Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Туняк, Релятивистская теория гравитации и торсионное поле, *ТМФ*, 1999, том 118, номер 1, 126–132

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf690>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.210.77.194

26 апреля 2023 г., 13:47:02

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ И ТОРСИОННОЕ ПОЛЕ

Сформулированы основные положения теории гравитации в пространстве Минковского с более общим, чем риманово пространство, эффективным пространством-временем Римана–Картана с ненулевым кручением. Тем самым данная теория обеспечивает включение в общую теоретическую концепцию релятивистской теории гравитации торсионного поля эйнштейн–картановского типа. Получены выражения метрического и канонического тензоров энергии-импульса гравитационного поля и негравитационной материи в пространстве Минковского. Введены некоординатные калибровочные преобразования, при которых плотность гравитационного лагранжиана изменяется на дивергенцию некоторой величины.

Релятивистская теория гравитации (РТГ) [1–3] представляет принципиальный интерес в развитии гравитационной теории. В статьях [4, 5] дается естественное обобщение РТГ при учете скалярного гравитационного поля Бранса–Дикке. В этой работе рассматривается еще одно возможное обобщение РТГ, связанное с включением в общую теоретическую концепцию этой теории торсионного поля так называемой теории гравитации Эйнштейна–Картана (ТЭК) (обзор ТЭК см., например, в [6]). Таким образом, принимаются постулаты о физическом пространстве Минковского и об эффективном характере более общего, чем риманово, пространства Римана–Картана U_4 с метрикой $g_{\mu\nu}$ и тензором кручения

$$C_{\mu\nu\lambda} = 2g_{\lambda\alpha}\Gamma_{[\mu\nu]}^{\alpha}, \quad C_{\mu} = g^{\sigma\rho}C_{\mu\rho\sigma}.$$

Гравитационное поле в пространстве Минковского E_4 будем описывать потенциалами

$$\Phi^{\mu\nu} = Ag^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\nu}, \quad P_{\alpha\beta\gamma} = A^{-1}C_{\alpha\beta\gamma}, \quad (1)$$

где $g = \det(g_{\mu\nu})$, $\gamma_{\alpha\beta}$ – метрический тензор пространства E_4 , $\gamma = \det(\gamma_{\alpha\beta})$, $A = \sqrt{g/\gamma}$. Потенциалы $\Phi^{\mu\nu}$ подчиняются дополнительным условиям

$$\nabla_{\mu}\Phi^{\mu\nu} = 0, \quad (2)$$

∇_{μ} обозначает ковариантную производную при связности Кристоффеля в E_4 . Характерной особенностью ТЭК является алгебраическое соотношение между тензором кручения и тензором спинного момента той части негравитационной материи, которая

---

*Белорусский государственный педагогический университет, Минск, Беларусь

взаимодействует с полем кручения. Соответственно P -поле (1) описывает контактное спин-спиновое взаимодействие между частицами негравитационной материи в пространстве E_4 .

При выводе уравнений гравитационного поля будем исходить из вариационного принципа

$$\delta J = c^{-1} \delta \int L \sqrt{-\gamma} d^4 x = c^{-1} \delta \int (L_g + AL_m) \sqrt{-\gamma} d^4 x = 0,$$

где L_m – лагранжиан ТЭК для негравитационной материи в пространстве U_4 . Выражение L_m для некоторой произвольной совокупности взаимодействующих друг с другом и с гравитационным полем бозонных полей B_A, Q_C и фермионных полей, представленных дираковскими биспинорами $\Psi, \bar{\Psi}$, запишем в виде

$$L_m = L_m(h_\mu^{(\alpha)}, B_A, B_{A;\lambda}, Q_C, Q_{C|\sigma}, \Psi, \Psi_{|\alpha}, \bar{\Psi}, \bar{\Psi}_{|\rho}),$$

