Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. А. Арбузов, Непертурбативные решения в электро-
слабой теории, *ТМФ*, 2012, том 171, номер 1, 33–43

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6900>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.197.203

26 апреля 2023 г., 11:56:09

© 2012 г.

Б. А. Арбузов*

НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ В ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ ТЕОРИИ

Принцип компенсации Боголюбова применен к калибровочному электрослабому взаимодействию. Показано спонтанное возникновение аномального трехбозонного калибровочно-инвариантного взаимодействия. Нетривиальное решение уравнений компенсации однозначно определяет формфактор аномального взаимодействия и параметры теории, включая значение калибровочной электрослабой константы, в удовлетворительном согласии с ее экспериментальным значением.

Ключевые слова: уравнение компенсации, нетривиальное решение, эффективное трехбозонное взаимодействие.

1. ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих работах [1]–[6] принцип компенсации Боголюбова [7]–[9] применялся к изучению спонтанного возникновения эффективных нелокальных взаимодействий в ренормируемых калибровочных теориях. Спонтанное возникновение взаимодействия вида Намбу–Йона-Лазинио рассматривалось в работах [2], [3], [5], причем в результате получено вполне успешное описание низкоэнергетической адронной физики, включая значения m_π , f_π , m_σ , Γ_σ , $\langle \bar{q}q \rangle$, M_ρ , Γ_ρ , M_{a_1} , Γ_{a_1} , на основе исходных параметров квантовой хромодинамики.

В работе [6] этот подход был применен к изучению возможности спонтанного возникновения аномального трехбозонного взаимодействия вида

$$-\frac{G}{3!}\epsilon_{abc}W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c \quad (1)$$

в электрослабом взаимодействии. В настоящей работе продолжено исследование электрослабой теории с использованием иного приближенного метода, который будет сформулирован ниже.

Основной принцип подхода состоит в получении ответа на вопрос о возможности возникновения некоторого эффективного взаимодействия в изучаемом варианте

*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: arbuзов@theory.sinp.msu.ru

ренормируемой теории. С этой целью проводится операция “добавить–вычесть” в применении к этому эффективному взаимодействию L_{eff} с некоторым формфактором. Затем предполагается присутствие L_{eff} в лагранжиане взаимодействия, а такой же член с обратным знаком относится к определенному по-новому свободному лагранжиану. Это преобразование исходного лагранжиана, очевидно, является тождественным. Однако новый свободный лагранжиан содержит совершенно не свойственный ему член, соответствующий эффективному взаимодействию с противоположным знаком. Поэтому требуется сформулировать уравнение компенсации, которое обеспечивало бы то, что этот новый свободный лагранжиан является по-настоящему свободным, т. е. эффекты необычного члена суммируются в нуль. Если нетривиальное решение этого уравнения существует, можно утверждать, что спонтанное возникновение рассматриваемого эффективного взаимодействия становится возможным. Применим эту процедуру к изучаемой проблеме.

Начнем с изучения возможности возникновения взаимодействия вида (1).

2. УРАВНЕНИЕ КОМПЕНСАЦИИ ДЛЯ АНОМАЛЬНОГО ТРЕХБОЗОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Будем исходить из электрослабого лагранжиана с тремя лептонными ψ_k и цветными кварковыми q_k -дублетами с калибровочной группой $SU(2)$. Это означает, что мы ограничиваем калибровочный сектор триплетом W_μ^a . Таким образом, мы считаем, что абелево калибровочное поле B отщепляется, т. е. используем приближение $\sin^2 \theta_W \ll 1$:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{k=1}^3 \left(\frac{i}{2} (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \partial_\mu \psi_k - \partial_\mu \bar{\psi}_k \gamma_\mu \psi_k) + \frac{g}{2} \bar{\psi}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a \psi_k \right) + \\ & + \sum_{k=1}^3 \left(\frac{i}{2} (\bar{q}_k \gamma_\mu \partial_\mu q_k - \partial_\mu \bar{q}_k \gamma_\mu q_k) + \frac{g}{2} \bar{q}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a q_k \right) - \\ & - \frac{1}{4} (W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a), \quad W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \end{aligned} \quad (2)$$

