Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. М. Жарков, О функциональном интеграле в модели Хаббарда, *ТМФ*, 2012, том 172, номер 3, 479–496

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6898>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.164.48.24

26 апреля 2023 г., 12:44:10

© 2012 г.

В. М. Жарков*

О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ ИНТЕГРАЛЕ В МОДЕЛИ ХАББАРДА

В новом функциональном интеграле, предложенном для модели, обнаружен режим с деформированной мерой интегрирования, в котором обычный интеграл заменяется на интеграл Джексона. Отмечена связь с p -адическим функциональным интегралом. Для магнитной и электронной подсистем в эффективном функционале, следующем из операторной формулировки модели Хаббарда, обнаружена двухпараметрическая квантовая производная, приводящая к появлению квантовой $SU_{rq}(2)$ -группы. Прослежена связь с однопараметрической квантовой производной и обычной производной.

Ключевые слова: сильно коррелированные системы, модель Хаббарда, p -адический функциональный интеграл.

1. ВВЕДЕНИЕ

Модель Хаббарда [1] продолжает оставаться основной площадкой для отработки новых подходов к сильно коррелированным системам. Традиционно эффекты сильного кулоновского отталкивания играют важную роль в понимании механизмов высокотемпературной сверхпроводимости, физики перехода металл–диэлектрик мотт–хаббардовского типа и связанных с ними магнитных состояний [2]. Экспериментальное обнаружение спиновой жидкости в органическом металле (BEDT–TTF)₂Cu₂(CN)₃ [3] еще более усложнило ситуацию, введя необходимость учета спиновой жидкости в фазовой диаграмме данной модели. В последние годы стало ясно, что необходимы новые подходы, помогающие, в частности, понять те свойства, которые демонстрируют материалы и отдельные молекулы, использующиеся в нанотехнологических устройствах. В этих устройствах широко используются материалы, имеющие одномерную или двумерную зону проводимости, например полимеры. В работе [4] для полимера TA-PPE (производная от poly(p-phenyleneethynylene)) в зависимости проводимости от приложенного напряжения были обнаружены скачки двух типов – в виде ступенек и в виде пилы. Скачки проводимости и намагнитченности были обнаружены и в других системах и материалах [5]–[7]. В наших работах [8], [9] для описания такого типа поведения макроскопических величин

*Естественнонаучный институт, Пермский государственный университет, Пермь, Россия. E-mail: vita@psu.ru

было предложено использовать функции от аргумента, принимающего значения в поле p -адических чисел. Аргумент такой функции задает величину напряжения, а сама функция, зависящая от одного параметра, как показало численное моделирование, задает два типа обнаруженного экспериментально поведения: ступеньки и пилу. Увеличение точности при вычислении этой функции от p -адического аргумента (для p -адических чисел брались значения $p = 2, 3$) выявило увеличение вложенных систем скачков в поведении проводимости. В работе [9] была дана на качественном уровне физическая картина такого поведения в сильно коррелированных системах. Было отмечено, что в одномерных системах в режиме сильного отталкивания электронов электронная система разбивается на флуктуирующие кластеры из нескольких электронов. Вязкое движение этих кластеров как целого при повышении температуры и напряжения приводит к процессам деления на целое число кластеров. Так образуется иерархическое вложение скачков меньшей амплитуды в структуру скачков с большой амплитудой.

Настоящая работа посвящена обоснованию того факта, что в сильно коррелированных многоэлектронных системах при сильном кулоновском отталкивании может развиваться режим, в котором вычисляемые макроскопические величины задаются функциями от p -адического аргумента. Здесь обосновывается следующий сценарий: появление p -адических чисел происходит через деформацию меры интегрирования, зависящей от параметра деформации q . При сильных корреляциях в функциональном интеграле появляется мера Джексона, через которую вычисляются макроскопические величины. В случае $q = 1/p$, где p – простое число, интеграл Джексона сводится к p -адическому интегралу [10]. Таким образом, в модели Хаббарда появляется возможность описания скачков функциями от p -адического аргумента.

В частности, в настоящей работе продолжено исследование новой формулировки функционального интеграла, которая была дана в наших работах [11], [12]. Отметим, что данный подход сильно отличается от распространенных за рубежом функциональных формулировок для моделей Гейзенберга и Хаббарда. Поэтому ниже мы проведем сравнение с различными версиями функциональных представлений для операторов рождения-уничтожения, предложенных в разных работах. Будет показано, что вычисленные нами выражения для суперкогерентных состояний приводят к более сложным композитным выражениям для символов операторов, нежели *slave-boson*- и *slave-roton*-подходы [13], [14]. Найденные в настоящей работе выражения для операторов рождения-уничтожения при различных схемах редукции групп в модели Хаббарда, впервые рассмотренные в работе [11], приводят ко всем известным нам на сегодняшний день формулировкам функционального интеграла для систем с сильным кулоновским взаимодействием. Более того, как показано в работе [12], предложенная формулировка позволяет изучать различные кохомологии групп и супергрупп и таким образом обеспечивает контролируемое уточнение и расширение динамических групп и симметрий, которые спонтанно появляются при росте взаимодействия в многоэлектронных системах.

Предложенное нами представление для эффективного функционала и операторов рождения-уничтожения существенно нелинейно. Именно эта нелинейность позволяет увидеть в выражениях, принадлежащих универсальной обертывающей алгебре, те слагаемые, которые дают квантовые производные, задающие образующие квантовой алгебры. В работе [15] было введено приближение, при котором радиус-векторы

векторных полей не зависят от координат динамических полей. Это допущение эквивалентно приближению независимости от координат значений полей, задающих операторы Казимира и инварианты классических групп $SU(2)$ и $SU(1, 1)$, встречающихся в нашей формулировке.

Эти комбинации, как будет показано ниже, определяют два параметра деформации квантовой группы Лоренца, или группы четырехмерных поворотов. Подробно будет рассмотрен переход к однопараметрической квантовой производной и показано, что магнитная и электрическая подсистемы модели Хаббарда описываются деформированными версиями нелинейных сигма-моделей. Далее проведено вычисление той части функционального интеграла для модели Хаббарда, которая задается выражениями, содержащими эту квантовую производную.

Рассмотрение проводится на модельных вкладах, присутствующих, разумеется, в модели Хаббарда. Будут рассмотрены предельные случаи по параметру деформации и в этих пределах вычислен функциональный интеграл.

