и G_{as} введем [42] ряд областей в трехчастичном конфигурационном пространстве, в которых поведение G_α и G_{as} различно. Пусть $\tilde{\Omega}_\alpha(b_0)$, $\alpha = 1, 2, 3$, – область в R^6 , где расстояние между частицами пары α ограничено некоторой постоянной, $\tilde{\Omega}_\alpha(b_0) = \{X: |x_\alpha| < b_0\}$. Пусть далее $\tilde{\Omega}_{0\alpha}(\nu')$ – область, где выполнены неравенства $b_0 \leq |x_\alpha| < |y_\alpha|^{\nu'}$, $0 < \nu' < 1/2$. Через $\Omega_\alpha(\nu')$ обозначим объединение областей $\tilde{\Omega}_\alpha(b_0)$ и $\tilde{\Omega}_{0\alpha}(\nu')$, $\Omega_\alpha(\nu') = \tilde{\Omega}_\alpha(b_0) \cup \tilde{\Omega}_{0\alpha}(\nu')$. В области $\Omega_\alpha(\nu')$ расстояние между частицами пары α много меньше расстояния до третьей частицы, если $|X| \rightarrow \infty$. Пусть, наконец, $\Omega_{0\alpha}$ лежит в оставшейся части пространства R^6 ; здесь $|x_\alpha| > \max\{|y_\alpha|, b_0\}$. Пусть

$$\Omega_0 = \bigcap_{\alpha} \Omega_{0\alpha}.$$

В области Ω_0 все частицы достаточно далеки одна от другой.

Асимптотики ядер G_α и G_{as} в различных областях трехчастичного конфигурационного пространства имеют вид суперпозиции трехмерных (если в соответствующей паре присутствуют связанные состояния) и шестимерных рассеянных волн. Более точно, справедлива следующая лемма.

ЛЕММА 3 [36]. *Асимптотические выражения для ядер резольвент G_α и G_{as} имеют следующий вид:*

1. В области Ω_0

$$G_1(X, X', z) \xrightarrow{|X'| \rightarrow \infty} C_z F_{01}(X, z) \frac{\exp \{i\sqrt{z} |X'| + iW_0(X')\}}{|X'|^{5/2}}.$$

Здесь амплитуда F_{01} представима в виде

$$F_{01}(X, z) = -\frac{\exp \{-i\langle P, X \rangle\}}{I - \Delta_1^{\text{in}+}(q_0) \langle g_0(q_0) \varphi_1, \varphi_1 \rangle},$$

где $|P| = \sqrt{z}$,

$$C_z = -\frac{1}{2}e^{i\pi/4}(2\pi)^{-5/2}z^{3/4},$$

а $g_0(z)$ – резольвента оператора Лапласа. Точка стационарной фазы

$$q_0 = z \frac{|x'_1|^2}{|X'|^2}.$$

Из-за отсутствия связанных состояний в паре $\alpha = 1$ во всем конфигурационном пространстве асимптотика ядра $G_1(X, X', z)$ убывает как шестимерная сферическая волна [6].

2. Ядро $G_2(X, X', z)$ при $|X'| \rightarrow \infty$ в области Ω_2 будет иметь вид

$$G_2(X, X', z) \xrightarrow{|X'| \rightarrow \infty} - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{N_k-1} \bar{\phi}_m^{(k)}(x'_2) F_{i2}(X, z) \frac{\exp \{i\sqrt{z - \lambda_k} |y'_2|\}}{4\pi |y'_2|}.$$

Здесь амплитуда $F_{i2}(X, z) = \phi_m^{(k)}(x_2) \psi_0(\sqrt{z - \lambda_k} y_2)$, i – мультииндекс $\{m, k\}$, $\psi_0(ky)$ – собственная функция оператора Лапласа.

Ядро $G_2(X, X', z)$ при $|X'| \rightarrow \infty$ в остальных областях конфигурационного пространства будет иметь вид

$$G_2(X, X', z) \xrightarrow{|X'| \rightarrow \infty} C_z F_{02}(X, z) \frac{\exp \{i\sqrt{z} |X'| + iW_0(X')\}}{|X'|^{5/2}}.$$

Амплитуда F_{02} представима следующим образом:

$$F_{02}(X, z) = - \frac{\psi_c^-(x_2, q_0)}{I - \Delta_2^{\text{in}+}(q_0) \langle g_c(q_0) \varphi_2, \varphi_2 \rangle} \exp \{-i\sqrt{z - q_0} y_2\},$$

где

$$q_0 = z \frac{|x'_2|^2}{|X'|^2}.$$

3. Ядро резольвенты $G_3(X, X', E)$ в области Ω_3 может быть представлено в виде

$$G_3(X, X', E \pm i0) \xrightarrow{|X'| \rightarrow \infty} \psi_d(x_3) \bar{\psi}_d(x'_3) \psi_c^{\text{eff} \mp}(y_3, E - \varepsilon_d) \frac{\exp \{\pm i\sqrt{E - \varepsilon_d} y'_3 \pm iW_3(y'_3)\}}{4\pi |y'_3|},$$

где $\psi_c^{\text{eff} \mp}$ – волновые функции, отвечающие точке непрерывного спектра оператора h^{eff} , определенного выше.

