Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Топология уединенных магнитных неоднородностей в тонкой ферромагнитной пленке, *ТМФ*, 2012, том 171, номер 3, 511–518

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6896>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 12:47:42

© 2012 г.

Е. Б. Магадеев*, Р. М. Вахитов*

ТОПОЛОГИЯ УЕДИНЕННЫХ МАГНИТНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ТОНКОЙ ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ

Теоретически исследуется влияние размагничивающих полей на условия возникновения и структуру магнитных неоднородностей типа 0-градусных доменных границ в тонких ферромагнитных пленках. Получены выражения для размагничивающих полей, создаваемых образцами указанной геометрии, в приближении тонких пленок. Найдены распределения намагниченности для неоднородностей неблоховского типа и их область устойчивости.

Ключевые слова: 0-градусная доменная граница, тонкая ферромагнитная пленка, размагничивающие поля, теория возмущений, область устойчивости решений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что на свойства реальных магнетиков, в том числе на процессы их спиновой переориентации, существенно влияют магнитные неоднородности, образующиеся на дефектах [1]–[4]. Теоретический расчет структуры таких неоднородностей представляет определенные трудности, связанные с проблемой нахождения решений нелинейных интегродифференциальных уравнений, описывающих распределение намагниченности в образце конечных размеров [5]. К настоящему времени поиск подобных решений проводился в основном численными методами [6]–[9]. Однако в случае 0-градусной доменной границы (ДГ), являющейся модельным представлением магнитных образований на дефекте [10], такой анализ можно провести нетривиальным образом на основе теории возмущений. Для этого определим размагничивающие поля, обусловленные геометрией образца.

2. РАСЧЕТ РАЗМАГНИЧИВАЮЩИХ ПОЛЕЙ

Для произвольного распределения намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ в пространстве напряженность создаваемого им магнитного поля $\mathbf{H}$ может быть найдена из уравнений магнитостатики [11]

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

*Башкирский государственный университет, Уфа, Россия.
E-mail: maggreat@pochta.ru; VakhitovRM@yahoo.com

решение которых можно представить в виде

$$\mathbf{H} = \int \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|^3} \operatorname{div} \mathbf{M}(\mathbf{r}_0) dV_0. \quad (1)$$

В случае пленки, параллельной плоскости Oxy (толщиной $\lambda\Delta_0$, где Δ_0 – характерная ширина ДГ [5]), намагниченность в которой зависит только от координаты y , можно записать

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}(y)\sigma(z),$$

где

$$\sigma(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \quad z > \lambda\Delta_0, \\ 1, & 0 < z < \lambda\Delta_0. \end{cases}$$

Тогда

$$\operatorname{div} \mathbf{M} = \frac{\partial M_y}{\partial y} \sigma(z) + M_z [\delta(z) - \delta(z - \lambda\Delta_0)]. \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) в решение (1), получаем

$$\begin{aligned} H_x &= 0, \\ H_y &= \left\{ -2 \int_{\mathbb{R}} \frac{(y_0 - y)M_z(y_0) - (z_0 - z)M_y(y_0)}{(y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2} dy_0 - 2\pi M_y(y) \operatorname{sgn}(z_0 - z) \right\} \Big|_{z_0=0}^{z_0=\lambda\Delta_0}, \\ H_z &= \left\{ -2 \int_{\mathbb{R}} \frac{(y_0 - y)M_y(y_0) - (z_0 - z)M_z(y_0)}{(y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2} dy_0 \right\} \Big|_{z_0=0}^{z_0=\lambda\Delta_0}. \end{aligned}$$

Зависимость $\mathbf{H}$ от z не представляет интереса для дальнейших расчетов и может быть усреднена по толщине пленки следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{H}}(y) = \frac{1}{\lambda\Delta_0} \int_0^{\lambda\Delta_0} \mathbf{H}(y, z) dz.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{H}_y(\xi) &= 4\pi \left\{ \int_{\mathbb{R}} B(\xi_0 - \xi) M_y(\xi_0) d\xi_0 - M_y(\xi) \right\}, \\ \tilde{H}_z(\xi) &= -4\pi \int_{\mathbb{R}} B(\xi_0 - \xi) M_z(\xi_0) d\xi_0, \end{aligned}$$

где

$$B(x) = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \left[1 + \left(\frac{\lambda}{x} \right)^2 \right], \quad \xi = \frac{y}{\Delta_0}.$$

Очевидно, что при $\lambda \rightarrow \infty$ $B(x) = 0$, т.е. $\tilde{H}_y(\xi) = -4\pi M_y(\xi)$, $\tilde{H}_z(\xi) = 0$. Это представляет собой известное приближение Винтера [12]. В то же время при $\lambda \rightarrow 0$ $B(x) = \delta(x)$ и $\tilde{H}_y(\xi) = 0$, $\tilde{H}_z(\xi) = -4\pi M_z(\xi)$, что соответствует приближению ультратонкой пленки [5].