здесь $h_\mu^{(\alpha)}$ – тетрады, соответствующие метрике $g_{\mu\nu}$,

$$g_{\mu\nu} = h_\mu^{(\alpha)} h_\nu^{(\beta)} \eta_{(\alpha)(\beta)},$$

$$\eta_{(\alpha)(\beta)} = \text{diag}(1, -1, -1, -1),$$

точка с запятой обозначает ковариантную производную в римановом пространстве V_4 с метрикой $g_{\mu\nu}$ и соответствующей связностью Кристоффеля,

$$B_{A;\alpha} = \partial_\alpha B_A - \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \alpha \lambda \end{matrix} \right\} B_D f_{A\sigma}^{D\lambda},$$

черта обозначает ковариантную производную в U_4 ,

$$Q_{C|\sigma} = \partial_\sigma Q_C - \Gamma_{\sigma\rho}^\lambda Q_B \chi_{C\lambda}^{B\rho},$$

$$\Gamma_{\mu\lambda}^\alpha = \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \mu \lambda \end{matrix} \right\} + \frac{1}{2} g^{\alpha\rho} (C_{\mu\lambda\rho} + C_{\rho\mu\lambda} + C_{\rho\lambda\mu}),$$

$$\Psi_{|\mu} = \partial_\mu \Psi + \frac{1}{4} A_{\beta\rho\mu} \gamma^\beta \gamma^\rho \Psi,$$

$$\bar{\Psi}_{|\mu} = \partial_\mu \bar{\Psi} + \frac{1}{4} \bar{\Psi} A_{\rho\beta\mu} \gamma^\beta \gamma^\rho,$$

$$\gamma^\alpha = h_{(\beta)}^\alpha \gamma^{(\beta)},$$

$$A_{\alpha\sigma\beta} \equiv A_{[\alpha\sigma]\beta} = h_{\alpha|\beta}^{(\lambda)} h_{\sigma(\lambda)},$$

$\gamma^{(\alpha)}$ – частнорелятивистские матрицы Дирака; $A_{\alpha\beta\gamma}$ – коэффициенты вращения Риччи в U_4 ; $f_{A\sigma}^{D\lambda}, \chi_{C\lambda}^{B\rho}$ – некоторые комбинации символов Кронекера, зависящие от тензорного ранга B_A и Q_C . Поля B_A представляют собой бесспиновую материю и калибровочные негравитационные поля, тогда как поля Q_C и спинорные поля – это материя, непосредственно взаимодействующая с полем кручения.

В соответствии с вариационным принципом ТЭК гравитационный лагранжиан L_g сначала возьмем в виде

$$L_g = -(2\kappa)^{-1}AR + L_\mu, \quad (3)$$

где R – скалярная кривизна U_4 , κ – эйнштейновская гравитационная константа,

$$L_\mu = \frac{\mu^2}{2\kappa} \left\{ 1 + A - \frac{1}{2}Ag^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta} \right\},$$

μ – константа, характеризующая массу Φ -гравитона [1–3]. Затем исключим из L_g (3) дивергентный член

$$L_d = (2\kappa)^{-1}\nabla_\alpha \{ f^{\alpha\beta}(\Pi_{\beta\sigma}^\sigma - 2C_\beta) - f^{\beta\sigma}\Pi_{\beta\sigma}^\alpha \},$$

где $\Pi_{\mu\lambda}^\alpha$ – разность связностей Кристоффеля в V_4 и E_4 ,

$$f^{\alpha\beta} = Ag^{\alpha\beta}, \quad f_{\lambda\rho}f^{\rho\sigma} = \delta_\lambda^\sigma.$$

Таким образом, приходим к лагранжиану

$$L_g = (2\kappa)^{-1}f^{\mu\lambda}(\Pi_{\sigma\rho}^\rho\Pi_{\mu\lambda}^\sigma - \Pi_{\mu\rho}^\sigma\Pi_{\sigma\lambda}^\rho) + L_\mu + L_P, \quad (4)$$

где

$$L_P = \frac{1}{8\kappa}f^{\alpha\varepsilon}f^{\beta\lambda}f^{\sigma\gamma}\{P_{\alpha\beta\gamma}(P_{\lambda\varepsilon\sigma} + 2P_{\sigma\varepsilon\lambda}) + 4P_{\beta\sigma\gamma}P_{\lambda\varepsilon\alpha}\}.$$

