Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Цзе-Сюн Мо, Обобщенный принцип неопределенности и энтропия черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным спиновыми полями, *ТМФ*, 2012, том 171, номер 1, 154–161

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6891>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.187.58

26 апреля 2023 г., 16:50:08

© 2012 г.

Цзе-Сюн Мо*

ОБОБЩЕННЫЙ ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И ЭНТРОПИЯ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦШИЛЬДА–АНТИ-ДЕ СИТТЕРА С ГЛОБАЛЬНЫМ МОНОПОЛЕМ, ОБУСЛОВЛЕННЫМ СПИНОВЫМИ ПОЛЯМИ

Квантовая энтропия черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным полями произвольного спина $s \leq 2$, исследована с использованием скорректированной плотности состояний согласно обобщенному принципу неопределенности. Показано, что квантовая энтропия зависит не только от характеристик черной дыры, но и от спина поля и множителя, связанного с гравитационной поправкой. Существование энергетического масштаба нарушения симметрии уменьшает полную энтропию. Кроме того, показано, что вклад гравитационных взаимодействий в энтропию является очень важным и им нельзя пренебрегать.

Ключевые слова: обобщенный принцип неопределенности, энтропия, спинные поля, черная дыра.

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение термодинамики черных дыр стало одной из интереснейших проблем теоретической физики с тех пор, как Бекенштейн и Хокинг [1], [2] исследовали энтропию черной дыры, сравнивая физику черной дыры с термодинамикой. Согласно Бекенштейну и Хокингу энтропия четырехмерной черной дыры пропорциональна площади поверхности горизонта. В 1985 году 'т Хофт [3] развил знаменитую модель кирпичной стены, которая широко использовалась для вычисления энтропии черных дыр различных типов. Однако, чтобы контролировать расходимость на горизонте, в модели кирпичной стены искусственным путем было введено обрезание. Если обрезание удовлетворяет некоторому условию, то энтропия сводится к результату Бекенштейна–Хокинга. В работах [4]–[7] с помощью метода евклидова интеграла по траекториям было обнаружено, что кроме результата 'т Хофта

*Institute of Theoretical Physics, Zhanjiang Normal University, Zhanjiang, China.
E-mail: mojixiong@gmail.com

энтропия все же содержит логарифмически расходящийся член. Кроме того, было обнаружено, что логарифмические поправки к энтропии Бекенштейна–Хокинга, обусловленные спинowymi полями, распространяющимися на фоне черной дыры, зависят от спина [8]–[16]. Было показано, что обобщенный принцип неопределенности, т. е. $\Delta X \Delta P \geq \hbar[1 + \lambda(\Delta P)^2]/2$, вводит новое, ранее не известное определение плотности состояний [17]–[27]. Согласно обобщенному принципу неопределенности плотность состояний принимает вид $d^3 X d^3 Y / (2\pi\hbar)^3 (1 + \lambda P^2)^3$, которое сильно отличается от выражения $d^3 X d^3 Y / (2\pi\hbar)^3$, отвечающего принципу неопределенности Гейзенберга. Здесь λ – множитель, обусловленный гравитационной поправкой, а P – импульс частицы. С использованием скорректированной плотности состояний была вычислена энтропия для различных черных дыр [28]–[36].