В настоящей работе мы вычислим эффективный функционал, следующий из кинетической энергии модели Хаббарда, используя суперкогерентные состояния, содержащие фермионные поля степени не выше первой. Мы фиксируем динамические поля таким образом, что оставшиеся выражения дадут вклад, показывающий отличие предложенного подхода от существующих в литературе. Будет видно, что основное отличие нашего представления, его нелинейность, дает возможность ввести в задачу двухпараметрическую квантовую производную. При переходе к однопараметрической квантовой производной мы получаем деформированную нелинейную сигма-модель, живущую в дополнительном измерении, задаваемом масштабным множителем. Далее, используя аналогию с диаграммной техникой для атомных X -операторов [2], [11], мы рассмотрим интеграл, линейный по квантовому числу от масштабного фактора. Этот интеграл определит меру интегрирования. Путем прямого вычисления ряда будет показано, что данный ряд в предельном случае параметра деформации, стремящегося к нулю, сводится к интегралу Джексона.

Основной результат проведенного вычисления состоит в том, что при изменении параметра деформации мы получаем деформации меры интегрирования. В предельном случае малого q обычный интеграл превращается в интеграл Джексона.

2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ФУНКЦИОНАЛ МОДЕЛИ ХАББАРДА

Кратко приведем общую схему получения эффективного функционала для модели Хаббарда, предложенную в работах [15] и развитую далее, например, в недавней работе [12]. Стартуем с модели Хаббарда, записанной через обычные операторы рождения-уничтожения:

$$H = -W \sum_{i,j,\sigma} \alpha_{\sigma,i}^+ \alpha_{\sigma,j} + U \sum_{i,\sigma} n_{\sigma,i} n_{-\sigma,i} - \mu \sum_{\sigma,i} n_{\sigma,i}, \quad (1)$$

где $\alpha_{\sigma,i}^+$, $\alpha_{\sigma,j}$ – операторы рождения-уничтожения, $n_{\sigma,i}$ – оператор электронной плотности, W , U , μ – ширина зоны проводимости, одноузельное отталкивание двух электронов и химический потенциал, σ задает величину спина. Суммирование проводится по целым индексам i , j , нумерующим узлы решетки. Для одномерной решетки, например, $-N/2 < i < N/2$, где N – полное число атомов. Для электронов

суммирование идет по значениям $\sigma = \pm 1/2$. В режиме слабой корреляции, когда отталкивание на узле мало, в качестве нулевого приближения берут кинетическую энергию, а отталкивание рассматривают по теории возмущений. В “атомном” подходе, где отталкивание велико, за нулевое приближение берут одноузельный вклад следующего вида:

$$Un_{\sigma,i}n_{-\sigma,i} - \mu n_{\sigma,i}.$$

Далее мы опустим индекс i для акцентирования внимания на внутренней структуре появляющегося расслоения.

Данное слагаемое диагонально в “атомном” базисе и имеет следующие собственные функции и собственные значения ϵ :

$$\begin{aligned} |0\rangle, & \quad \epsilon_0 = 0; & |+\rangle = \alpha_{\uparrow}^+ |0\rangle, & \quad \epsilon_+ = -\mu; \\ |-\rangle = \alpha_{\downarrow}^+ |0\rangle, & \quad \epsilon_- = -\mu; & |2\rangle = \alpha_{\uparrow}^+ \alpha_{\downarrow}^+ |0\rangle, & \quad \epsilon_2 = U - 2\mu. \end{aligned}$$

Вычисление матричных элементов для α_{σ}^+ , α_{σ} в данном базисе приводит к следующему матричному представлению.

Скажем, $\alpha_{\uparrow}^+$ будет иметь вид

$$\alpha_{\uparrow}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = X^{+0} - X^{2-}. \quad (2)$$

Видно, что операторы α_{σ}^+ содержат два отличных от нуля матричных элемента. Введем операторы X^{rs} , $r, s = 0, +, -, 2$, содержащие только один отличный от нуля матричный элемент. Тогда имеем следующее разложение для операторов рождения-уничтожения по операторам Хаббарда [1]:

$$\alpha_{\uparrow}^+ = X^{+0} - X^{2-}, \quad \alpha_{\downarrow}^+ = X^{-0} + X^{2+}, \quad \alpha_{\uparrow} = X^{0+} - X^{-2}, \quad \alpha_{\downarrow} = X^{0-} + X^{+2}.$$

Поскольку размерность базиса у нас равна 4 и операторы рождения-уничтожения выражаются через матрицы размера 4×4 , в общем случае мы имеем базис из 16 операторов. Из этого набора удалим единичный оператор и оператор вида

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Мы привели для этого оператора такое обозначение, поскольку он совпадает с оператором γ_5 в киральном базисе в квантовой теории поля (КТП). Он также равен

$$\gamma_5 = (X^{00} - X^{22})^2 - (X^{++} - X^{--})^2.$$

Через этот оператор можно выразить хаббардовское отталкивание на одном узле. Поскольку он выражается через другие операторы, в дальнейшем мы его учитывать

не будем. Остальные операторы на узле в данном базисе могут быть разделены на фермионные, имеющие вид

$$(X^{0+}, X^{0-}, X^{+0}, X^{-0}, X^{+2}, X^{-2}, X^{2+}, X^{2-}),$$

и бозонные:

$$(X^{+-}, X^{-+}, X^{++} - X^{--}, X^{02}, X^{20}, X^{00} - X^{22}).$$

Мы опустили индекс решетки у приведенных операторов, чтобы подчеркнуть возможность получения генераторов глобальной динамической алгебры. Операторы Хаббарда можно снабдить индексом решетки, взяв N копий, где N – полное число узлов решетки, и составив из них прямое произведение.

Современный обзор атомного подхода представлен в работе [16]. В терминах этих операторов модель Хаббарда примет следующий вид:

$$H = U \sum_{i,r} X_i^{rr} - W \sum_{i,j,\alpha,\beta} X_i^{-\alpha} X_j^{\beta}. \quad (3)$$

Далее используется функциональная формулировка для многоэлектронных систем, предложенная в работах [15]. Согласно ей оператор эволюции между начальным и конечным состояниями задается следующим функциональным интегралом с действием, выражаемым через эффективный функционал, который вычисляется с помощью операторного выражения (3) с использованием суперкогерентных состояний (отметим, что в этой формулировке набор операторов X^{rs} не имеет индекса, нумерующего решетку, и образует набор генераторов динамической супералгебры):

$$\langle G_f | e^{-iH(t_f - t_i)} | G_i \rangle = \int_{|G(t_i)\rangle = |G_i\rangle}^{|G(t_f)\rangle = |G_f\rangle} D(G, G^*) e^{-iS[G, G^*]}. \quad (4)$$

Здесь действие

$$S[G, G^*] = \int_{t_i}^{t_f} dt \int_V d^3r \frac{\langle G(r, t) | i \partial / \partial t - H | G(r, t) \rangle}{\langle G(r, t) | G(r, t) \rangle}, \quad (5)$$

мера интегрирования равна

$$D(G, G^*) = \prod_{t_i < t < t_f} \prod_r dG(r, t)^* dG(r, t) \langle G(r, t) | G(r, t) \rangle.$$

Выражение, стоящее под интегралом в формуле (5) КТП, называется лагранжианом. Мы по возможности будем избегать этого термина. Причина состоит в том, что в отличие от КТП мы стартуем уже со вторично квантованного представления и далее переходим к эффективной модели, содержащей композитные и нелинейные поля. Данный переход является нетривиальным, и чтобы использовать термин “лагранжиан”, желательно хотя бы знать лагранжевы уравнения движения. К сожалению, в нашем подходе для каждого представления выбранного суперкогерентного состояния нужно проводить отдельное исследование поиска переменных и сопряженных им импульсов. Имея в виду этот момент, мы будем использовать термин “эффективный функционал”, хотя это не очень точно, в качестве замены термину “лагранжиан”.