где использованы стандартные обозначения. В соответствии с подходом Боголюбова [7]–[9] в применении к задачам квантовой теории поля [1] будем искать нетривиальное решение уравнения компенсации, которое формулируется на основе боголюбовской процедуры “добавить–вычесть”. А именно, запишем исходное выражение (2) в следующем виде:

$$L = L_0 + L_{\text{int}},$$

$$\begin{aligned} L_0 = & \sum_{k=1}^3 \left(\frac{i}{2} (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \partial_\mu \psi_k - \partial_\mu \bar{\psi}_k \gamma_\mu \psi_k) - m_k \bar{\psi}_k \psi_k + \frac{i}{2} (\bar{q}_k \gamma_\mu \partial_\mu q_k - \partial_\mu \bar{q}_k \gamma_\mu q_k) - \right. \\ & \left. - M_k \bar{q}_k q_k \right) - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a + \frac{G}{3!} \epsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c, \end{aligned} \quad (3)$$

$$L_{\text{int}} = \frac{g}{2} \sum_{k=1}^3 (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a \psi_k + \bar{q}_k \gamma_\mu \tau^a W_\mu^a q_k) - \frac{G}{3!} \epsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c. \quad (4)$$

Здесь подразумевается суммирование по цвету внутри каждой кварковой билинейной комбинации и обозначение $-(G/3!) \epsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c$ соответствует нелокальной вершине в импульсном пространстве:

$$(2\pi)^4 G \epsilon_{abc} (g_{\mu\nu} (q_\rho p_k - p_\rho q_k) + g_{\nu\rho} (k_\mu p_q - q_\mu p_k) + g_{\rho\mu} (p_\nu q_k - k_\nu p_q) + q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho) F(p, q, k) \delta(p + q + k) + \dots, \quad (5)$$

где $F(p, q, k)$ – некоторый формфактор и p, μ, a ; q, ν, b ; k, ρ, c – входящие импульсы, лоренцевы индексы и слабые изотопические индексы W -бозонов соответственно. Подразумевается также наличие четырехбозонных, пятибозонных и шестибозонных вершин в соответствии с выражением для $W_{\mu\nu}^a$ (2). Заметим, что включение полного W -бозонного члена $W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a$ в новый свободный лагранжиан (3) проведено с целью сохранения калибровочной инвариантности процедуры.

Эффективное взаимодействие (1) обычно называют *аномальным трехбозонным взаимодействием*, и оно уже довольно продолжительное время рассматривается на феноменологической основе [10]. Отметим, что первая попытка получить это взаимодействие в рамках боголюбовского подхода была предпринята нами в работе [11]. Константа взаимодействия G связана с принятыми обозначениями следующим образом:

$$G = -\frac{g\lambda}{M_W^2}. \quad (6)$$

Современные экспериментальные ограничения на параметр λ следующие [12]:

$$\lambda = -0.016_{-0.023}^{+0.021}, \quad -0.059 < \lambda < 0.026 (95\% \text{C.L.}). \quad (7)$$

В соответствии с используемым приближением $\sin^2 \theta_W \ll 1$ используется одинаковая масса M_W как для заряженных $W^\pm$, так и для нейтрального W^0 -бозона, и предполагается, что для Z и γ справедливо соотношение $\lambda_Z = \lambda_\gamma = \lambda$ (в принятых обозначениях [10]).

Будем рассматривать выражение (3) как новый свободный лагранжиан L_0 , а выражение (4) – как новый лагранжиан взаимодействия L_{int} . Важно отметить, что в новый свободный лагранжиан входит полный член, квадратичный по W , включающий и бозонное самодействие, потому что следует сохранить калибровочную инвариантность используемого приближения. На самом деле будут использованы и четверные (по W) члены из последнего члена в (3), и тройные члены из предпоследнего члена в (3). Условие компенсации (подробности см. в работе [1]) состоит в требовании, чтобы полная связная трехбозонная вершина со структурой (5), следующая из лагранжиана L_0 , обращалась в нуль. Это требование приводит к нелинейному уравнению для формфактора F .

Такие уравнения в соответствии с терминологией работ [7]–[9] называются *уравнениями компенсации*. При их рассмотрении всегда очевидно существование пертурбативного тривиального решения (в нашем случае $G = 0$), но, вообще говоря, может существовать и непертурбативное нетривиальное решение. Именно поиск нетривиального решения представляет главный интерес в таких задачах. Найти точное нетривиальное решение в реалистических теориях невозможно, поэтому целью исследования служит нахождение такого адекватного подхода, первое непертурбативное приближение которого описывает основные черты задачи. Улучшение точности результатов должно достигаться поправками к исходному первому приближению.

Рис. 1. Диаграммное представление уравнения компенсации. Черные кружки соответствуют аномальному трехбозонному взаимодействию с формфактором, белые – точечным трехбозонному и четырехбозонному аномальным взаимодействиям. Простая точка соответствует обычной калибровочной вершине. Входящие импульсы обозначены у соответствующих внешних линий

Итак, следует сформулировать первое приближение. Здесь может оказаться полезным опыт, накопленный нами в работах [1]–[4]. С целью получения первого приближения рассмотрим следующие допущения.

1. В уравнениях компенсации ограничимся числом петель 0, 1.