В настоящей работе мы сконцентрируем свое внимание на черной дыре Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем. Глобальный монополю, введенный Бариолой и Виленкиным [37], является одним из наиболее важных топологических дефектов, обусловленных космологическими фазовыми переходами, когда симметрии в ранней Вселенной спонтанно нарушались. Как утверждали Бариола и Виленкин, монополи могут порождать эффекты, доступные наблюдению, а также могут влиять на образование галактик [37]. Большая энергия в голдстоуновском поле, окружающем глобальный монополю, предполагает, что он может порождать сильное гравитационное поле, а это чрезвычайно интересно и означает, что обобщенный принцип неопределенности может играть важную роль. Используя различные виды метрики, авторы работ [38] и [39] независимо исследовали некоторые свойства глобального монополя в пространстве-времени анти-де Ситтера. В работе [40] была вычислена энтропия статической черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем в рамках модели кирпичной стены и было обнаружено, что квантовая энтропия содержит как квадратично расходящийся член, так и зависящий от спина логарифмически расходящийся член. В работе [41] обсуждается энтропия, обусловленная скалярной черной дырой с глобальным монополем во всех порядках по планковской длине. Однако пока никто из исследователей не применял обобщенный принцип неопределенности для изучения энтропии черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным спинowymi полями. В настоящей работе мы применяем обобщенный принцип неопределенности для вычисления квантовой энтропии черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным полями произвольного спина $s \leq 2$.

2. ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ И ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ

Элемент длины статической черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем имеет вид [39]

$$ds^2 = B dt^2 - B^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (1)$$

где $B = 1 - \eta^2 - 2M/r - \Lambda r^2/3$, M – масса черной дыры, $\Lambda < 0$ – космологическая постоянная, η – энергетический масштаб нарушения симметрии. Горизонт событий можно найти из уравнения $B = 0$, которое имеет три вещественных корня при $\sqrt[3]{9M^2\Lambda} < 1 - \eta^2 < 0$. Кроме того, три вещественных корня задаются следующим

образом [40]:

$$\begin{aligned} r_{\text{н}} &= \sqrt{\frac{2(1-\eta^2)^3}{|\Lambda|^3}} \cos \frac{\alpha}{3}, & r_1 &= \sqrt{\frac{2(1-\eta^2)^3}{|\Lambda|^3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{3} \right), \\ r_{-1} &= \sqrt{\frac{2(1-\eta^2)^3}{|\Lambda|^3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\pi}{3} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\cos \alpha = -3M\sqrt{(1-\eta^2)^3/|\Lambda|^3}$, $r_{\text{н}}$ соответствует внешнему горизонту, а r_1 – внутреннему. Используя три корня уравнения $B = 0$, величину B можно переписать как

$$B = -\frac{\Lambda}{3r}(r - r_{\text{н}})(r - r_1)(r - r_{-1}). \quad (3)$$

Площадь поверхности гравитационного горизонта черной дыры имеет вид

$$\kappa = -\frac{\Lambda}{6r_{\text{н}}}(r_{\text{н}} - r_1)(r_{\text{н}} - r_{-1}). \quad (4)$$

Нулевые векторы тетрады для пространства-времени (1) выбираются как

$$l^\mu = [B^{-1}, 1, 0, 0], \quad n^\mu = \frac{1}{2}[1, -B, 0, 0], \quad m^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}r} \left[0, 0, 1, \frac{i}{\sin \theta} \right]. \quad (5)$$

Используя формулу Ньюмана–Пенроуза [42], из соотношений (1) и (5) получаем ненулевые спинорные коэффициенты и компоненты вейлевского тензора:

$$\alpha = -\beta = -\frac{\text{ctg } \theta}{2\sqrt{2}r}, \quad \rho = -\frac{1}{r}, \quad \mu = -\frac{B}{2r}, \quad \gamma = \frac{B'}{4}, \quad \psi_2 = -\frac{M}{r^3} - \frac{\eta^2}{6r^2}, \quad (6)$$

откуда видно, что метрика (1) является метрикой Петрова типа D. В этом типе пространства-времени уравнения для поля вейлевского нейтрино ($s = 1/2$), электромагнитного поля ($s = 1$), безмассового поля Рариты–Швингера ($s = 3/2$) и гравитационного поля ($s = 2$) можно скомбинировать следующим образом [43]:

$$\begin{aligned} &\{[D - 2s\rho - \bar{\rho}](\Delta - 2s\gamma + \mu) - [\delta - \bar{\alpha} - (2s-1)\beta] \times \\ &\quad \times (\bar{\delta} - 2s\alpha) - (2s-1)(s-1)\psi_2\} \Phi_{+s} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\{[\Delta + (2s-1)\gamma - \bar{\gamma} + 2s\mu + \bar{\mu}](D - \rho) - \\ &\quad - [\bar{\delta} + \bar{\beta} + (2s-1)\alpha](\delta + 2s\beta) - (2s-1)(s-1)\psi_2\} \phi_{-s} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где $D = l^\mu \partial_\mu$, $\Delta = n^\mu \partial_\mu$, $\delta = m^\mu \partial_\mu$ – производные по направлениям. Уравнение (7) является уравнением для спинорных состояний с $p = s$, а уравнение (8) –