Локальные свойства сильно коррелированной системы мы описываем функцией, равной суперкогерентному состоянию вида

$$|G\rangle = \exp \begin{pmatrix} E_z & 0 & 0 & E^+ \\ \chi_1 & h_z & h^+ & 0 \\ \chi_2 & h^- & -h_z & 0 \\ E^- & -\chi_3 & \chi_4 & -E_z \end{pmatrix} |0\rangle; \quad (6)$$

в данном выражении в показателе экспоненты расположены динамические поля, зависящие от координат и времени. Электрическое поле задается трехмерным вектором

$$\vec{E} = (E^+(x, y, z, t), E^-(x, y, z, t), E^z(x, y, z, t)).$$

Магнитное поле имеет три компоненты, зависящие от пространственно-временных координат:

$$\vec{h} = (h^+(x, y, z, t), h^-(x, y, z, t), h^z(x, y, z, t)).$$

Фермионные поля задаются нечетнозначными грассманово-значными функциями координат и времени:

$$\chi_k^*(x, y, z, t), \quad \chi_k(x, y, z, t), \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

Выражение (6) есть решение такой задачи: в атомном базисе состояние узла будет описываться волновой функцией вида

$$|G(i)\rangle = a_i|i0\rangle + b_i|i+\rangle + c_i|i-\rangle + d_i|i2\rangle, \quad (7)$$

где a_i, b_i, c_i, d_i – коэффициенты при функциях атомного базиса, зависящие от индекса i . Имеем следующее условие для нормировки волновой функции:

$$\langle G|G\rangle^2 = a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 + d_i^2 = 1.$$

Проблемы использования такого типа функций хорошо известны. Функция типа a_i является симметричной по своим координатам (бозонный тип), а функции b_i, c_i антисимметричны при перестановке координат (фермионный тип). Общий вид функций $|G\rangle$ задается выражением (6), в котором под экспонентой стоит выражение $\sum_{mn} X^{mn} \phi_{mn}$, где функции ϕ_{mn} равны $\chi_k^*, \vec{h}, \vec{E}$. Суперкогерентное состояние (6) задает представление супергруппы с набором супергенераторов X^{nm} .

Заметим, что в работах [17] выражения для приведенных выше суперкогерентных состояний были вычислены точно. Как отмечалось в работе [12], при использовании ЭВМ и компьютерных программ для работы с суперматрицами и суперполями возможно точное вычисление и самого функционала. Из работ [17] видно, что основное отличие нашего подхода от подходов, применяемых в других работах, состоит в нелинейном виде выражения для суперкогерентного состояния. Ниже мы покажем, что все представления, предложенные для символов операторов рождения-уничтожения в литературе, следуют из нашего представления при фиксации полей. Также мы покажем, что именно существенно нелинейный характер входящих в суперкогерентное состояние выражений, являющихся функциями от электрических и магнитных полей, является основным отличием от ранее предложенных представлений в виде функционального интеграла для модели Хаббарда.

Именно в этих нелинейных выражениях можно увидеть квантовые производные и как следствие квантовые группы. Отметим, что после обнаружения суперъянгиана в одномерной модели Хаббарда в работе [18] были предприняты большие усилия по нахождению квантовых групп в модели Хаббарда, однако успеха эти попытки не имели. В настоящей работе используется совершенно иной подход, поэтому обнаружение квантовых структур в модели Хаббарда объяснимо.

Выражение для эффективного функционала S задает переход от операторной формулировки, выраженной в терминах операторов рождения-уничтожения и операторов Хаббарда, к теоретико-полевой, заданной в терминах динамических полей бозе- и ферми-типов. Как показано в работе [12], основным моментом такого перехода является переход к формулировке задачи в терминах суперрасслоения, задаваемого представлением локальной супергруппы поворотов четырехмерного пространства. В дальнейшем в настоящей работе нам потребуются только символы операторов рождения-уничтожения, которые задаются выражениями $\langle G|\alpha_\sigma^+|G\rangle$, $\langle G|\alpha_\sigma|G\rangle$. Общие выражения для суперкогерентных выражений были вычислены в работах [17]. Здесь мы возьмем выражения для данных состояний в нулевом и линейном по грассмановым полям приближении. Выпишем выражения для когерентных состояний в этом приближении и их сопряженные выражения:

$$|G\rangle = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} E + E_z \frac{\operatorname{sh} E}{E} \\ a_1^+ \chi_1 + a_2^+ \chi_2 \\ a_1^- \chi_1 + a_2^- \chi_2 \\ E - \frac{\operatorname{sh} E}{E} \end{pmatrix},$$

$$\langle G| = \left(\operatorname{ch} E - E_z \frac{\operatorname{sh} E}{E}, (a_1^+)^* \chi_1^* + (a_2^+)^* \chi_2^*, (a_1^-)^* \chi_1^* + (a_2^-)^* \chi_2^*, -E + \frac{\operatorname{sh} E}{E} \right).$$

Действие операторов на данное состояние приведет к следующим выражениям:

$$\alpha_\uparrow^+ |G\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \operatorname{ch} E + E_z \frac{\operatorname{sh} E}{E} \\ 0 \\ -a_1^- \chi_1 - a_2^- \chi_2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_\downarrow^+ |G\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \operatorname{ch} E + E_z \frac{\operatorname{sh} E}{E} \\ a_1^+ \chi_1 + a_2^+ \chi_2 \end{pmatrix},$$

$$\alpha_\uparrow |G\rangle = \begin{pmatrix} a_1^+ \chi_1 + a_2^+ \chi_2 \\ 0 \\ -E - \frac{\operatorname{sh} E}{E} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_\downarrow |G\rangle = \begin{pmatrix} a_1^- \chi_1 + a_2^- \chi_2 \\ E - \frac{\operatorname{sh} E}{E} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Символы для операторов рождения-уничтожения, вычисленные по данным состояниям и записанные в виде спинора, можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} \langle G|\alpha_\downarrow^+|G\rangle \\ \langle G|\alpha_\uparrow^+|G\rangle \end{pmatrix} = E'_{12} a_m \chi + \hat{E}_{11} A_m \chi^*,$$

$$\begin{pmatrix} \langle G|\alpha_\uparrow|G\rangle \\ \langle G|\alpha_\downarrow|G\rangle \end{pmatrix} = \hat{E}_{22} a_m \chi + E'_{21} A_m \chi^*. \quad (8)$$