В остальных областях конфигурационного пространства представление для $G_3(X, X', z)$ следующее:

$$G_3(X, X', E \pm i0) \xrightarrow{|X'| \rightarrow \infty} F_3^0(X, E) e^{\mp i \langle P, X \rangle} \frac{\exp \{\pm i\sqrt{E} |X'|\}}{|X'|^{5/2}} \tilde{G}_{\text{as}}(X, X', E).$$

4. Резольвента G_{as} имеет асимптотическое представление при $|X - X'| \rightarrow \infty$ во всем конфигурационном пространстве в виде произведения свободной функции Грина на кулоновский фазовый множитель [43]

$$G_{\text{as}}(X, X', z) = C_z \frac{\exp\{i\sqrt{z}|X - X'|\}}{|X - X'|^{5/2}} \tilde{G}_{\text{as}}(X, X', z),$$

где z принадлежит комплексной плоскости Π_0 с разрезом $[0, \infty)$.

Следующим этапом исследования системы уравнений (19) для компонент $G_{\alpha\beta}$ должно быть согласно общей схеме [42] изучение поведения итераций $G_{\alpha\beta}^{(n)}$, $n \geq 1$, ядер системы (19). Не воспроизводя громоздких вычислений $G_{\alpha\beta}^{(n)}$ вплоть до $n = 8$, мы изучим здесь лишь первую итерацию ядер $G_{\alpha\beta}$ и покажем, что для изучаемых энергозависимых взаимодействий первая итерация ядер $G_{\alpha\beta}$ обладает теми же функциональными свойствами, что и для бесструктурных заряженных частиц [42], а эффект энергозависимости и нелокальности по переменной $y_\alpha \in R_{y_\alpha}^3$ операторов $V_\alpha(z)$ сказывается лишь на свойствах соответствующих амплитуд. На этом пути мы не только изучим свойства гладкости итераций $G_{\alpha\beta}^{(n)}$, но и получим явные представления для первого борновского приближения амплитуд упругого рассеяния и развала в нуклонном канале.

Построим первые итерации ядер интегральных уравнений (19) в соответствии со следующим представлением:

$$\begin{aligned} G_{13} &\sim -G_1 \hat{V}_1 (G_3 - G_{\text{as}}), \\ G_{23} &\sim -G_2 \hat{V}_2 (G_3 - G_{\text{as}}), \\ G_{33} &\sim -G_3 \hat{V}_3 (G_{13} + G_{23}). \end{aligned} \quad (23)$$

Мы приведем лишь асимптотики итераций G_{13} и G_{23} . Асимптотика G_{33} может быть построена в рамках той же техники, что и G_{13} , G_{23} , и из-за недостатка места здесь не приводится. Вычислим ядро оператора $G_1 V_1 G_3$ в области конфигурационного пространства Ω_0 и перейдем к пределу $|X'| \rightarrow \infty$, а затем к пределу $|X| \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} G_1 V_1 G_3(X, X', E \pm i0) &\xrightarrow{|X|, |X'| \rightarrow \infty} F_{13}^{3\pm}(q_0) \frac{\exp\{\pm i\sqrt{E}|X| \pm iW_0(X)\}}{|X|^{5/2}} \times \\ &\times \frac{\exp\{\pm i\sqrt{E - \varepsilon_d}|y'_3| \pm iW_3(y'_3)\}}{4\pi|y'_3|} \psi_d(x'_3), \end{aligned} \quad (24)$$

где $W_3(y'_3)$ – кулоновская фаза [42], отвечающая эффективному кулоновскому взаимодействию антипротона с дейтроном,

$$\begin{aligned} F_{13}^{3\pm}(q_0) &= i \frac{C_E}{4\pi^2} \sqrt{E + M_1} \mu'_1(-M_1) \frac{(M_1^2 + \eta_1^2)}{\Xi_1^\pm(q_0)} \langle \psi_0^\mp(q_0), \varphi_1 \rangle \langle \varphi_1, \psi_d \rangle \times \\ &\times \int_{R^3} dy_1'' \psi_0^\mp \left(\sqrt{E} \frac{|y_1|}{|X|}, y_1'' \right) \times \\ &\times \int_{R^6} dX''' \psi_c^{\mp \text{eff}} \left(\sqrt{E - \varepsilon_d} y_3''' \right) \frac{\exp\{\pm i\sqrt{E + M_1}|y_1'' - y_1'''|\}}{|y_1'' - y_1'''|^2}, \end{aligned}$$

где $\psi_c^\mp{}^{\text{eff}}$ – волновые функции кулоновского оператора h^{eff} . Здесь

$$\Xi_1^\pm(q_0) = \frac{1}{1 - \Delta_1^{\text{in}\pm}(q_0)\langle g_0^\pm(q_0)\varphi_1, \varphi_1 \rangle}.$$

Заметим, что интегральный множитель в представлении для амплитуды $F_{13}^{3\pm}(q_0)$

$$\begin{aligned} \int_{R^3} dy_1'' \psi_0^\mp \left(\sqrt{E} \frac{|y_1|}{|X|}, y_1'' \right) \int_{R^6} dX''' \psi_c^\mp{}^{\text{eff}} \left(\sqrt{E - \varepsilon_d} y_3''' \right) \times \\ \times \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E + M_1} |y_1'' - y_1'''| \}}{|y_1'' - y_1'''|^2} \end{aligned} \quad (25)$$

порождается специальным “сверточным” по переменной y_α характером энергозависимого потенциала $V_\alpha(z)$. Наконец, константа

$$C_E = -\frac{1}{2} e^{i\pi/4} (2\pi)^{-3/2} E^{3/4}.$$

При отсутствии связанных состояний в паре α асимптотика ядра G_α убывает как шестимерная сферическая волна во всем пространстве.