для спиновых состояний с $p = -s$. Подставляя (5) и (6) в уравнения (7) и (8) и используя ВКБ-приближение при $\Phi_p = \exp[-iEt + iS_p(r, \theta, \varphi)]$, можно переписать уравнения (7) и (8) как

$$B^{-1}E^2 - BP_r^2 - \frac{1}{r^2}P_\theta^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}(P_\varphi + p \cos \theta)^2 + \xi(r, p) = 0, \quad (9)$$

где $P_\mu = \partial_\mu S_p$ – сопряженные импульсы, а

$$\begin{aligned} \xi(r, p) = \frac{p}{r^2} - \frac{\eta^2}{3r^2}(p+1)(2p+1) - \frac{2\Lambda}{3}(p+1)(2p+1) + \\ + \frac{s-p}{r^4} \left[r^2 - 2sMr - \eta^2 r^2 + \frac{\Lambda r^4}{3}(2s-3) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Из уравнения (9) можно получить

$$P^2 = - \left[\frac{E^2}{B} + \xi(r, p) \right]. \quad (11)$$

Вблизи горизонта событий импульс стремится к бесконечности, поэтому целесообразно использование предела геометрической оптики, а использование ВКБ-приближения оправданно, справедливость чего была показана в работе [3].

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭНТРОПИИ

В данном разделе мы воспользуемся скорректированной плотностью состояний для вычисления квантовой энтропии черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным полями произвольного спина $s \leq 2$. Согласно обобщенному принципу неопределенности число квантовых состояний с энергией, не превосходящей E , имеет вид

$$\begin{aligned} g(E) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_p \int \frac{dr d\theta d\varphi dP_r dP_\theta dP_\varphi}{(1 + \lambda P^2)^3} = \\ &= \frac{2}{3\pi} \sum_p \int B^{1/2} \left[\frac{E^2}{B} + \xi(r, p) \right]^{3/2} \left[1 - \lambda \left(\frac{E^2}{B} + \xi(r, p) \right) \right]^{-3} r^2 dr, \end{aligned} \quad (12)$$

где представлены интегралы по импульсному пространству и интегралы по θ и φ . Теперь из формулы (12) получаем, что число квантовых состояний с энергией, не превосходящей E , является конечным вблизи горизонта. Таким образом, с помощью числа квантовых состояний можно получить сходящуюся энтропию. Это демонстрирует огромное преимущество обобщенного принципа неопределенности по сравнению с моделью кирпичной стены.

Свободная энергия системы имеет вид

$$-\beta F = \pm \sum_q \ln[1 \pm e^{-\beta E_q}],$$

где β – обратная температура, q – набор квантовых чисел, знак плюс соответствует ферми-случаю, а знак минус – бозе-случаю. Пренебрегая малыми членами, из

скорректированной плотности состояний (12) можно получить свободную энергию:

$$F = - \int_0^\infty \frac{g(E) dE}{e^{\beta E} \mp 1} = - \frac{2}{3\pi} \sum_p \int \frac{r^2 dr}{\sqrt{B}} \int_0^\infty \left(\frac{E^3}{B^{3/2}} + \frac{3E\xi(r, p)}{2\sqrt{B}} + \frac{3\lambda E^5}{B^{5/2}} \right) \frac{dE}{e^{\beta E} \mp 1}. \quad (13)$$