3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть материал пленки представляет собой кубический ферромагнетик с наведенной вдоль $[011]$ одноосной анизотропией, $[011] \parallel Oz$. Тогда энергию ее магнитных неоднородностей, приведенную к $E_0 = K_{\pi} L_x \lambda \Delta_0^2$, можно записать в виде [13]

$$E = \int_{\mathbb{R}} [\theta'^2 + \varphi'^2 \sin^2 \theta + 2F(\theta, \varphi - \psi) + \Phi] d\xi,$$

где

$$F(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left\{ 1 + \kappa_p \sin^2 \varphi + \frac{\kappa_1}{4} (1 - 3 \sin^2 \varphi) (2 - 3 \sin^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) \right\},$$

$$\Phi = -\frac{1}{2K_{\pi}} \mathbf{M} \tilde{\mathbf{H}}.$$

Здесь θ, φ – полярный и азимутальный углы вектора $\mathbf{M}$ соответственно, θ', φ' – их производные по ξ , ψ – угол между осями Ox и $[100]$, $\kappa_1 = K_1/K_{\pi}$, $\kappa_p = K_p/K_{\pi}$, K_{π} и K_p – константы перпендикулярной и ромбической составляющих наведенной одноосной анизотропии соответственно, K_1 – константа кубической анизотропии, L_x – размер пластины вдоль оси Ox ($L_x \rightarrow \infty$).

Уравнения, выражающие необходимое условие минимума энергии E , имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi'' + 2\varphi'\theta' \operatorname{ctg} \theta &= \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + Q^{-1} \left(\sin \varphi \cos \varphi - b_y \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right), \\ \theta'' - 2\varphi'^2 \sin \theta \cos \theta &= \frac{\partial F}{\partial \theta} + Q^{-1} (\sin^2 \varphi \sin \theta \cos \theta - b_y \sin \varphi \cos \theta - b_z \sin \theta), \end{aligned} \quad (3)$$

где $Q = K_{\pi}/2\pi M_s^2$ – фактор качества материала, M_s – намагниченность насыщения,

$$\begin{aligned} b_y(\xi) &= \int_{\mathbb{R}} B(\xi_0 - \xi) \sin \theta(\xi_0) \sin \varphi(\xi_0) d\xi_0, \\ b_z(\xi) &= \int_{\mathbb{R}} B(\xi_0 - \xi) \cos \theta(\xi_0) d\xi_0. \end{aligned}$$

4. СЛУЧАЙ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ

Будем рассматривать тонкие пленки, т. е. $\lambda \ll 1$. Тогда для решения полученной системы можно воспользоваться теорией возмущений, разлагая искомые функции в степенной ряд по значениям λ . Выбирая в качестве нулевых приближений решения, соответствующие блоховским ДГ в ультратонкой пленке, с точностью до линейных членов можно записать: $\theta = \theta_0 + \lambda \theta_1$, $\varphi = \psi + k\pi/2 + \lambda \varphi_1$, $k \in Z$ (вид нулевых приближений связан с характером вхождения переменных в уравнения Эйлера–Лагранжа, а также с видом их решений в нулевом порядке теории возмущений [13]). Примем $k = 0$, что соответствует рассмотрению всех четных значений (рассмотрение нечетных значений не приводит к качественно иным результатам). Указанные нулевые приближения существуют при $1 - Q^{-1} < \kappa_1 < 4(1 - Q^{-1})$, причем

$$\sin^2 \theta_0 = \frac{4 - 4Q^{-1} - \kappa_1}{3\kappa_1 + 4(1 - Q^{-1} - \kappa_1) \operatorname{th}^2 \sqrt{-1 + Q^{-1} + \kappa_1} \xi}. \quad (4)$$

Учитывая, что (см. приложение)

$$b_y = \lambda \sin \psi \widehat{M} \sin \theta_0 + \sin \theta \sin \varphi + O(\lambda^2),$$