В области Ω_1 асимптотика ядра $G_1 V_1 G_3(X, X', E \pm i0)$ убывает как шестимерная сферическая волна, поскольку в паре $\alpha = 1$ нет связанных состояний.

Воспользовавшись представлением для ядра G_3 , найдем асимптотику ядра $G_2 V_2 G_3(X, X', E \pm i0)$ в области Ω_0 :

$$\begin{aligned} G_2 V_2 G_3(X, X', E \pm i0) \xrightarrow{|X|, |X'| \rightarrow \infty} F_{23}^{3\pm}(q_0) \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E} |X| \pm i W_0(X) \}}{|X|^{5/2}} \times \\ \times \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E - \varepsilon_d} |y_3'| \pm i W_3(y_3') \}}{4\pi |y_3'|} \psi_d(x_3'), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} F_{23}^{3\pm}(q_0) = i \frac{C_E}{4\pi^2} \sqrt{E + M_2} \mu_2'(-M_2) \frac{(M_2^2 + \eta_2^2)}{\Xi_2^\pm(q_0)} \langle \psi_c^\mp(q_0), \varphi_2 \rangle \langle \varphi_2, \psi_d \rangle \times \\ \times \int_{R^3} dy_2'' \psi_0^\mp \left(\sqrt{E} \frac{|y_2|}{|X|}, y_2'' \right) \times \\ \times \int_{R^6} dX''' \psi_c^\mp{}^{\text{eff}} \left(\sqrt{E - \varepsilon_d} y_3''' \right) \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E + M_2} |y_2'' - y_2'''| \}}{|y_2'' - y_2'''|^2}, \end{aligned}$$

здесь

$$\Xi_2^\pm(q_0) = \frac{1}{1 - \Delta_2^{\text{in}\pm}(q_0)\langle g_c^\pm(q_0)\varphi_2, \varphi_2 \rangle}.$$

Заметим, что ядро G_2 имеет дискретную и непрерывную части, однако дискретная часть G_2 не вносит вклада в ядро $G_2 V_2$, поскольку потенциал V_2 пропорционален проектору на состояния, порождающие резонансы в паре $\alpha = 2$ и ортогональные связанным состояниям [36]. Таким образом, процесс образования связанных состояний является

запрещенным. Следовательно, во всем конфигурационном пространстве асимптотика ядра $G_2 V_2 G_3(X, X', E \pm i0)$ убывает как шестимерная сферическая волна.

Таким образом, в соответствии с представлением (23) мы вычислили первую итерацию $G_{\alpha\beta}^{(1)}$ ядер интегральных уравнений (19). На основании полученных представлений убеждаемся, что функциональные свойства первой итерации ядер для исследуемой модели не изменились по сравнению со свойствами итераций ядер для системы трех частиц с кулоновским и короткодействующим взаимодействиями, исследованной в [42]. Полученные формулы показывают, что наличие в системе модельного энергозависящего взаимодействия не влияет на скорость асимптотического убывания первой итерации ядер, а лишь порождает дополнительный множитель вида (25) в амплитуде рассеяния. Таким образом, специфика энергозависящих взаимодействий не меняет функциональных классов, в которых строятся решения интегральных уравнений Фаддеева [42]. Для получения точного утверждения мы воспользуемся теми же функциональными классами $\hat{\mathcal{B}}_{\alpha\beta}$ и $\mathcal{B}(\nu', \varepsilon')$, которые были использованы при изучении трех бесструктурных заряженных частиц [42, 43].

На основании приведенных выше асимптотик итераций ядер $G_{\alpha\beta}$ можно сформулировать [42] следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 1. *Ядра операторов $G_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}^{(n-1)}$ при достаточно большом n , $n \geq 8$, являются ядрами класса $\hat{\mathcal{B}}_{\alpha\beta}$. Матричные элементы $A_{\alpha\beta}^{(n)}$ n -й степени ядра интегральных уравнений (19) выражаются в терминах операторов $G_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}^{(n-1)}$ с помощью соотношения [43]*

$$A_{\alpha\beta}^{(n)} = \sum_{\alpha_2 \dots \alpha_{n-1}} (-1)^{n+1} (G_{\alpha\alpha_2 \dots \alpha_{n-1}}^{(n)} \hat{V}_\beta - G_{\alpha\alpha_2 \dots \alpha_{n-1}}^{(n-1)} \hat{V}_\beta).$$