Перейдем к следующим этапам вычисления энтропии. Сначала возьмем интеграл по E в (13), что дает для бозонов и фермионов соответственно

$$\begin{aligned} F_B &= - \int \frac{r^2 dr}{\sqrt{B}} \left[\frac{2\omega\pi^3}{45\beta^4 B^{3/2}} + \frac{\pi \sum_p \xi(r, p)}{6\beta^2 B^{1/2}} + \frac{16\lambda\omega\pi^5}{63\beta^6 B^{5/2}} \right], \\ F_F &= - \int \frac{r^2 dr}{\sqrt{B}} \left[\frac{7\omega\pi^3}{180\beta^4 B^{3/2}} + \frac{\pi \sum_p \xi(r, p)}{12\beta^2 B^{1/2}} + \frac{31\lambda\omega\pi^5}{126\beta^6 B^{5/2}} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где $\omega = \sum_p 1$ – вырождение, обусловленное спином. Для скалярного поля $\omega = 1$, а для поля вейлевского нейтрино, электромагнитного поля, безмассового поля Рариты–Швингера и гравитационного поля $\omega = 2$. Теперь, рассматривая сферическую оболочку от $r_H + \varepsilon$ до $r_H + L$ как область интегрирования в координатном пространстве и выписав интеграл по r в соотношении (13), мы получаем окончательно выражение для свободной энергии для бозонов и фермионов соответственно

$$\begin{aligned} F_B &= - \frac{2\omega\pi^3}{45\beta^4} \left[\frac{9r_H^4}{\Lambda^2(r_H - r_1)^2(r_H - r_{-1})^2\varepsilon} + \frac{18}{\Lambda^2} \frac{r_H^3(-r_H r_1 - r_H r_{-1} + 2r_1 r_{-1})}{(r_H - r_1)^3(r_H - r_{-1})^3} \ln \frac{L}{\varepsilon} \right] - \\ &- \frac{\pi}{6\beta^2} \frac{2\eta^2 r_H(s+1)(2s+1) + 2\Lambda r_H^3(2s^2 + 3s + 2) + 12s^2 M - 6sr_H}{\Lambda(r_H - r_1)(r_H - r_{-1})} \ln \frac{L}{\varepsilon} - \\ &- \frac{16\omega\pi^5\lambda}{63\beta^6} \left[- \frac{27r_H^5}{2\Lambda^3(r_H - r_1)^3(r_H - r_{-1})^3\varepsilon^2} + \frac{27r_H^4(r_H^2 + 2r_H r_1 + 2r_H r_{-1} - 5r_1 r_{-1})}{\Lambda^3(r_H - r_1)^4(r_H - r_{-1})^4\varepsilon} - \right. \\ &- \left(\frac{27r_H^3(2r_H^4 + 8r_1 r_H^3 + 8r_{-1} r_H^3 + 2r_1^2 r_H^2 + 2r_{-1}^2 r_H^2 - 22r_1 r_{-1} r_H^2}{\Lambda^3(r_H - r_1)^5(r_H - r_{-1})^5} - \right. \\ &- \left. \left. \frac{10r_1 r_{-1}^2 r_H - 10r_1^2 r_{-1} r_H + 20r_1^2 r_{-1}^2}{\Lambda^3(r_H - r_1)^5(r_H - r_{-1})^5} \right) \ln \frac{L}{\varepsilon} \right], \\ F_F &= - \frac{7\omega\pi^3}{180\beta^4} \left[\frac{9r_H^4}{\Lambda^2(r_H - r_1)^2(r_H - r_{-1})^2\varepsilon} + \frac{18}{\Lambda^2} \frac{r_H^3(-r_H r_1 - r_H r_{-1} + 2r_1 r_{-1})}{(r_H - r_1)^3(r_H - r_{-1})^3} \ln \frac{L}{\varepsilon} \right] - \\ &- \frac{\pi}{12\beta^2} \frac{2\eta^2 r_H(s+1)(2s+1) + 2\Lambda r_H^3(2s^2 + 3s + 2) + 12s^2 M - 6sr_H}{\Lambda(r_H - r_1)(r_H - r_{-1})} \ln \frac{L}{\varepsilon} - \\ &- \frac{31\omega\pi^5\lambda}{126\beta^6} \left[- \frac{27r_H^5}{2\Lambda^3(r_H - r_1)^3(r_H - r_{-1})^3\varepsilon^2} + \frac{27r_H^4(r_H^2 + 2r_H r_1 + 2r_H r_{-1} - 5r_1 r_{-1})}{\Lambda^3(r_H - r_1)^4(r_H - r_{-1})^4\varepsilon} - \right. \\ &- \left(\frac{27r_H^3(2r_H^4 + 8r_1 r_H^3 + 8r_{-1} r_H^3 + 2r_1^2 r_H^2 + 2r_{-1}^2 r_H^2 - 22r_1 r_{-1} r_H^2}{\Lambda^3(r_H - r_1)^5(r_H - r_{-1})^5} - \right. \\ &- \left. \left. \frac{-10r_1 r_{-1}^2 r_H - 10r_1^2 r_{-1} r_H + 20r_1^2 r_{-1}^2}{\Lambda^3(r_H - r_1)^5(r_H - r_{-1})^5} \right) \ln \frac{L}{\varepsilon} \right]. \end{aligned}$$