Здесь квадратные матрицы $\hat{E}$ и $\hat{h}_i$ размерности 2 имеют вид

$$\begin{aligned} E_{12}^i &= \hat{E}_{12} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & E_{21}^i &= \hat{E}_{21} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \hat{E}_{11} & \hat{E}_{12} \\ \hat{E}_{21} & \hat{E}_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \operatorname{ch} E + E_z \frac{\operatorname{sh} E}{E} & E^+ \frac{\operatorname{sh} E}{E} \\ E^- \frac{\operatorname{sh} E}{E} & \operatorname{ch} E - E_z \frac{\operatorname{sh} E}{E} \end{pmatrix}, \\ a_m &= f_3 \left(\ln \frac{f_3}{f_2} \right)' + f_2 ((\ln f_2)' + E_z) \hat{h}_2, \\ \hat{h}_2 &= \begin{pmatrix} ((\ln f_2)' + h_z) & h^+ \\ h^- & ((\ln f_2)' - h_z) \end{pmatrix}, \\ \sigma &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & A_m &= \sigma a_m^*, & \chi &= (\chi_1, \chi_2)^T, & \chi^* &= (\chi_1^*, \chi_2^*)^T. \end{aligned}$$

Перечислим еще раз те динамические поля, по которым в функциональном интеграле проводится функциональное интегрирование: векторы $\tilde{\mathbf{E}}$ и $\tilde{\mathbf{h}}$, задающие флуктуации электрических и магнитных степеней свободы, и χ_i – грассмановы поля. Комбинации $E = \sqrt{E_z^2 + E^+ E^-}$, $h = \sqrt{h_z^2 + h^+ h^-}$, являющиеся инвариантами двух групп $SU(2)$, также входят в суперкогерентное состояние. В настоящей работе мы возьмем их не зависящими от координат и времени константами. Именно эти константы определяют два параметра деформации, появляющейся в задаче квантовой группы. Обратим внимание на коэффициенты f_2 и f_3 . Выражения для них нелинейны по данным инвариантам. В работах [17] был развит метод вычисления и проведено точное их вычисление. В нелинейном представлении суперкогерентных состояний таких коэффициентов четыре, а именно f, f_2, f_3, f_4 . Обратим внимание на тот прием, с помощью которого эти коэффициенты вычислялись в работах [17]. Инварианты E и h в формулах были умножены на масштабный фактор x , и далее показано, что f_2, f_3, f_4 можно получить из f путем дифференцирования по x . В конце вычислений параметр x приравнивался к единице. В формулах, приведенных выше, это дифференцирование обозначено штрихом.

Выражение (8) определяет представление в функциональном интеграле для операторов рождения и уничтожения через три компоненты вектора $\vec{h}$. Представление, зависящее от вектора $\vec{h}$, было предложено в работе [13]. Отметим, что в этих выражениях, так же как в настоящей работе, локальная группа есть $SU(2) * SU(2)$.

Рассмотрим частные случаи для приведенных композитных выражений операторов рождения-уничтожения.

1. Если $(E^+, E^-, E_z) = 0$, $(h^+, h^-, h_z) = 0$, то $\langle G | \alpha_\sigma^+ | G \rangle = \chi_\sigma^*$, $\langle G | \alpha_\sigma | G \rangle = \chi_\sigma$, т. е. мы получаем голоморфное представление для операторов рождения-уничтожения. Подставляя их в выражение (1), мы приходим к стандартному представлению для фермионных систем через нечетные грассманово-значные поля [19].

2. Если $(h^+, h^-, h_z) = 0$, $(E^+, E^-, E_z) \neq 0$, то из выражения (8) получаем следующее выражение для функциональных символов операторов рождения-уничто-

жения:

$$\begin{pmatrix} \langle G | \alpha_{\downarrow}^+ | G \rangle \\ \langle G | \alpha_{\uparrow}^+ | G \rangle \end{pmatrix} = E'_{12} f_3 B \chi + \hat{E}_{11} f_3 B^* \sigma \chi^*, \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} \langle G | \alpha_{\uparrow} | G \rangle \\ \langle G | \alpha_{\downarrow} | G \rangle \end{pmatrix} = \hat{E}_{22} f_3 B \chi + E'_{21} f_3 B^* \sigma \chi^*, \quad (10)$$

где $B = (\ln f_3)' + E_z$.

Если мы положим выражение для f_3 равным единице, то данные выражения совпадут со slave-roton-представлением, предложенным в работе [14].

3. Если $(h^+, h^-, h_z) \neq 0$, $(E^+, E^-, E_z) = 0$, то получаем функциональное представление для операторов рождения-уничтожения следующего вида [14]:

$$\begin{pmatrix} \langle G | \alpha_{\downarrow}^+ | G \rangle \\ \langle G | \alpha_{\uparrow}^+ | G \rangle \end{pmatrix} = \hat{E}_{11} A_m \chi^*, \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} \langle G | \alpha_{\uparrow} | G \rangle \\ \langle G | \alpha_{\downarrow} | G \rangle \end{pmatrix} = \hat{E}_{22} a_m \chi, \quad (12)$$

$a_m = \hat{h}_3$, и в этой формуле в $\hat{h}_3$ в логарифме вместо f_2 стоит f_3 , а $A_m = \sigma a_m^*$.

Таким образом, мы показали, что в частных случаях выражение (8) содержит все известные нам представления для входящих в модель Хаббарда операторов рождения-уничтожения. Отметим, что основное отличие нашего представления от предложенных в литературе состоит в наличии коэффициентов f_2 , f_3 и f_4 . Выражения для этих коэффициентов приведены в работах [17]. Ниже мы выясним те следствия, к которым приводит наличие этих коэффициентов.

3. КВАНТОВЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ В МОДЕЛИ ХАББАРДА

Посмотрим, к какому функционалу приведет операторное выражение для магнитной подсистемы модели Хаббарда. Возьмем выражение для операторов рождения-уничтожения и подставим их в выражение для кинетической энергии. Получим функционал следующего вида:

$$H = \sum_{i,j} (f_4)^2 \begin{pmatrix} \chi_1^* \\ \chi_2^* \end{pmatrix}_i^T \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}_j.$$

Отметим, что при $f_4 = 1$ наше представление совпадает со slave-roton-представлением, используемым во многих работах. Здесь нашей задачей будет исследование тех слагаемых и функционалов, которых нет в цитированных нами работах. Возьмем выражение для матричного поля $\hat{E}$ в виде единичной матрицы, что означает независимость от координат пространства. Как отмечалось во введении, нашей задачей является получение выражения для когерентного состояния при таком выборе $\hat{E}$. Поскольку χ является фермионным полем, путем перехода к импульсному представлению мы получаем наполовину заполненную ферми-зону, интегрирование по которой дает нам суммарное число фермионов, т. е. константу. Заменим квадратичную комбинацию полей $\chi_i^* \chi_j$ на эту константу. В результате приходим к следующему выражению для эффективного функционала при совпадающих аргументах ($i = j$):

$$H = (f_4)^2, \quad (13)$$

где коэффициент f_4 равен [17] $f_4 = (E \operatorname{sh} E - h \operatorname{sh} h) / (E^2 - h^2)$.

Отметим, что именно на этот множитель отличается наш функционал от приведенного в работах [13], [14]. На первый взгляд, это просто какой-то нелинейный коэффициент. Но! Введем в рассмотрение двухпараметрическую производную, действующую на функции $f(x)$ по формуле

$$D_{rq}f(x) = \frac{f(rx) - f(qx)}{(r - q)x}.$$

Известно [20], что тройка операторов $(D_{rq}, x, x \partial/\partial x)$ образует двухпараметрическую квантовую алгебру $SU_{rq}(2)$ со следующими коммутационными соотношениями для генераторов $(S^+, S^-, S_z) = (D_{rq}, x, x \partial/\partial x)$:

$$[S_z, S^+] = S^+, \quad [S_z, S^-] = -S^-, \quad S^+ S^- - \frac{r}{q} S^- S^+ = [2S_z]_{r,q}.$$

Для двухпараметрического квантового числа имеем следующее определение [20]:

$$[X]_{rq} = \frac{q^X - r^{-X}}{q - r^{-1}}.$$

Используя выражение для D_{rq} , можно переписать нелинейный коэффициент f_4 в виде

$$D_{E^2, h^2}(x) \left(\frac{\sqrt{x} \operatorname{sh} \sqrt{x}}{x} \right) = \frac{E \sqrt{x} \operatorname{sh}(\sqrt{x} E) - h \sqrt{x} \operatorname{sh}(\sqrt{x} h)}{x(E^2 - h^2)}.$$

Мы ввели отдельный параметр x в выражении f_4 . Из представления для этой величины, приведенной в работах [17], следует, что x задает масштабный множитель и есть поле дилатона. Покажем это. Полный набор полей, входящих в выражение для суперкогерентного состояния (6) и в меру интегрирования функционального интеграла, задается той супералгеброй, матричные генераторы которой входят в (6). И там нет генератора дилатаций, в матричном представлении задаваемого матрицей γ_5 в киральном представлении, которой отвечает третий параметр на диагонали в выражении (6). Для его учета нужно провести точное вычисление для матрицы (6) с полным набором генераторов. К сожалению, данная задача существенно сложнее того, что было сделано в работах [17]. Мы введем масштабный фактор для локальных полей $\tilde{\mathbf{E}}$ и $\tilde{\mathbf{h}}$ такой, что $\tilde{\mathbf{E}}'' \rightarrow \beta \tilde{\mathbf{E}}$, $\tilde{\mathbf{h}}'' \rightarrow \beta \tilde{\mathbf{h}}$, и перейдем к штрихованным полям. Он может стать локальным полем $\beta(x)$, зависящим от x , а также быть глобальным, т. е. не зависеть от x . Поле β является дополнительным полем к $\tilde{\mathbf{E}}$ и $\tilde{\mathbf{h}}$, и оно должно входить в нелинейные выражения для суперкогерентного состояния. По этому полю можно ввести функциональное интегрирование, и тогда оно должно входить в меру интегрирования. Поскольку данный тип поля (а это поле дилатона в КТП) в модели Хаббарда до сих пор не обсуждался, ниже мы сосредоточимся на обсуждении тех качественных эффектов, которые появятся при его учете. В настоящей работе мы возьмем масштабный фактор не зависящим от координаты x . Выше мы показали, что именно на эту переменную действуют квантовые производные. Отметим, что в формуле (13) мы заменили β на x для унифицированного обозначения совокупности расширенных пространственно-временных координат. Если мы учитываем масштабный фактор, то это означает переход к $(d + 1)$ -мерному пространству-времени

в случае d -мерного исходного пространства-времени. Подстановка производной D_{rq} в выражение (13) дает функционал следующего вида:

$$H = \sum_x (D_{rq}(x)f(x))^2, \quad (14)$$

где $f(x)$ дается выражением, на которое действует производная, из предыдущей формулы. Отличие от нелинейной сигма-модели состоит в специфике координаты x , которая задает нам поле дилатона. Рассмотрим предел при $r \rightarrow q$, или $E^2 \rightarrow 1/h^2$. Видно, что в этом пределе $D_{rq} \rightarrow D_q$ сводится к однопараметрической квантовой производной, действующей на функции по формуле

$$D_q f(x) = \frac{f(qx) - f(q^{-1}x)}{(q - q^{-1})x}.$$

Коммутационные соотношения для операторов $(D_q, x, x\partial/\partial x)$ образуют квантовую группу $SU_q(2)$ [21] со следующими коммутационными соотношениями:

$$[S_z, S^+] = S^+, \quad [S_z, S^-] = S^-, \quad [S^+, S^-] = \frac{\text{sh}(S_z \ln q)}{\text{sh}(\ln q)}.$$

Если мы устремим $q \rightarrow 1$, то действие квантовой производной D_q на произвольные функции $f(x)$ сведется к формуле действия для обычной производной [22], т. е. $D_q \rightarrow \partial/\partial x$ при $q \rightarrow 1$. Сделав замену $D_q \rightarrow \partial/\partial x$, мы приходим к обычной нелинейной сигма-модели $(\partial f(x)/\partial x)^2$. Учтем, что f у нас есть решение нормировочного уравнения связи для когерентного состояния, которое обычно задает векторное поле единичной длины. В функциональном интеграле данная модель описывает магнитную подсистему. На операторном уровне это магнитная модель Гейзенберга в модели Хаббарда. Еще раз отметим, что эта магнитная модель определена на поле дилатона и является одномерной. Возвращаясь к общему эффективному функционалу в модели Хаббарда, мы видим, что нами обнаружены квантовая симметрия и способ ее ввода в сильно коррелированные системы. Особо отметим, что последовательные контракции квантовых производных совпадают с тремя уровнями башни симметрии, обнаруженной в модели Хаббарда в работе [11]. Из формулы (14) видно, что в многоэлектронных системах мы сталкиваемся с необходимостью исследования “квантовых” магнетиков, переменные которых есть образующие не простых алгебр Ли, а квантовых алгебр Хопфа.