Ядра операторов $A_{\alpha\beta}^{(n)}$ при $n \geq 8$ могут быть представлены в виде

$$A_{\alpha\beta}^{(n)}(X, X', z) = \int_{R^6} dX'' \tilde{A}_{\alpha\beta}^{(n)}(X, X'', z) \hat{V}_\beta(X'', X').$$

Интегрирование по внутренней переменной X'' приводит к представлению

$$A_{\alpha\beta}^{(n)}(X, X', z) = \hat{A}_{\alpha\beta}^{(n)}(X, X', z) \hat{V}_\beta^0(X'),$$

где $\tilde{A}_{\alpha\beta}^{(n)}$ – ядро класса $\hat{\mathcal{B}}_{\alpha\beta}$, а функция $\hat{V}_\beta^0(X')$ порождается ядром $\hat{V}_\beta(X'', X')$.

На основании тех же аргументов, которые были использованы при изучении асимптотик первых итераций ядер $G_{\alpha\beta}$, можно показать [36], что ядро $\hat{A}_{\alpha\beta}^{(n)}$, полученное с помощью свертки ядер $\tilde{A}_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $\hat{V}_\beta$ по внутренней переменной, также является ядром класса $\hat{\mathcal{B}}_{\alpha\beta}$.

С помощью теоремы 1 уравнение (19) сводится к интегральному уравнению второго рода со вполне непрерывным ядром в банаховом пространстве вектор-функций $\mathcal{B}(\nu', \varepsilon')$ [36].

7. ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ И КОМПОНЕНТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФАДДЕЕВА

В этом разделе на основании полученных выше результатов формулируются граничные задачи для волновых функций и их компонент Фаддеева.

Так же как и в разделе 5, функции Φ_α^0 и Φ_α^B можно отождествить с компонентами Фаддеева волновых функций $\Psi_0^{(\pm)}$ и $\Psi_B^{(\pm)}$, отвечающих процессам $3 \rightarrow (3, 2)$ и $2 \rightarrow (3, 2)$, соответственно.

Волновые функции записываются в виде

$$\Psi_0^{(\pm)}(X, P) = \sum_{\alpha} \Phi_{\alpha}^{0(\pm)}(X, P), \quad (27)$$

$$\Psi_B^{(\pm)}(X, p_B) = \sum_{\alpha} \Phi_{\alpha}^{B(\pm)}(X, q_B). \quad (28)$$

Следуя [42], получим компактные уравнения, которым подчиняются компоненты $\Phi_{\alpha}^{B(\pm)}$, отвечающие процессам $2 \rightarrow (2, 3)$ во внешнем канале. Эти уравнения получаются из интегральных уравнений (19) для ядер $\widehat{G}_{\alpha\beta}(X, X', E \pm i0)$ после перехода к пределу $|X'| \rightarrow \infty$. Далее необходимо приравнять соответствующие асимптотические члены в левой и правой частях и затем отбросить искаженные сферические или кластерные волны. На этом пути приходим к системе интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha}^{B(\pm)} &= \delta_{\alpha\beta} L_{Bc} - G_{\alpha}(E \pm i0) \widehat{V}_{\alpha}(E \pm i0) \sum_{\gamma \neq \alpha} \Phi_{\gamma}^{B(\pm)}, \\ B &= \{\beta, i\}, \quad \beta = 1, 2, 3, \quad i = 1, \dots, N_{\beta}, \end{aligned} \quad (29)$$

где L_{Bc} удовлетворяет уравнению Шредингера $(H_{\beta} - E)L_{Bc} = 0$.

Соответствующие неоднородные дифференциальные уравнения были получены в предыдущем разделе.

Опишем теперь, следуя [42], асимптотику компонент $\Phi_{\beta}^{\alpha(\pm)}$ в различных областях конфигурационного пространства.

Если $|X| \rightarrow \infty$, оставаясь в области Ω_{α} , где частицы пары α достаточно близки одна к другой, то координатная асимптотика $\Phi_{\alpha}^{\alpha(\pm)}$ содержит лишь члены, отвечающие падающим и упругорассеянными частицам. Если при этом относительная координата y_{α} третьей частицы не параллельна импульсу q_{α} , то асимптотика $\Phi_{\alpha}^{\alpha(\pm)}$ описывается формулами

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha}^{\alpha(\pm)}(X, q_{\alpha}) &= \psi_{\alpha}(x_{\alpha}) \left[\exp \left\{ i(q_{\alpha}, y_{\alpha}) + iW_{\alpha}^{(0)} \right\} (1 + o(1)) + \right. \\ &\quad \left. + F_{\alpha\alpha}(\widehat{y}_{\alpha}, q_{\alpha}) \frac{\exp \{ i|q_{\alpha}||y_{\alpha}| + iW_{\alpha} \}}{|y_{\alpha}|} (1 + o(1)) \right], \end{aligned}$$

где $W_{\alpha}^{(0)}$ и W_{α} — кулоновские фазы, искажающие плоскую и сферическую волны. Квадрат модуля амплитуды $F_{\alpha\alpha}$ пропорционален дифференциальному сечению абсолютно

упругого рассеяния. Когда направление вектора y_α становится близким к направлению относительного импульса q_α , асимптотика $\Phi_\alpha^{\alpha(\pm)}$ становится более сложной [42].