Наконец, вычислим полную энтропию S с помощью формулы $S = \beta^2 \partial F / \partial \beta$. Пренебрегая малыми членами, получим для бозонов и фермионов соответственно

$$S_B = -\frac{\omega A_H}{360\beta_H \varepsilon} + \omega \left[\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right] \ln \frac{L}{\varepsilon} + \frac{3s(1-s) - \eta^2(-s^2 + 3s + 1) - \Lambda r_H^2(s^2 + 3s + 2)}{18} \ln \frac{L}{\varepsilon} +$$

$$+ \frac{\omega \lambda}{336} \left\{ \frac{A_H \pi}{\beta_H^2 \varepsilon^2} + \frac{\pi \Lambda}{3\beta_H \varepsilon} \left[15 \frac{(1-\eta^2)^3}{\Lambda^3} - 4r_H^2 \right] + \frac{1}{6} \left[\frac{6(1-\eta^2)^3}{\Lambda} + 4r_H^2 \Lambda^2 - \frac{20(1-\eta^2)^6}{\Lambda^4 r_H^2} \right] \ln \frac{L}{\varepsilon} \right\},$$

$$S_F = -\frac{7\omega A_H}{2880\beta_H \varepsilon} + \frac{7\omega}{8} \left[\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right] \ln \frac{L}{\varepsilon} + \frac{3s(1-s) - \eta^2(-s^2 + 3s + 1) - \Lambda r_H^2(s^2 + 3s + 2)}{36} \ln \frac{L}{\varepsilon} +$$

$$+ \frac{31\omega \lambda}{10752} \left\{ \frac{A_H \pi}{\beta_H^2 \varepsilon^2} + \frac{\pi \Lambda}{3\beta_H \varepsilon} \left[15 \frac{(1-\eta^2)^3}{\Lambda^3} - 4r_H^2 \right] + \frac{1}{6} \left[\frac{6(1-\eta^2)^3}{\Lambda} + 4r_H^2 \Lambda^2 - \frac{20(1-\eta^2)^6}{\Lambda^4 r_H^2} \right] \ln \frac{L}{\varepsilon} \right\},$$

где $A_H = 4\pi r_H^2$ – площадь поверхности горизонта. В данных соотношениях мы выбрали обратную температуру β так, чтобы она соответствовала температуре Хокинга β_H неэкстремальной черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем. Третий член зависит от спина поля, а четвертый член, который обусловлен поправкой к обобщенному принципу неопределенности, отражает эффекты гравитационных взаимодействий.