из уравнения (3) получаем

$$\varphi_1 = \varphi_{10} \sin 2\psi, \quad (5)$$

$$\varphi''_{10} + \theta'_0 \varphi'_{10} \operatorname{ctg} \theta_0 - \left(\kappa_p - \frac{2\kappa_1}{2} + \frac{5\kappa_1}{2} \sin^2 \theta_0 \right) \varphi_{10} = -Q^{-1} \frac{\widehat{M} \sin \theta_0}{2 \sin \theta_0}. \quad (6)$$

Значение ψ может быть найдено из условия минимальности величины

$$\Delta E = 2 \int_{\mathbb{R}} [F(\theta, \varphi - \psi) - F(\theta, 0)] d\xi,$$

представляющей собой еще одно необходимое условие минимальности E , связанное с требованием минимума энергии возмущения основного состояния магнетика. С точностью до λ^2

$$\Delta E = s \lambda^2 \sin^2 2\psi, \quad (7)$$

где

$$s = \int_{\mathbb{R}} \varphi_{10}^2 \sin^2 \theta_0 \left(\kappa_p - \frac{3\kappa_1}{2} + \frac{5\kappa_1}{2} \sin^2 \theta_0 \right) d\xi. \quad (8)$$

Поскольку выражения (6) и (8) не содержат ψ , значение s также не зависит от ψ и является функцией материальных параметров среды. Следовательно, согласно формуле (7) при $s > 0$ ΔE минимально, когда $\psi = k_1 \pi/2$, где k_1 – некоторое целое число, что согласно соотношению (5) соответствует круговой траектории вектора намагниченности. В то же время при $s < 0$ условие минимальности ΔE выражается условием $\psi = \pi/4 + k_2 \pi/2$, где k_2 – некоторое целое число. Далее будем полагать, что $k_2 = 0$, откуда вытекает $\varphi_1 \equiv \varphi_{10}$.

5. ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

1. Пусть $\beta = -1 + Q^{-1} + \kappa_1 \ll 1$, что соответствует области, лежащей вблизи нижней границы существования решения (4). Тогда, разлагая правую часть (4) в ряд по степеням β с точностью до линейных членов, имеем

$$\sin \theta_0 \approx 1 - \frac{2\beta}{3(1 - Q^{-1}) \operatorname{ch}^2 \sqrt{\beta} \xi}.$$

Подставляя это выражение в формулу (6) и пренебрегая в левой части уравнения членами, имеющими более чем нулевой порядок по β (такowymi, очевидно, являются все производные), в предположении, что $\kappa_r + 1 - Q^{-1}$ не мало (т. е. вдали от границы устойчивости решения), получаем

$$\varphi_1 \approx - \frac{\beta^{3/2}}{3(Q - 1)(\kappa_r + 1 - Q^{-1})} \gamma(\sqrt{\beta} \xi),$$

или

$$\varphi_1 \approx - \frac{(-1 + Q^{-1} + \kappa_1)^{3/2}}{3(Q - 1)(\kappa_r + 1 - Q^{-1})} \gamma(\sqrt{-1 + Q^{-1} + \kappa_1} \xi), \quad (9)$$

 Рис. 1. Диаграмма устойчивости состояний 0° ДГ с разной топологией.

где

$$\gamma(x) = \widehat{M} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}.$$

Использование выражения, полученного в приложении, позволяет найти зависимость

$$\gamma(x) = -\frac{i \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch}^3 x} + \frac{1}{\pi^3} (\ln \Gamma(z))''' \Big|_{z=1/2+ix/\pi},$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция.

Подставляя выражение (9) в формулу (8), находим, что условие $s < 0$ равносильно

$$\kappa_r < (D - 1)\kappa_1 - D(1 - Q^{-1}),$$

где

$$D = \frac{10 \int_{\mathbb{R}} (\gamma^2(x) / \operatorname{ch}^2 x) dx}{3 \int_{\mathbb{R}} \gamma^2(x) dx} \approx 2,72834.$$

На рис. 1 приведено сравнение данного результата (сплошная линия) с результатом численного расчета (пунктирная линия) для линии перехода от блоховских 0° ДГ к 0° ДГ с некруговыми траекториями вектора намагниченности. При этом область устойчивости структуры первого типа лежит выше линии перехода, а второго типа – соответственно ниже.