В области Ω_0 , где все частицы далеки одна от другой, асимптотика $\Phi_\beta^{\alpha(\pm)}$ описывается искаженной сферической волной

$$\Phi_\beta^{\alpha(\pm)}(X, q_\alpha) = \frac{\exp\{i\sqrt{E}|X| + iW_0\}}{|X|^{5/2}}(F_{\alpha 0}(\widehat{X}, q_\alpha) + o(1)).$$

Наконец, если $|X| \rightarrow \infty$, оставаясь в области Ω_β , $\beta \neq \alpha$, то асимптотика $\Phi_\beta^{\alpha(\pm)}$ определяется членами, описывающими неупругие процессы перераспределения частиц с образованием связанных пар β , $\beta \neq \alpha$:

$$\Phi_\beta^{\alpha(\pm)}(X, q_\alpha) = \psi_\beta(x_\beta) \frac{\exp\{i\sqrt{E_\beta}|y_\beta| + iW_{\beta\alpha}\}}{|y_\beta|} F_{\alpha\beta}(\widehat{y}_\beta, q_\alpha)(1 + o(1)),$$

где $E_\beta = q_\alpha^2 + \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta$, а кулоновская фаза дается равенством

$$W_{\beta\alpha} = - \sum_{\gamma \neq \beta} \frac{n_\gamma}{2|s_{\gamma\beta}| \sqrt{E_\beta}} \ln 2\sqrt{E_\beta} |y_\beta|.$$

Квадрат модуля амплитуды $F_{\alpha\beta}$ пропорционален дифференциальному сечению реакции образования связанной пары β . Заметим, что в случае нескольких связанных состояний в паре необходимо провести суммирование по всем связанным состояниям.

Приведенные выше асимптотики отвечают процессам рассеяния $2 \rightarrow (2, 3)$ во внешнем канале и аннигиляции во внутренних каналах в системе $\bar{p}d$.

Присоединяя к уравнению Шредингера полученные выше асимптотики волновых функций

$$\Psi_{\alpha,i}^{(\pm)} = \sum_{\beta} \Phi_{\beta}^{\alpha,i(\pm)},$$

можно показать [36], что соответствующая граничная задача имеет единственное решение.

8. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МОДИФИЦИРОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ ФАДДЕЕВА ВО ВНЕШНЕМ КАНАЛЕ ПОЛНОМУ УРАВНЕНИЮ ШРЕДИНГЕРА В СУММЕ КАНАЛОВ

В предыдущем разделе было показано, что граничные задачи для волновых функций $\Psi_A^{(\pm)}$ и их компонент Фаддеева $\Phi_\beta^{A(\pm)}$ однозначно разрешимы в специальных банаховых классах функций, и, в частности, было показано, что функция

$$\Psi_A^{(\pm)} = \sum_{\beta} \Phi_\beta^{A(\pm)}$$

удовлетворяет уравнению Шредингера во внешнем канале $\mathcal{F}^{\text{ex}}$:

$$\left(-\Delta_X + \sum_{\gamma} V_{\gamma}(E \pm i0) - E\right) \Psi_A^{(\pm)} = 0 \quad (30)$$

с обобщенными энергозависящими потенциалами $V_{\gamma}(E \pm i0)$, заданными выражениями (15).

Зная волновую функцию $\Psi_A^{(\pm)}$ системы во внешнем (нуклонном) канале, восстановим волновую функцию во внутренних (мезонных) каналах. Таким образом, мы получим полную волновую функцию системы трех заряженных частиц в сумме

$$\mathcal{F}^{\text{ex}} \oplus \sum_{\alpha} \mathcal{F}_{\alpha}^{\text{in}}$$

каналов рассеяния, что фактически и является конечной целью исследования.

Обозначив через $\Psi^{\text{ex}} \equiv \Psi_A^{(\pm)}$ волновую функцию канала $\mathcal{F}^{\text{ex}}$, убеждаемся в силу условий (10), что Ψ^{ex} удовлетворяет на поверхности Γ_{α} соотношениям

$$\zeta_{\alpha}^{+}(y_{\alpha}) = \langle \Psi^{\text{ex}}, \varphi_{\alpha} \rangle(y_{\alpha}) = \int_{S_{\tau_0}^{\alpha}} dx_{\alpha} \Psi^{\text{ex}}(X) \bar{\varphi}_{\alpha}(x_{\alpha}), \quad (31)$$

$$[\partial_n \Psi^{\text{ex}}]|_{\Gamma_{\alpha}} = -\zeta_{\alpha}^{-}(y_{\alpha}) \varphi_{\alpha}(x_{\alpha}), \quad (32)$$

и, кроме того, имеет место связь [24–27, 36]

$$\zeta_{\alpha}^{-}(y_{\alpha}) = -Q_{\alpha}(E \pm i0) \zeta_{\alpha}^{+}(y_{\alpha}). \quad (33)$$