В модели кирпичной стены чистое расстояние от кирпичной стены до горизонта равно $l_p = \int_r^{r+\varepsilon} \sqrt{-g_{rr}} dr$, в то время как параметры ультрафиолетового и инфракрасного обрезания можно положить равными $l_p^2 = 2\epsilon^2/15$ и $\Gamma^2 = L\epsilon^2/\varepsilon$ соответственно. Однако полученная на основании обобщенного принципа неопределенности самая малая длина ΔX равна $\sqrt{\lambda}$. Поэтому можно взять $\sqrt{\lambda}$ в качестве чистого расстояния от сферической оболочки до горизонта, т. е. $\sqrt{\lambda} = \int_r^{r+\varepsilon} \sqrt{-g_{rr}} dr$. Тогда с учетом обобщенного принципа неопределенности соотношения для S_B и S_F можно переписать следующим образом:

$$S_B = -\frac{\omega A_H}{360\lambda\pi} + \omega \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} +$$

$$+ \frac{3s(1-s) - \eta^2(-s^2 + 3s + 1) - \Lambda r_H^2(s^2 + 3s + 2)}{18} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{\omega A_H}{336\pi\lambda}, \quad (15)$$

$$S_F = -\frac{7\omega A_H}{2880\lambda\pi} + \frac{7\omega}{8} \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} +$$

$$+ \frac{3s(1-s) - \eta^2(-s^2 + 3s + 1) - \Lambda r_H^2(s^2 + 3s + 2)}{36} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{31\omega A_H}{10752\pi\lambda}.$$

Отсюда видно, что значения энтропии для бозе- и ферми-случаев похожи, за исключением того, что различные поля подчиняются различным статистическим законам. Хотя четвертый член во многом похож на первый, они имеют различные следствия. Отношение четвертого члена к первому равно $15/14$ для бозе-случая и $465/392$ для ферми-случая, откуда следует, что четвертый член важен и им не следует пренебрегать.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

При исследовании квантовой энтропии черной дыры Шварцшильда–анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным полем вейлевского нейтрино, электромагнитным полем, безмассовым полем Рариты–Швингера и гравитационным полем, мы учли скорректированную плотность состояний, обусловленную обобщенным

принципом неопределенности. Квантовая энтропия зависит не только от характеристик черной дыры, но также от спина поля и гравитационного поправочного множителя. Поправка, обусловленная обобщенным принципом неопределенности, имеет важное значение для энтропии. Заметим, что существование энергетического масштаба нарушения симметрии уменьшает полную энтропию.

Можно записать энтропию (15) черной дыры Шварцшильда-анти-де Ситтера с глобальным монополем, обусловленным скалярным полем вейлевского нейтрино, электромагнитным полем, безмассовым полем Рарита-Швингера и гравитационным полем, более явно как

$$S = \begin{cases} \frac{A_H}{360\lambda\pi} + \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} - \frac{\eta^2 + 2\Lambda r_H^2}{18} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{A_H}{336\pi\lambda}, & s = 0, \\ \frac{14A_H}{2880\lambda\pi} + \frac{7}{4} \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} - \frac{9\eta^2 + 15\Lambda r_H^2 - 3}{144} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{62A_H}{10752\pi\lambda}, & s = \frac{1}{2}, \\ \frac{2A_H}{360\lambda\pi} + 2 \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} - \frac{3\eta^2 + 6\Lambda r_H^2}{18} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{2A_H}{336\pi\lambda}, & s = 1, \\ \frac{14A_H}{2880\lambda\pi} + \frac{7}{4} \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} - \frac{9 + 13\eta^2 + 35\Lambda r_H^2}{144} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{62A_H}{10752\pi\lambda}, & s = \frac{3}{2}, \\ \frac{2A_H}{360\lambda\pi} + 2 \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} + \frac{\Lambda r_H^2}{540} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} - \frac{6 + 3\eta^2 + 12\Lambda r_H^2}{18} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{2A_H}{336\pi\lambda}, & s = 2, \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{29A_H}{5040\lambda\pi} + \left(\frac{2\pi r_H}{45\beta_H} - \frac{59\Lambda r_H^2}{540} - \frac{\eta^2}{18} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda}, & s = 0, \\ \frac{857A_H}{80640\lambda\pi} + \left(\frac{7\pi r_H}{90\beta_H} - \frac{109\Lambda r_H^2}{1080} - \frac{\eta^2}{16} + \frac{1}{48} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda}, & s = \frac{1}{2}, \\ \frac{29A_H}{2520\lambda\pi} + \left(\frac{4\pi r_H}{45\beta_H} - \frac{89\Lambda r_H^2}{270} - \frac{\eta^2}{6} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda}, & s = 1, \\ \frac{857A_H}{80640\lambda\pi} + \left(\frac{7\pi r_H}{90\beta_H} - \frac{259\Lambda r_H^2}{1080} - \frac{13\eta^2}{144} - \frac{1}{16} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda}, & s = \frac{3}{2}, \\ \frac{29A_H}{2520\lambda\pi} + \left(\frac{4\pi r_H}{45\beta_H} - \frac{179\Lambda r_H^2}{270} - \frac{\eta^2}{6} - \frac{1}{3} \right) \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda}, & s = 2. \end{cases}$$