Можно показать, что

$$\Pi_{\mu\lambda}^\alpha = \frac{1}{2}\left\{ f_{\mu\tau}f_{\sigma\lambda}f^{\alpha\rho} + f_{\sigma\tau}\delta_{(\mu}^\alpha\delta_{\lambda)}^\rho - \frac{1}{2}f_{\mu\lambda}f_{\sigma\tau}f^{\alpha\rho} - 2\delta_\tau^\alpha f_{\sigma(\mu}\delta_{\lambda)}^\rho \right\}\nabla_\rho\Phi^{\sigma\tau}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем окончательное выражение гравитационного лагранжиана в виде

$$L_g = L_\Phi + L_P + L_\mu,$$

где

$$L_\Phi = -\frac{1}{4\kappa}\left\{ f_{\mu\rho}\nabla_\alpha\Phi^{\mu\lambda}\nabla_\lambda\Phi^{\alpha\rho} + \frac{1}{4}f_{\sigma\nu}f_{\lambda\mu}f^{\alpha\rho}\nabla_\alpha\Phi^{\mu\lambda}\nabla_\rho\Phi^{\sigma\nu} - \frac{1}{2}f_{\mu\tau}f_{\varepsilon\lambda}f^{\alpha\rho}\nabla_\alpha\Phi^{\mu\lambda}\nabla_\rho\Phi^{\varepsilon\tau} \right\}.$$

Подчеркнем, что в соответствии с принципом геометризации [1–3] тетрады и кручение будем рассматривать как эффективные величины, которые являются локальными функциями потенциалов (1) и плоской метрики $\gamma_{\mu\nu}$, т.е.

$$\begin{aligned} \delta h_\mu^{(\alpha)} &= (4A)^{-1}(g_{\rho\sigma}h_\mu^{(\alpha)} - 2g_{\sigma\mu}h_\rho^{(\alpha)})\delta\Phi^{\rho\sigma} + \\ &+ (4A)^{-1}\gamma^{\rho\tau}\gamma^{\omega\sigma}(2h_\tau^{(\alpha)}g_{\omega\mu} + A\gamma_{\omega\tau}h_\mu^{(\alpha)} - g_{\omega\tau}h_\mu^{(\alpha)})\delta\gamma_{\rho\sigma}, \\ \delta C_{\alpha\beta\gamma} &= A\delta P_{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}P_{\alpha\beta\gamma}\delta\Phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2}P_{\alpha\beta\gamma}(A\gamma^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\rho}\gamma^{\nu\sigma}g_{\sigma\rho})\delta\gamma_{\mu\nu}. \end{aligned}$$

При варьировании по $\Phi^{\mu\nu}$ и $P_{\alpha\beta\gamma}$ получаем уравнения гравитационного поля

$$M_{\mu\nu} \equiv G_{\mu\nu} + \frac{\mu^2}{2} \left(g_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha\beta} \right) = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (6)$$

$$L_{\alpha\beta\mu} \equiv C_{\alpha\beta\mu} + 2g_{\mu[\alpha} C_{\beta]} = \kappa S_{\alpha\beta\mu}, \quad (7)$$

где $G_{\mu\nu}$ – тензор Гильберта-Эйнштейна в пространстве U_4 ,

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= T_{\text{can}}^{\mu\nu} + N^{\mu\nu\sigma}{}_{;\sigma}, \\ 2N^{\sigma\mu\omega} &= V^{\mu\sigma\omega} + V^{\mu\omega\sigma} + V^{\sigma\omega\mu}, \\ T_{\lambda \text{ can}}{}^\mu &= \bar{\Psi}_{|\lambda} \frac{\partial L_m}{\partial \bar{\Psi}_{|\mu}} + \frac{\partial L_m}{\partial \Psi_{|\mu}} \Psi_{|\lambda} + \frac{\partial L_m}{\partial B_{A;\mu}} B_{A;\lambda} + \frac{\partial L_m}{\partial Q_{C|\mu}} Q_{C|\lambda} - \delta_\lambda^\mu L_m, \\ V^{\rho\tau\alpha} &= 2 \frac{\partial L_m}{\partial B_{A;\alpha}} B_D f_{A\lambda}^{D[\rho} g^{\tau]\lambda}, \\ S^{\rho\tau\alpha} &= \frac{i}{2} \left\{ \bar{\Psi}^{\sigma\rho\tau} \frac{\partial L_m}{\partial \bar{\Psi}_{|\alpha}} - \frac{\partial L_m}{\partial \Psi_{|\alpha}} \sigma^{\rho\tau} \Psi \right\} + 2Q_B \frac{\partial L_m}{\partial Q_{C|\alpha}} \chi_{C\xi}^{B[\rho} g^{\tau]\xi}, \end{aligned}$$