Трактуя (31) как определение $\zeta_{\alpha}^{+}(y_{\alpha})$ в терминах Ψ^{ex} , с помощью (33) находим $\zeta_{\alpha}^{-}(y_{\alpha})$. По найденным $\zeta_{\alpha}^{\pm}(y_{\alpha})$ – коэффициентам разложения волновой функции $\Psi_{\alpha}^{\text{in}}$ внутренних каналов $\mathcal{F}_{\alpha}^{\text{in}}$ – восстанавливается дефектная часть $\zeta_{\alpha}^{-} w_{\alpha}^{-} + \zeta_{\alpha}^{+} w_{\alpha}^{+}$ волновой функции $\Psi_{\alpha}^{\text{in}}$. Гладкая часть $\tilde{\Psi}_{\alpha}^{\text{in}}$ в представлении

$$\Psi_{\alpha}^{\text{in}} = \tilde{\Psi}_{\alpha}^{\text{in}} + \zeta_{\alpha}^{-} w_{\alpha}^{-} + \zeta_{\alpha}^{+} w_{\alpha}^{+} \quad (34)$$

может быть найдена на основе следующих построений.

Следуя [26], можно показать, что $\Psi^{\text{ex}} \in W_2^2(R^6 \setminus \Gamma)$ при $z = E \pm i0$, $E > -M$, где $M = \max_{\alpha} \{M_{\alpha}\}$. Следовательно, $\langle \Psi^{\text{ex}}, \varphi_{\alpha} \rangle \in W_2^2(R_{y_{\alpha}}^3)$, и, таким образом, как ζ_{α}^{+} , так и ζ_{α}^{-} принадлежат $W_2^2(R_{y_{\alpha}}^3)$.

Отсюда и из (34) следует, что вектор-функция $\Psi = (\Psi^{\text{ex}}, \{\Psi_{\alpha}^{\text{in}}\})$, $\alpha = 1, 2, 3$, принадлежит области определения $D(H)$ [36] полного самосопряженного оператора энергии H и удовлетворяет уравнению Шредингера в сумме каналов $\mathcal{F}^{\text{ex}} \oplus \sum_{\gamma} \mathcal{F}_{\gamma}^{\text{in}}$:

$$H\Psi = E\Psi. \quad (35)$$

Поскольку согласно условиям (9), (10) действие оператора H в пространстве $D(H)$ задается выражением

$$H\Psi = \begin{cases} H^{\text{ex}}\Psi^{\text{ex}}, \\ -\Delta_{y_{\alpha}}\Psi_{\alpha}^{\text{in}} + h_{\alpha}^{\text{in}}\tilde{\Psi}_{\alpha}^{\text{in}} - \zeta_{\alpha}^{-}w_{\alpha}^{+} + \zeta_{\alpha}^{+}w_{\alpha}^{-}, \end{cases} \quad (36)$$

из (35) заключаем, что $\tilde{\Psi}_\alpha^{\text{in}}$ подчиняется уравнению

$$(-\Delta_{y_\alpha} + h_\alpha^{\text{in}} - E)\tilde{\Psi}_\alpha^{\text{in}}(y_\alpha) = \zeta_\alpha^-(y_\alpha)w_\alpha^+ - \zeta_\alpha^+(y_\alpha)w_\alpha^- - \\ - (-\Delta_{y_\alpha} - E)(\zeta_\alpha^-(y_\alpha)w_\alpha^- + \zeta_\alpha^+(y_\alpha)w_\alpha^+). \quad (37)$$

Окончательно из (37) находим следующее представление для гладкой части $\tilde{\Psi}_\alpha^{\text{in}}$:

$$\tilde{\Psi}_\alpha^{\text{in}} = R_\alpha^{\text{in}} \{ \zeta_\alpha^- w_\alpha^+ - \zeta_\alpha^+ w_\alpha^- + (\Delta_{y_\alpha} + E)(\zeta_\alpha^- w_\alpha^- + \zeta_\alpha^+ w_\alpha^+) \}, \quad (38)$$

где резольвента $R_\alpha^{\text{in}}(z) = [-\Delta_{y_\alpha} + h_\alpha^{\text{in}} - z]^{-1}$ задается при $z = E \pm i0$ ядром

$$R_\alpha^{\text{in}} = \frac{1}{2\pi i} \oint r_\alpha^{\text{in}}(q) \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E - q} |y_\alpha - y'_\alpha| \}}{4\pi |y_\alpha - y'_\alpha|} dq. \quad (39)$$

Итак, по волновой функции Ψ^{ex} внешнего канала восстановлена вектор-функция $\Psi = (\Psi^{\text{ex}}, \{\Psi_\alpha^{\text{in}}\})$, $\alpha = 1, 2, 3$, в сумме каналов и показано, что функция Ψ удовлетворяет уравнению Шредингера (35). Однозначность представления (38) для Ψ_α^{in} может быть получена присоединением к уравнению (37) асимптотических граничных условий при $|y_\alpha| \rightarrow \infty$. Поскольку мы не учитываем вклада в асимптотику волновой функции Ψ^{ex} связанных состояний в парах $\alpha = 1, 2$, в которых имеются энергозависящие взаимодействия, то, устремляя $|y_\alpha|$ к бесконечности в выражении (31) и сохраняя ограниченными $|x_\alpha|$, получаем, что

$$\zeta_\alpha^+(y_\alpha) \xrightarrow{|y_\alpha| \rightarrow \infty} o(|y_\alpha|^{-1}). \quad (40)$$