Когда $\eta = 0$, $\Lambda = 0$, пространство-время редуцируется к пространству-времени Шварцшильда. Тогда выражения (15) можно можно записать в виде

$$\begin{aligned} S_B &= -\frac{\omega A_H}{360\lambda\pi} + \frac{\omega}{90} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{s(1-s)}{6} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{\omega A_H}{336\pi\lambda}, \\ S_F &= -\frac{7\omega A_H}{2880\lambda\pi} + \frac{7\omega}{720} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{s(1-s)}{12} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} + \frac{31\omega A_H}{10752\pi\lambda}, \end{aligned} \quad (16)$$

которые полностью совпадают с результатом, полученным в работе [36]. Для скалярного поля первые два члена в (16) сводятся к результату работы [4], т. е.

$$S_{\text{Solodukhin}} = \frac{A_H}{360\lambda\pi} + \frac{1}{90} \ln \frac{2\Gamma^2}{15\lambda} = \frac{A_H}{48\pi\epsilon^2} + \frac{1}{45} \ln \frac{\Gamma}{\epsilon}.$$

Благодарности. Автор благодарен профессору Гу-Цян Ли за полезные обсуждения. Автор также выражает большую благодарность рецензенту за ценные замечания.

Список литературы

- [1] J. D. Bekenstein, *Phys. Rev. D*, **7**:8 (1973), 2333–2346.
- [2] S. W. Hawking, *Commun. Math. Phys.*, **43**:3 (1975), 199–220.
- [3] G. 't Hooft, *Nucl. Phys. B*, **256**:4 (1985), 727–745.
- [4] S. N. Solodukhin, *Phys. Rev. D*, **54**:6 (1996), 3900–3903, arXiv: hep-th/9601154.
- [5] S. N. Solodukhin, *Phys. Rev. D*, **51**:2 (1995), 618–621, arXiv: hep-th/9408068.
- [6] S. N. Solodukhin, *Phys. Rev. D*, **51**:2 (1995), 609–617.
- [7] S. N. Solodukhin, *Living Rev. Relat.*, **14** (2011), 8, 96 pp., arXiv: 1104.3712.
- [8] Z.-H. Li, *Phys. Rev. D*, **62**:2 (2000), 024001, 3 pp.
- [9] Z.-H. Li, *Modern Phys. Lett. A*, **17**:14 (2002), 887–897.
- [10] L.-Q. Mi, Z.-H. Li, *Modern Phys. Lett. A*, **21**:23 (2006), 1821–1827.
- [11] J. Jing, M.-L. Yan, *Phys. Rev. D*, **64**:6 (2001), 064015, 4 pp., arXiv: gr-qc/0104054.
- [12] J. Jing, M. L. Yan, *Phys. Rev. D*, **63**:8 (2001), 084028, 10 pp.
- [13] Z.-H. Li, *Phys. Lett. B*, **643**:1 (2006), 64–70.
- [14] G.-Q. Li, *Chin. Phys.*, **14**:3 (2005), 468–471.
- [15] G.-Q. Li, *Physica A*, **368**:2 (2006), 425–429.