$\sigma_{\mu\nu} = i\gamma_{[\mu}\gamma_{\nu]}$ – так называемый матричный тензор спина. При $\mu = 0$ система (6), (7) переходит в уравнения ТЭК, а при $C_{\alpha\beta\gamma} = 0$ совпадает с соотношениями РТГ для бесспиновой материи и калибровочных негравитационных полей. Таким образом, уравнения (6), (7) представляют собой естественное обобщение РТГ на случай учета контактного спин-спинового взаимодействия эйнштейн-картановского типа. Дифференцируя (6) и учитывая закон сохранения

$$T^{\lambda\sigma}{}_{|\sigma} + C_\sigma T^{\lambda\sigma} + C^{\sigma\lambda\mu} T_{\mu\sigma} + \frac{1}{2} R^{\lambda\mu\tau\beta} S_{\beta\tau\mu} = 0,$$

где $R_{\alpha\beta\gamma\sigma}$ – тензор кривизны пространства U_4 , получаем при $\mu \neq 0$ дополнительные условия (2).

При выполнении как уравнений негравитационной материи, так и уравнений гравитационного поля следствием вариационного принципа $\delta J = 0$ является слабый закон сохранения

$$\begin{aligned} \nabla_\alpha \left\{ L\varepsilon^\alpha + \frac{\partial L_g}{\partial (\nabla_\alpha \Phi^{\mu\nu})} \bar{\delta} \Phi^{\mu\nu} + (\delta_\rho^\alpha \gamma^{\sigma\mu} \Phi^{\tau\nu} + 2\delta_\rho^\nu f^{\tau[\alpha} \gamma^{\mu]\sigma}) \frac{\partial L_g}{\partial (\nabla_\rho \Phi^{\sigma\tau})} \bar{\delta} \gamma_{\mu\nu} + \right. \\ \left. + A \left[N^{\sigma\mu\alpha} + F^{\sigma\mu\alpha} - g^{\sigma\lambda} \left(\frac{\partial L_m}{\partial B_{A;\alpha}} B_D f_{A\lambda}^{D\mu} + \frac{\partial L_m}{\partial Q_{C|\alpha}} Q_B \chi_{C\lambda}^{B\mu} \right) \right] h_{\sigma(\beta)} \bar{\delta} h_\mu^{(\beta)} + \right. \\ \left. + A \left(\frac{\partial L_m}{\partial \Psi_{|\alpha}} \bar{\delta} \Psi + \bar{\delta} \bar{\Psi} \frac{\partial L_m}{\partial \bar{\Psi}_{|\alpha}} + \bar{\delta} Q_C \frac{\partial L_m}{\partial Q_{C|\alpha}} + \bar{\delta} B_A \frac{\partial L_m}{\partial B_{A;\alpha}} \right) \right\} - \frac{1}{2} \Theta^{\mu\nu} \bar{\delta} \gamma_{\mu\nu} = 0, \quad (8) \end{aligned}$$

где величины $x^{\alpha'} = x^\alpha + \varepsilon^\alpha(x^\beta)$ представляют собой инфинитезимальные координатные преобразования, $\bar{\delta}$ обозначает вариацию формы функции,

$$2F^{\sigma\mu\alpha} = S^{\mu\sigma\alpha} + S^{\mu\alpha\sigma} + S^{\sigma\alpha\mu}$$