2. Пусть теперь $\beta = 4(1 - Q^{-1}) - \kappa_1 \ll 1$, что соответствует области, лежащей вблизи верхней границы существования решения (4), которая совпадает с линией фазового перехода типа спиновой переориентации [10]. Тогда

$$\sin^2 \theta_0 \approx \left(1 + \frac{12(1 - Q^{-1})}{\beta \operatorname{ch}^2 \sqrt{3(1 - Q^{-1})} \xi} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Несложно убедиться, что согласно формуле (10) $\sin^2 \theta_0 = 1/2$ при $\xi = \pm \xi_c$, где

$$\xi_c = \frac{1}{\sqrt{3(1 - Q^{-1})}} a, \quad a = \operatorname{arcch} \sqrt{\frac{12(1 - Q^{-1})}{\beta}}.$$

При этом в случае $|\xi| \gg \xi_c \sin^2 \theta_0 \approx 1$, а при $|\xi| \ll \xi_c$

$$\sin \theta_0 \approx \frac{\operatorname{ch} \sqrt{3(1-Q^{-1})} \xi}{\operatorname{ch} a}.$$

Следовательно, можно приближенно записать

$$\sin \theta_0 \approx \left(1 + \frac{\operatorname{ch} a}{\operatorname{ch} \sqrt{3(1-Q^{-1})} \xi} \right)^{-1}.$$

Тогда

$$\widehat{M} \sin \theta_0 = \sqrt{3(1-Q^{-1})} \alpha(\sqrt{3(1-Q^{-1})} \xi),$$

где

$$\alpha(x) \equiv \widehat{M} \frac{1}{\operatorname{ch} x + \operatorname{ch} a} = \frac{i \operatorname{ch} a \operatorname{sh} x}{2(\operatorname{ch} x + \operatorname{ch} a)^2} + \frac{i}{4\pi^2 \operatorname{th} a} (\ln \Gamma(z))'' \bigg|_{z=z_-}^{z=z_+},$$

$$z_{\pm} = \frac{1}{2} + \frac{i(x \pm a)}{2\pi}.$$

Таким образом, выражение (6) может быть сведено к виду

$$m'' + U(\xi)m = -\frac{Q^{-1}\sqrt{3(1-Q^{-1})}}{2} \alpha(\sqrt{3(1-Q^{-1})} \xi),$$

где $m = \varphi_1 \sin \theta_0$, а $U(\xi)$ можно аппроксимировать ступенчатой функцией:

$$U(\xi) = \begin{cases} -3(1-Q^{-1})p_i^2, & |\xi| \leq \xi_c, \\ -3(1-Q^{-1})p_e^2, & |\xi| > \xi_c, \end{cases}$$

$$p_i = \sqrt{\frac{\kappa_r}{3(1-Q^{-1})}} - 1, \quad p_e = \sqrt{\frac{\kappa_r}{3(1-Q^{-1})}} + \frac{4}{3}.$$

Решая это уравнение с учетом требования конечности решения, получаем

$$m = -\frac{Q^{-1}}{2\sqrt{3(1-Q^{-1})}} S(\sqrt{3(1-Q^{-1})} \xi),$$

где

$$S(x) = \frac{1}{p_i} \int_0^x \alpha(z) \operatorname{sh} p_i(x-z) dz + C \operatorname{ch} p_i x,$$

$$C = \frac{I_s(p_e) + I_c(p_e) - I_c(p_i) - (p_e/p_i)I_s(p_i) - I(p_e)e^{p_e a}}{p_e \operatorname{ch} p_i a + p_i \operatorname{sh} p_i a},$$

$$I(p) = \int_0^\infty \alpha(z) e^{-pz} dz,$$

$$I_s(p) = \int_0^a \alpha(z) \operatorname{sh} p(a-z) dz, \quad I_c(p) = \int_0^a \alpha(z) \operatorname{ch} p(a-z) dz.$$

Рис. 2. График решения при $Q = 2$, $\kappa_r = 3$, $\beta = 10^{-4}$, полученный аналитически (линия 1) и численно (линия 2).