Очень кратко отметим, в чем на физическом уровне следует ожидать разницы в поведении таких магнетиков. Мы укажем только на поведение магнитных моментов, более серьезные отличия исследованы ниже. Известно, что оператор Казимира $S_z^2 + S^+ S^-$ группы $SU(2)$ равен следующему значению: $S(S+1)$. Оператор Казимира группы $SU_q(2)$ есть $S^+ S^- + (\text{sh}(qS_z)/q)^2$ и при $q \rightarrow 1$ близок к нулю. Физически это означает, что в точке фазового перехода, при котором появляется ненулевое значение параметра q , появление спина может происходить плавно, и величина спина плавно меняется от 0 до 1/2. Это более естественная картина для перехода металл–диэлектрик мотт–хаббардовского типа, чем в случае со сценарием фазового перехода, при котором спин скачком меняется от 0 (металл) до 1/2 (мотт–хаббардовский изолятор). Перейдем к исследованию качественного поведения функционала типа (14) с помощью функционального интеграла.

4. ИНТЕГРАЛ ДЖЕКСОНА

Проведенный выше анализ нелинейных выражений, входящих в суперкогерентное состояние, показал, что сложные выражения можно записать через действие квантовых производных, содержащих один или два параметра деформации. Действуют эти производные на функции от переменной, которая в работах [17] вводилась чисто технически для единообразного получения выражений f_2, f_3, f_4 . Таким же техническим образом эта переменная использовалась в работе [12] при вычислении и записи нелинейных выражений.

В предыдущем разделе мы показали, что при учете масштабного множителя мы получаем модель, напоминающую нелинейную сигма-модель, но не с обычными, а с квантовыми производными. В том пределе, где однопараметрическая квантовая производная равна обычной производной, мы получаем обычную нелинейную сигма-модель. Качественно мы получили хорошо известный в модели Хаббарда факт: магнитные свойства мотт-хаббардовского диэлектрика при больших значениях хаббардовского отталкивания U описываются моделью Гейзенберга с обменным интегралом, равным W^2/U [2].

Для нас ниже будет полезен опыт построения диаграммной техники как для спиновых операторов, так и для хаббардовских операторов, а также предложенная нами диаграммная техника для “башни симметрии” [11]. При построении диаграммной техники для модели Гейзенберга используется такой прием. К самой модели, выражение для которой квадратично по спиновым операторам, добавляют слагаемое, которое линейно по спиновым операторам и пропорционально оператору S_z , так называемый зеемановский вклад. Квадратичные же слагаемые исследуются путем разложения в ряд. Суммирование диаграмм, ответственных за локальное упорядочение, даст ненулевой вклад в магнитное поле и обеспечит возможность вычисления средних по основному состоянию при обращении в нуль затравочного ненулевого поля. Из нашей схемы и выражения (14) видно, что мы имеем точно такую же ситуацию. Выражение типа (14) нельзя брать за нулевое приближение в отличие от ситуации, когда мы имеем обычную производную, а не квантовую. Мы должны добавить линейную производную и изучить те особенности вычисления среднего по основному состоянию, которое будет с ней связано. Ниже мы увидим, что деформация производной приводит не к появлению новых типов взаимодействий, как следовало бы ожидать, а к деформации меры функционального интегрирования, т.е. меняется сам тип функциональной переменной. В функциональном интеграле наряду с обычными бозонными полями, задаваемыми комплексными функциями, и фермионными полями, задаваемыми нечетными грассманово-значными функциями, появляются переменные и поля с нетрадиционной мерой интегрирования, например, принимающие значения в поле p -адических чисел. База этого поля будет определяться средними значениями бозонных электрических и магнитных полей, которые дадут параметры деформации квантовых групп.

Обычная схема исследования функционального интеграла (4) исходит из “нулевого” приближения, получаемого из эффективного функционала, квадратичного по бозонным либо фермионным полям, которые сводятся к гауссовым интегралам по комплексным переменным, параметризуемым импульсами.

Нам требуется схема вычисления для функционалов, содержащих квантовые производные. Для дальнейшего применения кратко опишем схему построения функционального интеграла с использованием голоморфного представления для операторов

рождения-уничтожения. Для полного определения интеграла по траекториям мы должны определить способ построения некоторого функционального ряда, который может быть в дальнейшем формальной теорией возмущений. Для этого мы должны знать, как для произвольной функции $f(x)$ вычислять интегралы вида

$$\int_0^c f(x) e^{-bx^2} dx = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \int_0^c x^n e^{-bx^2} dx. \quad (15)$$

Видно, что степенные по аргументам гауссовы интегралы можно вычислить точно, и это позволяет построить формальный ряд теории возмущений в стандартной схеме. Используя этот факт, мы можем для любой бозонной квантовой системы с квадратичным по полям лагранжианом сопоставить операторам рождения-уничтожения β_{σ}^{+} , β_{σ} , удовлетворяющим обычным бозонным коммутационным соотношениям, комплексные числовые переменные φ , φ^{*} . Тогда любой функциональный интеграл с бозонным лагранжианом, содержащим взаимодействие полей, можно определить путем построения формального ряда по константе взаимодействия. Для исследования эффективных функционалов типа (14) мы должны в выражении (15) экспоненту заменить следующим образом:

$$e^{b\varphi\varphi^{*}} \rightarrow e^{bx D_q}.$$

Поскольку пара операторов $(x, \partial/\partial x)$ заменяется на голоморфные координаты (φ, φ^{*}) , то наш вариант квантования получается с помощью замены обычной производной на квантовую производную $D_q(x)$. Учитывая определение D_q , получим

$$D_q \rightarrow \frac{\text{sh}(\ln(q)x)}{\text{sh}(\ln q)x} = \frac{[x]_q}{x}.$$

Подстановка данного выражения в показатель экспоненты приведет к выражению

$$\int_0^c f(x) e^{b[x]_q} dx, \quad (16)$$

где $[x]_q = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1}) = \text{sh}(x \ln q)/\text{sh}(\ln q)$. Таким образом, для построения полной схемы вычисления функционального интеграла, содержащего в общем случае квантовые производные D_{rq} , мы приходим в более простом случае производной D_q к необходимости вычислять интегралы типа (16), где функция $f(x)$ есть произвольная функция от переменной x . Отметим, что мы описали схему, которая присутствует в модели Хаббарда для тех вкладов в эффективный функционал, которые содержат квантовые производные. Хорошо видно, что такой тип интегралов всегда будет присутствовать в общем функциональном интеграле модели Хаббарда.