и

$$\Theta^{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta(\sqrt{-\gamma} L)}{\delta\gamma_{\mu\nu}}$$

является метрическим тензором энергии-импульса всей (гравитационной и негравитационной) материи в пространстве E_4 . Подставляя в выражение (8) вариации

$$\begin{aligned}\bar{\delta} B_A &= -\varepsilon^\lambda (B_{A;\lambda} + \Pi^\sigma{}_{\lambda\tau} B_D f_{A\sigma}^{D\tau}) - B_D f_{A\lambda}^{D\rho} \nabla_\rho \varepsilon^\lambda, \\ \bar{\delta} Q_C &= -\varepsilon^\sigma [Q_{C|\sigma} + Q_B \chi_{C\lambda}^{B\rho} (\Pi^\lambda{}_{\sigma\rho} + \Lambda_{\sigma\rho}{}^\lambda)] - Q_B \chi_{C\lambda}^{B\rho} \nabla_\rho \varepsilon^\lambda, \\ \bar{\delta} \Psi &= -\varepsilon^\lambda \left[\Psi_{|\lambda} + \frac{1}{4} A_{\rho\beta\lambda} \gamma^\beta \gamma^\rho \Psi \right], \\ \bar{\delta} \bar{\Psi} &= -\varepsilon^\lambda \left[\bar{\Psi}_{|\lambda} + \frac{1}{4} \bar{\Psi} A_{\beta\rho\lambda} \gamma^\beta \gamma^\rho \right], \\ \bar{\delta} \gamma_{\mu\nu} &= -\gamma_{\sigma\nu} \nabla_\mu \varepsilon^\sigma - \gamma_{\mu\sigma} \nabla_\nu \varepsilon^\sigma, \\ \bar{\delta} h_\mu^{(\alpha)} &= -h_\lambda^{(\alpha)} \{ \varepsilon^\omega [A_\mu{}^\lambda{}_\omega + \Pi^\lambda{}_{\omega\mu} + \Lambda_{\omega\mu}{}^\lambda] + \nabla_\mu \varepsilon^\lambda \},\end{aligned}$$

где

$$2\Lambda_{\sigma\rho\lambda} = C_{\sigma\rho\lambda} + C_{\lambda\sigma\rho} + C_{\lambda\rho\sigma},$$

получаем в силу произвольности величин ε^λ , $\nabla_\alpha \varepsilon^\lambda$ и $\nabla_\alpha \nabla_\beta \varepsilon^\lambda$ соотношения

$$\Theta^{\mu\nu} = \Theta_{\text{can}}^{\mu\nu} + \nabla_\sigma K^{\mu\nu\sigma}, \quad (9)$$

$$\nabla_\nu \Theta_{\text{can}}^{\mu\nu} = 0, \quad (10)$$

$$K^{\mu(\nu\sigma)} = 0, \quad (11)$$

где

$$\nabla^\lambda = \gamma^{\lambda\sigma} \nabla_\sigma, \quad \Pi_{\sigma\omega\rho} = g_{\sigma\xi} \Pi^\xi{}_{\omega\rho}, \quad \Lambda_{\omega\rho\sigma} = g_{\sigma\tau} \Lambda_{\omega\rho}{}^\tau$$

и

$$\begin{aligned}\Theta_{\text{can}}^{\mu\nu} &= Ag_{\lambda\rho} \gamma^{\lambda\mu} T^{\rho\nu} + \nabla_\lambda (Ag_{\lambda\rho} \gamma^{\lambda\mu} N^{\rho\sigma\nu}) + \\ &+ t^{\mu\nu} + A\gamma^{\mu\omega} F^{\sigma\rho\nu} (\Lambda_{\omega\rho\sigma} + \Pi_{\sigma\omega\rho}),\end{aligned} \quad (12)$$

$$t^{\mu\nu} = \nabla^\mu \Phi^{\alpha\beta} \frac{\partial L_g}{\partial (\nabla_\nu \Phi^{\alpha\beta})} - \gamma^{\mu\nu} L_g, \quad (13)$$

$$\begin{aligned}K^{\mu\nu\sigma} &= Ag_{\alpha\lambda} \gamma^{\lambda\mu} (N^{\alpha\nu\sigma} + P^{\alpha\nu\sigma}) + \\ &+ 2 \frac{\partial L_g}{\partial (\nabla_\omega \Phi^{\alpha\tau})} \{ f^{\tau[\sigma} \gamma^{\nu]\alpha} \delta_\omega^\mu + f^{\tau[\sigma} \delta_\omega^{\nu]} \gamma^{\alpha\mu} + f^{\tau\mu} \delta_\omega^{[\sigma} \gamma^{\nu]\alpha} \}.\end{aligned} \quad (14)$$