- [16] G.-Q. Li, *Internat. J. Modern Phys. A*, **22**:28 (2007), 5229–5235.
- [17] A. Kempf, G. Mangano, R. B. Mann, *Phys. Rev. D*, **52**:2 (1995), 1108–1118, arXiv: hep-th/9412167.
- [18] L. N. Chang, D. M. Minic, N. Okamura, T. Takeuchi, *Phys. Rev. D*, **65**:12 (2002), 125028, 7 pp.
- [19] D. J. Gross, *Phys. Rev. Lett.*, **60**:13 (1988), 1229–1232.
- [20] M. Maggiore, *Phys. Lett. B*, **319**:1–3 (1993), 83–86, arXiv: hep-th/9309034.
- [21] T. Padmanabhan, *Class. Quantum Grav.*, **4**:4 (1987), L107–L114.
- [22] D. Amati, M. Ciafaloni, G. Veneziano, *Phys. Lett. B*, **216**:1–2 (1989), 41–47.
- [23] M. Maggiore, *Phys. Rev. D*, **49**:10 (1994), 5182–5187, arXiv: hep-th/9305163.
- [24] F. Scardigli, *Phys. Lett. B*, **452**:1–2 (1999), 39–44, arXiv: hep-th/9904025.
- [25] A. Kempf, G. Mangano, *Phys. Rev. D*, **55**:12 (1997), 7909–7920, arXiv: hep-th/9612084.
- [26] D. J. Gross, P. F. Mende, *Nucl. Phys. B*, **303**:3 (1988), 407–454.
- [27] E. Witten, *Phys. Today*, **49**:4 (1996), 24–30.
- [28] X. Li, *Phys. Lett. B*, **540**:1–2 (2002), 9–13.
- [29] Y.-W. Kim, Y.-J. Park, *Phys. Rev. D*, **77**:6 (2008), 067501, arXiv: 0709.0774.
- [30] M. Yoon, J. Ha, W. Kim, *Phys. Rev. D*, **76**:4 (2007), 047501, 3 pp., arXiv: 0706.0364.
- [31] W. Kim, Y.-W. Kim, Y.-J. Park, *Phys. Rev. D*, **74**:10 (2006), 104001, 5 pp.
- [32] W. Kim, Y.-W. Kim, Y.-J. Park, *Phys. Rev. D*, **75**:12 (2007), 127501, 4 pp., arXiv: gr-qc/0702018.
- [33] W.-B. Liu, *Chin. Phys. Lett.*, **20**:3 (2003), 440–443.
- [34] C.-Z. Liu, *Chin. Phys. Lett.*, **23**:5 (2006), 1092–1095.
- [35] F.-W. Shu, Y.-G. Shen, *Chin. Phys. Lett.*, **24**:9 (2007), 2497–2500.
- [36] G.-Q. Li, *EPL*, **92**:4 (2010), 40008.
- [37] M. Barriola, A. Vilenkin, *Phys. Rev. Lett.*, **63**:4 (1989), 341–343.
- [38] Y. Zhang, J.-L. Jing, *Chin. Phys. Lett.*, **22**:10 (2005), 2496–2499.
- [39] Y.-W. Han, S.-Z. Yang, *Chin. Phys. Lett.*, **22**:11 (2005), 2769–2771.
- [40] G.-Q. Li, *J. Statist. Phys.*, **125**:3 (2006), 753–760.
- [41] F. He, F. Zhao, *Chin. Phys. Lett.*, **26**:4 (2009), 040401.
- [42] E. Newman, R. Penrose, *J. Math. Phys.*, **3**:3 (1962), 566–578.
- [43] S. A. Teukolsky, W. H. Press, *Astrophys. J.*, **193** (1974), 443–461.