Для вычисления (16) в общем виде представим его в виде ряда Тэйлора через производную D_q и разложим экспоненту от $[x]_q$ в ряд [22]:

$$\int_0^c f(x) e^{b[x]_q} dx = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D_q^m(c) f(c)}{[m]_q!} \frac{b^n}{n!} \int_0^c (x-c)_q^m [x]_q^n dx. \quad (17)$$

Здесь $(x-c)_q^m = (x-c)(x-qc)(x-q^2c) \dots (x-q^{m-1}c)$, а факториал для квантовых чисел дается формулой

$$[n]_q! = [n]_q [n-1]_q \dots [2]_q [1]_q [0]_q.$$

В формуле (17) появилась константа c , которая задает предельный масштаб в задаче. Представим действие произвольной степени D_q на $f(x)$ в виде ряда:

$$D_q^{2n}(x)f(x) = \sum_{k=-n}^n d_{2k}^{2n}(q)f(q^{2k}x).$$

Подобная же формула задает действие нечетной степени квантовой производной на функцию, суммирование в этом случае идет по нечетным степеням. Тогда интеграл (17) выражается через ряд по $f(cq^m)$ следующего вида (мы приводим только первые члены данного ряда):

$$\begin{aligned} f(c) & \left[I_0 + \frac{d_0^2}{[2]_q!} I_2 + \frac{d_0^4}{[4]_q!} I_4 + \frac{d_0^6}{[6]_q!} I_6 + \dots \right] + \\ & + f(cq) \left[\frac{d_1^1}{[1]_q!} I_1 + \frac{d_1^3}{[3]_q!} I_3 + \frac{d_1^5}{[5]_q!} I_5 + \dots \right] + \\ & + f(cq^{-1}) \left[\frac{d_{-1}^1}{[1]_q!} I_1 + \frac{d_{-1}^3}{[3]_q!} I_3 + \frac{d_{-1}^5}{[5]_q!} I_5 + \dots \right] + \\ & + f(cq^2) \left[\frac{d_2^2}{[2]_q!} I_2 + \frac{d_2^4}{[4]_q!} I_4 + \frac{d_2^6}{[6]_q!} I_6 + \dots \right] + \\ & + f(cq^{-2}) \left[\frac{d_{-2}^2}{[2]_q!} I_2 + \frac{d_{-2}^4}{[4]_q!} I_4 + \frac{d_{-2}^6}{[6]_q!} I_6 + \dots \right], \end{aligned}$$

здесь квантовое число от $[x]_q = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$ стремится к x при $q \rightarrow 1$.

Для величин I_n имеем представление

$$I_n = \int_0^c (x - c)_q^m e^{b[x]_q} dx.$$

Данные интегралы сводятся к интегралам вида $\int_0^c x^m e^{b[x]_q} dx$ и могут быть вычислены в виде бесконечных рядов по b . Подробная схема вычисления интегралов подобного типа и подробные выражения для входящих в него рядов будут представлены в отдельной работе. В результате приходим к формуле $I_n \approx 1$ при $q \rightarrow 0$. Приведем несколько выражений для квантовых чисел:

$$\begin{aligned} [1]_q &= \frac{q^1 - q^{-1}}{q - q^{-1}} = 1, \\ [2]_q &= \frac{q^2 - q^{-2}}{q - q^{-1}} = q + q^{-1}, \\ [3]_q &= \frac{q^3 - q^{-3}}{q - q^{-1}} = q^2 + 1 + q^{-2}. \end{aligned}$$

Отметим, что выражение (17) сводится к выражению (15) при $q \rightarrow 1$. Это означает, что выражение (17) содержит в себе стандартную возмущенческую схему определения функционального интеграла. Рассмотрим противоположный предел $q \ll 1$. Нам потребуются выражения для квантовых чисел и их факториалов в этом пределе. Выпишем эти выражения: $[1]_q \sim 1$, $[2]_q \sim q^{-1}$, $[3]_q \sim q^{-2}$, $[4]_q \sim q^{-3}$, $[5]_q \sim q^{-4}$ и общее выражение $[n]_q \sim q^{-(n-1)}$.

Выражения для факториалов при $q \ll 1$ будут следующими: $[1]_q! = 1$, $[2]_q! \sim q^{-1}$, $[3]_q! \sim q^{-3}$, $[4]_q! \sim q^{-6}$, $[5]_q! \sim q^{-10}$ и общий член

$$[n]_q! \sim \frac{1}{q^{n-1}} \frac{1}{q^{n-2}} \cdots \frac{1}{q^2} \frac{1}{q}.$$

Полиномы в режиме малого q имеют следующие выражения: $p_1^1 = -q$, $p_2^2 = q$, $p_3^3 = 1$, $p_4^4 = 1/q^2$, $p_5^5 = -1/q^5$, $p_6^6 = 1/q^6$. Подставляя эти выражения при $q \ll 1$ в формулу (17), получаем ряд

$$\int_0^c f(x) e^{b[x]_q} dx \sim f(c) + f(cq)q + f(cq^2)q^2 + f(cq^3)q^3 + f(cq^4)q^4 + f(cq^5)q^5 + \cdots.$$

Видно, что выражение (17) в ведущем по q приближении свелось к интегралу Джексона [22]. Известно [10], что при $q = 1/p$, где p – простое число, интеграл Джексона сводится к p -адическому интегралу.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что в модели Хаббарда существует режим, описываемый функциональным интегралом с мерой Джексона с параметром деформации q . При $q = 1/p$ согласно книге [10] этот режим описывается p -адическим интегралом. Чтобы увидеть специфику данного подхода, решим следующую задачу. Как предложено в работах [8], [9], для описания проводимости возьмем функцию $f_b(r) = \sum_0^N a_k p^{bk}$, $a_k = (0, 1, \dots, p-1)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Здесь коэффициенты a_k равны коэффициентам в представлении p -адического числа, которое задается рядом $r = \sum_0^N a_k p^k$, $a_k = (0, 1, \dots, p-1)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Кратко приведем нужные нам данные по p -адическим числам: p означает простое число; произвольное рациональное число r можно представить в виде $r = p^\nu(m/n)$, здесь n и m не делятся на p . p -Адическая норма для рационального числа равна $|r|_p = p^{-\nu}$, $|0|_0 = 0$. Поле p -адических чисел $\mathbb{Q}_p$ есть пополнение поля рациональных чисел $\mathbb{Q}$ p -адической нормой.