Получим теперь простое компактное выражение тензора (9), удовлетворяющего закону сохранения

$$\nabla_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0 \quad (15)$$

вследствие соотношений (10), (11). Подставляя (12), (14) в (9), находим

$$\begin{aligned} \Theta^{\mu\nu} = & Ag_{\lambda\rho}\gamma^{\lambda\mu}T^{\rho\nu} + t^{\mu\nu} + A\gamma^{\mu\omega}F^{\sigma\rho\nu}(\Lambda_{\omega\rho\sigma} + \Pi_{\sigma\omega\rho}) + \nabla_\sigma \left\{ Ag_{\alpha\lambda}\gamma^{\lambda\mu}F^{\alpha\nu\sigma} + \right. \\ & \left. + 2\frac{\partial L_g}{\partial(\nabla_\omega\Phi^{\alpha\tau})}[f^{\tau[\sigma}\gamma^{\nu]\alpha}\delta_\omega^\mu + f^{\tau[\sigma}\delta_\omega^{\nu]}\gamma^{\alpha\mu} + f^{\tau\mu}\delta_\omega^{[\sigma}\gamma^{\nu]\alpha}] \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

С помощью уравнений Φ -поля

$$\begin{aligned} Y_{\mu\nu} \equiv & \frac{\partial(L_\Phi + L_\mu)}{\partial\Phi^{\mu\nu}} - \nabla_\sigma \frac{\partial L_\Phi}{\partial(\nabla_\sigma\Phi^{\mu\nu})} = \\ = & -\frac{\partial L_P}{\partial\Phi^{\mu\nu}} - A \left\{ \frac{\delta(\sqrt{-g}L_m)}{\sqrt{-g}\delta h_\lambda^{(\alpha)}} \frac{\partial h_\lambda^{(\alpha)}}{\partial\Phi^{\mu\nu}} + \frac{\partial L_m}{\partial C_{\alpha\beta\gamma}} \frac{\partial C_{\alpha\beta\gamma}}{\partial\Phi^{\mu\nu}} \right\} \end{aligned}$$

можно записать, что

$$T^{\rho\nu} = g^{\lambda\rho}g^{\nu\tau}(g_{\lambda\tau}g^{\alpha\beta}Y_{\alpha\beta} - 2Y_{\lambda\tau}) + F^{\rho\omega\nu}{}_{;\omega} + F^{\sigma\nu\xi}\Lambda^\rho_{\xi\sigma} + A^{-1}g^{\rho\nu}L_P. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), приходим к простому искомому выражению

$$\Theta^{\mu\nu} = (2\kappa)^{-1}(\square\Phi^{\mu\nu} + \mu^2\Phi^{\mu\nu}), \quad (18)$$

где $\square$ обозначает оператор Д'Аламбера в пространстве E_4 . Так как (18) – слабое соотношение, то уравнения (6) можно переписать в простом компактном виде

$$(\square + \mu^2)\Phi^{\mu\nu} = 2\kappa\Theta^{\mu\nu}.$$

При этом закон сохранения (15) следует непосредственно из дополнительных условий (2).