Согласно соотношению (33) методом стационарной фазы из представления (14) получаем

$$\zeta_\alpha^-(y_\alpha) \xrightarrow{|y_\alpha| \rightarrow \infty} o(|y_\alpha|^{-1}). \quad (41)$$

Далее, применяя метод контурного интегрирования и метод стационарной фазы, из представления (39) будем иметь

$$R_\alpha^{\text{in}}(y_\alpha, y'_\alpha, E \pm i0) \xrightarrow{|y_\alpha| \rightarrow \infty} \frac{1}{2} P_\alpha^{\text{in}}(-M_\alpha) \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E + M_\alpha} |y_\alpha| \}}{4\pi |y_\alpha|} \psi_0^\mp(\sqrt{E + M_\alpha} y'_\alpha), \quad (42)$$

здесь

$$P_\alpha^{\text{in}}(q) \equiv \frac{1}{2i} [r_\alpha^{\text{in}}(q + i0) - r_\alpha^{\text{in}}(q - i0)],$$

$\psi_0^\mp$ – собственная функция оператора $-\Delta_{y_\alpha}$.

Нам потребуются следующие обозначения:

$$\tilde{w}_\alpha^\pm \equiv \frac{1}{2} P_\alpha^{\text{in}}(-M_\alpha) w_\alpha^\pm, \quad \tilde{\zeta}_\alpha^\pm \equiv (-\Delta_{y_\alpha} - E) \zeta_\alpha^\pm.$$

В этих обозначениях согласно соотношениям (34) и (38), (39) получаем окончательно следующие асимптотические граничные условия для компонент $\Psi_\alpha^{\text{in}\pm}$ внутренних каналов:

$$\Psi_\alpha^{\text{in}\pm} \xrightarrow{|y_\alpha| \rightarrow \infty} \frac{\exp \{ \pm i \sqrt{E + M_\alpha} |y_\alpha| \}}{4\pi |y_\alpha|} \hat{D}_\alpha^\pm(E), \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{D}_\alpha^\pm(E) = & \int_{R^3} \psi_0^\mp(\sqrt{E + M_\alpha} y'_\alpha) \times \\ & \times \left[\zeta_\alpha^-(y'_\alpha) \tilde{w}_\alpha^+ - \zeta_\alpha^+(y'_\alpha) \tilde{w}_\alpha^- - \tilde{\zeta}_\alpha^-(y'_\alpha) \tilde{w}_\alpha^- - \tilde{\zeta}_\alpha^+(y'_\alpha) \tilde{w}_\alpha^+ \right] dy'_\alpha. \end{aligned}$$

Методами, использованными для доказательства однозначной разрешимости трех-частичного уравнения Шредингера во внешнем канале $\mathcal{F}^{\text{ex}}$, можно показать, что уравнение (37) с присоединенными граничными условиями (40), (41), (43) однозначно разрешимо в подходящем классе функций. Вместе с однозначной разрешимостью уравнения Шредингера для Ψ^{ex} это рассуждение завершит доказательство эквивалентности, анонсированной в названии данного раздела.

Благодарности. Авторы признательны Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы в рамках гранта № 97-01-01132.