Возьмем $p=3$. Численное моделирование данной функции для $b = 0.5$, $b = 1.5$ изображено на представленных рисунках.

По оси абсцисс отложены целые числа, которые представлены в виде ряда для r . Коэффициенты в $f_b(r)$ взяты из p -адического разложения этих чисел. Результат для $f_b(r)$ отложен по оси ординат. На рис. 1 значение $b = 0.5$, на рис. 2 значение $b = 1.5$.

На рис. 3 приведена зависимость проводимости от напряжения для полимера TA-PPE. Видно, что предложенная функция от p -адического аргумента качественно описывает два типа ступенек в этом соединении.

Мы показали, что в функциональном интеграле для модели Хаббарда существует режим, описываемый p -адическим функциональным интегралом.

В заключение нам бы хотелось обратить внимание на следующее обстоятельство. Как показано в настоящей работе, функциональный интеграл в модели Хаббарда может быть переформулирован одинаково успешно как на основе обычного интеграла, так и на основе интеграла Джексона, который в частном случае сводится к p -адическому. Возникает впечатление (и оно в общем-то подтверждается сравнением

Рис. 1. Докритическая волна с $b < 1$. Рис. 2. Закритическая волна с $b > 1$.

с экспериментальными данными [4]–[7]), что в режиме сильной корреляции описание многоэлектронных систем инвариантно относительно выбора числового поля. Мы можем стартовать как с p -адического описания, так и с вещественного числового поля. Представляется, что эта ситуация могла бы проясниться при точном аналитическом вычислении коэффициентов, если это возможно, в выражениях (17). Поскольку основой для нашей работы являлись пределы $q \rightarrow 1$ и $q \rightarrow 0$, представляется, что режим кроссовера от p -адического к обычному возмущенческому подходу на основе гауссовых интегралов при более точном вычислении рядов (17) может быть изучен более подробно. Этот режим позволил бы прояснить интересный, по

Рис. 3. Зависимость проводимости от напряжения для полимера TA-PPE: на вставках в увеличенном виде показаны скачки, лежащие в диапазоне напряжений от -4.0 В до -5.0 В (а), и скачки в диапазоне напряжений от 4.5 В до 5.0 В (б).

нашему мнению, вопрос: какой параметр порядка появляется в системе при появлении p -адического описания, характерной особенностью которого является появление фрактального поведения в физических величинах?

Благодарности. Автор выражает признательность рецензенту, вопросы которого существенно улучшили предложенную работу.

Список литературы

- [1] J. Hubbard, *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A*, **276**:1365 (1963), 238–257.
- [2] Ю. А. Изюмов, М. И. Кацнельсон, Ю. Н. Скрябин, *Магнетизм коллективизированных электронов*, Физматлит, М., 1994.
- [3] Y. Shimizu, K. Miyagawa, K. Kanoda, M. Maesato, G. Saito, *Phys. Rev. Lett.*, **91**:10 (2003), 107001, 4 pp., arXiv: cond-mat/0307483.
- [4] W. Hu, J. Jiang, Y. Nakashima et al., *Phys. Rev. Lett.*, **96**:2 (2006), 027801, 4 pp.
- [5] V. V. Ustinov, M. A. Milyaev, L. N. Romashev, T. P. Krinitsina, A. M. Burkhanov, V. V. Lauter-Pasyuk, H. J. Lauter, *Phys. Stat. Sol.*, **3**:5 (2006), 1249–1256.
- [6] L. Cheng, P. Cheng, C. K. Ong, *Appl. Phys. Lett.*, **80**:6 (2002), 1025–1027.
- [7] J. Armstrong, S. Z. Hua, H. D. Chopra, *Phys. Rev. B*, **82**:19 (2010), 195416, 11 pp., arXiv: 1110.4908.
- [8] V. Zharkov, *Description of conductivity steps in polymer and other materials by functions of p -adic argument*, Proceedings of the 9th Int. Symp. on Crystalline Organic Metals,

Superconductors and Ferromagnets (ISCOM 2011) (Poznań–Gniezno, Poland, September 25–30, 2011), Poznan.

- [9] V. Zharkov, *Phys. Stat. Sol. C*, **9**:5 (2012), 1219–1221, arXiv:1111.6476.
- [10] В. С. Владимиров, И. В. Волович, Е. И. Зеленов, *p-Адический анализ и математическая физика*, Наука, М., 1994.
- [11] В. М. Жарков, *ТМФ*, **90**:1 (1992), 75–83; *New functional representation for Hubbard model, coherent state and tower of algebras*, arXiv:cond-mat/9612033.
- [12] В. М. Жарков, В. С. Кирчанов, *ТМФ*, **166**:2 (2011), 245–260.
- [13] M. Hermele, *Phys. Rev. B*, **76**:3 (2007), 035125, 28 pp., arXiv:cond-mat/0701134.
- [14] K.-S. Kim, *Phys. Rev. Lett.*, **97**:13 (2006), 136402, 4 pp., arXiv:cond-mat/0603473; K.-S. Kim, J. H. Han, *Slave rotor theory of antiferromagnetic Hubbard model*, arXiv:cond-mat/0605266; K.-S. Kim, *Phys. Rev. B*, **75**:24 (2007), 245105, 16 pp., arXiv:cond-mat/0609415.
- [15] В. М. Жарков, *ТМФ*, **60**:3 (1984), 404–412; **86**:2 (1991), 262–271.
- [16] V. Yu. Irkhin, *Phys. met. Metallography*, **110**:7 (2010), 602–641.
- [17] V. M. Zharkov, V. S. Kirchanov, *New path integral representation for Hubbard model: I. Supercoherent state*, arXiv:1002.3043; *New path integral representation for Hubbard model: II. Spinless case*, arXiv:1006.1511.
- [18] D. B. Uglov, V. E. Korepin, *Phys. Lett. A*, **190**:3–4 (1994), 238–242, arXiv:hep-th/9310158.
- [19] Н. П. Коноплева, В. Н. Попов, *Калибровочные поля*, Эдиториал УРСС, М., 2000.
- [20] R. Chakrabarti, R. Jagannathan, *J. Phys. A. Math. Gen.*, **24**:13 (1991), L711–7718; V. M. Zharkov, *Superstring representation of Hubbard model*, arXiv:cond-mat/0202313.
- [21] V. Chari, A. Pressley, *A guide to Quantum Group*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994.
- [22] В. Г. Кац, П. Ченг, *Квантовый анализ*, МЦНМО, М., 2005.

Поступила в редакцию 19.04.2011,
после доработки 12.01.2012