В РТГ вводятся некоординатные калибровочные преобразования, при которых плотность L_g изменяется на дивергенцию некоторой величины. Рассмотрим аналогичные преобразования в данной теории. Инфинитезимальные преобразования для $\Phi^{\mu\nu}$ возьмем в таком же виде, как и в работах [1–3],

$$\delta_\xi\Phi^{\mu\nu} = 2f^{\sigma(\mu}\nabla_\sigma\xi^{\nu)} - \nabla_\sigma(f^{\mu\nu}\xi^\sigma),$$

тогда как для величины $P_{\alpha\beta\gamma}$ запишем

$$\delta_\xi P_{\alpha\beta\gamma} = \xi^\sigma\nabla_\sigma P_{\beta\alpha\gamma} + P_{\alpha\beta\gamma}\nabla_\sigma\xi^\sigma + P_{\beta\alpha\sigma}\nabla_\gamma\xi^\sigma + 2P_{[\beta|\sigma\gamma]}\nabla_{\alpha]}\xi^\sigma.$$

При этом получаем, что

$$\begin{aligned} \delta_\xi L_g = & \nabla_\sigma \left\{ -\xi^\sigma(L_\mu + AL_{\text{ТЭК}}) - \frac{\mu^2}{2\kappa}\gamma_{\lambda\nu}\Phi^{\lambda\sigma}\xi^\nu + \right. \\ & \left. + (2\kappa)^{-1}\delta_\xi[f^{\sigma\lambda}(2C_\lambda - \Pi_{\lambda\rho}^\rho) + f^{\alpha\beta}\Pi_{\alpha\beta}^\sigma] \right\}, \end{aligned}$$

где $L_{T\dot{\Theta}K} = -R/2\kappa$. В свободном ($T_{\mu\nu} = S_{\alpha\beta\mu} = 0$) гравитационном поле имеем

$$\delta_\xi M_{\mu\nu} = \frac{\mu^2}{2} \{ 2\gamma_{\lambda(\mu} \nabla_{\nu)} \xi^\lambda - g_{\mu\nu} \gamma_{\lambda\alpha} g^{\alpha\beta} \nabla_\beta \xi^\lambda \}, \quad \delta_\xi L_{\alpha\beta\mu} = 0,$$

что означает калибровочную неинвариантность уравнений свободного поля при произвольных некоординатных калибровочных преобразованиях. Однако при ограниченных таких преобразованиях с

$$g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta \xi^\lambda = 0$$

и при $\mu = 0$ имеет место калибровочная инвариантность уравнений свободного поля,

$$\delta_\xi M_{\mu\nu} = 0, \quad \delta_\xi L_{\alpha\beta\mu} = 0, \quad \delta_\xi (\nabla_\mu \Phi^{\mu\nu}) = 0.$$

В заключение отметим, что в двух существенных случаях – вакуумного поля и заполненной идеальной бесспиновой жидкостью однородной изотропной Вселенной – тензор кручения равен нулю и уравнения (6), (7) совпадают с уравнениями РТГ. Таким образом, в рассматриваемой теории, как и в РТГ [1–3], можно сделать принципиально важный вывод об элиминации нефизических состояний с неограниченной плотностью материи. Кстати, при этой десингуляризации модифицированная ТЭК с $\mu \neq 0$ исправляет определенную непоследовательность ТЭК, которая устраняет космологическую сингулярность при введении в качестве материальной “начинки” Вселенной спиновой жидкости Вейсенгоффа [7], но при таком же определении гравитирующей материи не в состоянии предотвратить ее сжатие до бесконечной плотности в случае локального коллапса звездоподобных объектов [8].

Список литературы

- [1] А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 1989.
- [2] А. А. Логунов. ТМФ. 1994. Т. 101. № 1. С. 3.
- [3] А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. ТМФ. 1997. Т. 110. № 1. С. 5.
- [4] В. Н. Туняк. ТМФ. 1996. Т. 106. № 2. С. 325.
- [5] У. М. Туняк. Весті АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 1997. Т. 32. № 4. С. 87.
- [6] F. W. Hehl. Found. Phys. 1985. V. 15. № 4. P. 451.
- [7] M. Demianski, R. de Ritis, G. Platania, P. Scudellaro, C. Stornaiolo. Phys. Rev. D. 1987. V. 35. № 4. P. 1181.
- [8] S. Banerji. Gen. Rel. Grav. 1978. V. 9. № 9. P. 783.

Поступила в редакцию 4.VI.1998 г.