Список литературы

- [1] Л. Д. Фаддеев. ЖЭТФ. 1960. Т. 39. № 5. С. 1459.
- [2] Л. Д. Фаддеев. Тр. МИАН СССР. 1963. Т. 69. С. 1.
- [3] О. А. Якубовский. ЯФ. 1967. Т. 5. № 6. С. 1312.
- [4] А. М. Веселова. ТМФ. 1970. Т. 3. С. 326.
- [5] А. М. Веселова. ТМФ. 1978. Т. 35. С. 180.
- [6] С. П. Меркурьев. ЯФ. 1976. Т. 24. С. 289.
- [7] С. П. Меркурьев. ТМФ. 1979. Т. 38. С. 201.
- [8] H. Feshbach. Ann. Phys. (N. Y.). 1958. V. 5. P. 357; 1962. V. 19. P. 287.
- [9] А. Лейн, Р. Томас. Теория ядерных реакций при низких энергиях. М.: ИЛ, 1960.
- [10] К. Вильдермут, Я. Тан. Единая теория ядра. М.: Мир, 1980.
- [11] V. E. Kuzmichev. Nucl. Phys. A. 1984. V. 430. P. 636.
- [12] M. Orlowski. Nucl. Phys. A. 1985. V. 440. P. 493.
- [13] E. W. Schmid. Preprint № 13/86. Tübingen: Universität Tübingen, 1986.
- [14] F. Lenz, J. T. Londergan, E. J. Moniz, R. Rozenfelder, M. Stigl, K. Yazaki. Ann. Phys. (N. Y.). 1986. V. 170. P. 65.
- [15] W. Glöckle. R-matrix Approach to the Three-Body Problem. Preprint RUB-TP 11/85. Bochum: Ruhr University, 1974.
- [16] R. F. Dashen, J. B. Healy, I. J. Muzinich. Ann. Phys. (N. Y.). 1976. V. 102. P. 1.
- [17] И. Л. Грач, Ю. С. Калашикова, И. М. Народецкий, М. Ж. Шматиков. ЯФ. 1985. Т. 42. № 1. С. 241.
- [18] E. L. Lomon. Nucl. Phys. A. 1985. V. 434. P. 139.
- [19] А. Н. Сафронов. ЯФ. 1983. Т. 38. № 6. С. 1515.
- [20] Б. С. Павлов. УМН. 1987. Т. 42. № 6. С. 99.
- [21] Ю. А. Куперин, К. А. Макаров, Б. С. Павлов. ТМФ. 1985. Т. 63. С. 78.
- [22] Ю. А. Куперин, К. А. Макаров, Б. С. Павлов. ТМФ. 1986. Т. 69. С. 100.
- [23] Ю. А. Куперин, К. А. Макаров, Ю. Б. Мельников. ТМФ. 1988. Т. 74. С. 103.
- [24] Ю. А. Куперин, К. А. Макаров, С. П. Меркурьев, А. К. Мотовилов, Б. С. Павлов. ТМФ. 1988. Т. 75. С. 431; Т. 76. С. 242.
- [25] Б. С. Павлов. Мат. сборник. 1988. Т. 136. № 2. С. 163.
- [26] Yu. A. Kuperin. Faddeev Equations for Three Composite Particles. In: Lecture Notes in Phys. V. 324. Applications of Self-Adjoint Extensions in Quantum Physics. Eds P. Exner, P. Šeba. Berlin, Heidelberg and New York: Springer-Verlag, 1989. P. 117.
- [27] Yu. A. Kuperin, S. P. Merkuriev. Amer. Math. Soc. Transl. 1992. V. 150. P. 141.

- [28] Yu. A. Kuperin, K. A. Makarov, S. P. Merkuriev, K. A. Motovilov, B. S. Pavlov. J. Math. Phys. 1990. V. 31. P. 1681.
- [29] Yu. A. Kuperin, K. A. Makarov, B. S. Pavlov. J. Math. Phys. 1990. V. 31. P. 199.
- [30] Yu. A. Kuperin, K. A. Makarov, Yu. B. Melnikov. A resonating-group model with extended Channel Spaces. In: Lecture Notes in Phys. V. 324. Applications of Self-Adjoint Extensions in Quantum Physics. Eds P. Exner, P. Šeba. Berlin, Heidelberg and New York: Springer-Verlag, 1989. P. 146.
- [31] Yu. A. Kuperin, A. A. Kvitsinsky, S. P. Merkuriev, E. A. Yarevsky. Nucl. Phys. A. 1991. V. 523. P. 614.
- [32] Yu. A. Kuperin, Yu. B. Melnikov, A. K. Motovilov. Nuovo Cimento A. 1991. V. 104. P. 299.
- [33] С. И. Винуцкий, Ю. А. Куперин, А. К. Мотовилов, А. А. Сузько. ЯФ. 1992. Т. 55. С. 444.
- [34] Yu. A. Kuperin, K. A. Makarov, B. S. Pavlov. An exactly solvable model of a crystal with non-point atoms. In: Lecture Notes in Phys. V. 324. Applications of Self-Adjoint Extensions in Quantum Physics. Eds P. Exner, P. Šeba. Berlin, Heidelberg and New-York: Springer-Verlag, 1989. P. 267.
- [35] Yu. A. Kuperin, B. S. Pavlov. Three particles in a lattice: a model of interaction and dynamical equations. In: Rigorous Results in Quantum Dynamics. Eds J. Dittrich, P. Exner. Singapore: World Scientific, 1991. P. 152.
- [36] С. Б. Левин. Метод граничных условий и энергозависящие взаимодействия в задаче рассеяния и аннигиляции для $\bar{p}N$ и $\bar{p}d$ систем. Дисс. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский госуниверситет, 1998.
- [37] I. S. Shapiro. Nucl. Phys. A. 1988. V. 478. P. 665.
- [38] О. Д. Далькаров, Д. Карбонель, К. В. Протасов. ЯФ. 1990. Т. 52. № 6(12). С. 1670.
- [39] Yu. A. Kuperin, S. B. Levin, Yu. B. Melnikov, E. A. Yarevsky. Few-Body Systems Suppl. 1995. V. 8. P. 462.
- [40] S. B. Levin, E. A. Yarevsky. Hyperfine Interactions. 1996. V. 101. P. 511.
- [41] Yu. A. Kuperin, S. B. Levin, Yu. B. Melnikov, E. A. Yarevsky. Computers Math. Applic. 1997. V. 34. № 5/6. P. 559.
- [42] С. П. Меркурьев, Л. Д. Фаддеев. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.
- [43] С. П. Меркурьев. Зап. научн. семин. ЛОМИ. 1978. Т. 77. С. 148.

Поступила в редакцию 25.VI.1998 г.