На рис. 2 приведено сравнение полученного приближенного решения для $\varphi_1(\xi)$ (линия 1) с результатом численного расчета (линия 2) для случая $Q = 2$, $\kappa_r = 3$, $\beta = 10^{-4}$. Как видно, приближение довольно точное, хотя несложно убедиться, что амплитуда решения при этом всегда оказывается несколько заниженной, что наблюдается и в рассмотренном случае.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенных расчетов следует, что в ферромагнитных пленках 0° ДГ с квазиблоховской структурой при определенных значениях материальных параметров могут возникать и в отсутствие внешнего магнитного поля, чего не наблюдается в неограниченных образцах [13]. Они отличаются от блоховских 0° ДГ ориентацией, что легко обнаруживается экспериментально магнитооптическими методами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим линейный оператор $\widehat{M}$, действие которого на мероморфную функцию $f(x)$ определяется выражением

$$\widehat{M}f(x) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{1}{2\pi\lambda} \int_{\mathbb{R}} \ln \left[1 + \left(\frac{\lambda}{x_0 - x} \right)^2 \right] f(x_0) dx_0 - f(x) \right\}.$$

Обозначим $g(x) = \widehat{M}f(x)$. Тогда

$$g'(x) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\pi} J - \frac{f'(x)}{\lambda} \right\},$$

где

$$J = \int_{\mathbb{R}} \frac{f(x_0)}{(x_0 - x)[(x_0 - x)^2 + \lambda^2]} dx_0.$$

В последнем выражении интегрирование по вещественной оси можно заменить интегрированием вдоль контура на комплексной плоскости, представляющего собой границу полукруга бесконечного радиуса с центром в точке $x_0 = 0$, расположенного в области $\text{Im } x_0 > 0$. Тогда, суммируя вычеты в полюсах, принадлежащих области $\text{Im } x_0 > 0$, получаем

$$J = 2\pi i \left(\frac{f(x) - f(x + i\lambda)}{2\lambda^2} + \sum_{\text{Im } x_i > 0} \text{res}_{x_0=x_i} \frac{f(x_0)}{(x_0 - x)[(x_0 - x)^2 + \lambda^2]} \right).$$

Производя разложение в ряд по степеням λ , имеем

$$J = 2\pi i \left(-\frac{if'(x)}{2\lambda} + \frac{f''(x)}{4} + \sum_{\text{Im } x_i > 0} \text{res}_{x_0=x_i} \frac{f(x_0)}{(x_0 - x)^3} \right) + O(\lambda),$$

следовательно,

$$g'(x) = \frac{i}{2}f''(x) + 2i \sum_{\text{Im } x_i > 0} \text{res}_{x_0=x_i} \frac{f(x_0)}{(x_0 - x)^3}$$

и соответственно

$$\widehat{M}f(x) = \frac{i}{2}f'(x) + i \sum_{\text{Im } x_i > 0} \text{res}_{x_0=x_i} \frac{f(x_0)}{(x_0 - x)^2}.$$

Список литературы

- [1] Д. Д. Мишин, *Магнитные материалы*, Высш. шк., М., 1991.
- [2] В. К. Власко-Власов, М. В. Инденбом, *ЖЭТФ*, **86**:3 (1984), 1084–1091.
- [3] Г. С. Кандаурова, *Соросовский образовательный журнал*, **1** (1997), 100–106.
- [4] А. С. Логгинов, А. В. Николаев, В. Н. Онищук, П. А. Поляков, *Письма в ЖЭТФ*, **66**:6 (1997), 398–402.
- [5] А. Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах*, Мир, М., 1977.
- [6] А. В. Dichenko, V. V. Nikolaev, *J. Magn. Magn. Mater.*, **53**:1–2 (1985), 71–79.
- [7] Л. И. Антонов, Ф. В. Лисовский, Е. А. Мухина, Е. В. Лукашева, *ФММ*, **81**:1 (1996), 32–39.
- [8] М. В. Четкин, И. В. Парыгина, Л. Л. Савченко, *ЖЭТФ*, **110**:5 (1996), 1873–1882.
- [9] Б. Н. Филиппов, Л. Г. Корзунин, Ф. А. Кассан-Оглы, *ФММ*, **98**:3 (2004), 3–11.
- [10] Р. М. Вахитов, Е. Р. Гареева, М. М. Вахитова, А. Р. Юмагузин, *ЖТФ*, **79**:8 (2009), 50–55.
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, М., 1982.
- [12] J. M. Winter, *Phys. Rev.*, **124**:2 (1961), 452–459.
- [13] Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, *ФТТ*, **53**:5 (2011), 944–950.

Поступила в редакцию 15.04.2011,
после доработки 12.10.2011