2. Сведем полученное таким образом нелинейное уравнение к линейному интегральному уравнению. Это означает, что в петлевых выражениях только одна вершина содержит формфактор, определенный выше, в то время как другие вершины считаются точечными. В диаграммной форме уравнение для формфактора F представлено на рис. 1, где четверная вершина соответствует взаимодействию четырех бозонов, вытекающему из основного эффективного взаимодействия (1). В используемом приближении здесь подставляется точечная вершина с константой взаимодействия, пропорциональной gG .

3. Интегралы по углам выполняются в четырехмерном евклидовом пространстве. Необходимые правила приведены в работе [2].

Отметим, что аналогичное приближение было использовано в работах [2], [3], [5] при изучении спонтанного возникновения взаимодействия вида Намбу–Йона-Лазинио. Было показано, что результаты согласуются с экспериментальными данными со средней точностью $\sim 10 - 15\%$. Это дает основания надеяться на подобную точность и в рассматриваемой задаче.

Прежде всего представим выражение для четырехбозонной вершины:

$$\begin{aligned} \frac{V(p, m, \lambda; q, n, \sigma; k, r, \tau; l, s, \pi)}{(2\pi)^4} = & gG(\epsilon^{amn}\epsilon^{ars}(U(k, l; \sigma, \tau, \pi, \lambda) - U(k, l; \lambda, \tau, \pi, \sigma) - \\ & - U(l, k; \sigma, \pi, \tau, \lambda) + U(l, k; \lambda, \pi, \tau, \sigma) + U(p, q; \pi, \lambda, \sigma, \tau) - U(p, q; \tau, \lambda, \sigma, \pi) - \\ & - U(q, p; \pi, \sigma, \lambda, \tau) + U(q, p; \tau, \sigma, \lambda, \pi)) - \epsilon^{arn}\epsilon^{ams}(U(p, l; \sigma, \lambda, \pi, \tau) - \\ & - U(l, p; \sigma, \pi, \lambda, \tau) - U(p, l; \tau, \lambda, \pi, \sigma) + U(l, p; \tau, \pi, \lambda, \sigma) + U(k, q; \pi, \tau, \sigma, \lambda) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -U(q, k; \pi, \sigma, \tau, \lambda) - U(k, q; \lambda, \tau, \sigma, \pi) + U(q, k; \lambda, \sigma, \tau, \pi)) + \\
& + \epsilon^{asn} \epsilon^{amr} (U(k, p; \sigma, \lambda, \tau, \pi) - U(p, k; \sigma, \tau, \lambda, \pi) + U(p, k; \pi, \tau, \lambda, \sigma) - \\
& - U(k, p; \pi, \lambda, \tau, \sigma) - U(l, q; \lambda, \pi, \sigma, \tau) + U(l, q; \tau, \pi, \sigma, \lambda) - \\
& - U(q, l; \tau, \sigma, \pi, \lambda) + U(q, l; \lambda, \sigma, \pi, \tau)), \tag{8}
\end{aligned}$$

$$U(k, l; \sigma, \tau, \pi, \lambda) = k_\sigma l_\tau g_{\pi\lambda} - k_\sigma l_\lambda g_{\pi\tau} + k_\pi l_\lambda g_{\sigma\tau} - (kl) g_{\sigma\tau} g_{\pi\lambda}.$$

Здесь триада p, m, λ (и др.) означает соответственно входящий импульс, изотопический индекс и лоренцев индекс бозона.

Сформулируем уравнение компенсации в этом приближении. Для свободного лагранжиана L_0 полные связанные трехбозонные вершины с лоренцевой структурой (5) должны обращаться в нуль. Аналитические решения могут быть получены для следующего набора импульсных переменных (см. рис. 1): левые концы имеют импульсы p и $-p$, а правый конец имеет нулевой импульс. Однако в нашем приближении понадобится формфактор для ненулевого значения этого импульса. Будем искать решение со следующей простой зависимостью от всех трех переменных:

$$F(p_1, p_2, p_3) = F\left(\frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}{2}\right). \tag{9}$$

Выражение (9) симметрично по p_i и обращается в $F(x)$ при $p_3 = 0$, $p_1^2 = p_2^2 = x$. Представление (9) рассматривается как первое приближение, и поправки к нему следует учесть в дальнейшем.

В соответствии со сформулированными выше правилами получаем следующее уравнение для формфактора $F(x)$:

$$\begin{aligned}
F(x) = & -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \left(\int_0^Y F(y) y dy - \frac{1}{12x^2} \int_0^x F(y) y^3 dy + \frac{1}{6x} \int_0^x F(y) y^2 dy + \right. \\
& + \frac{x}{6} \int_x^Y F(y) dy - \frac{x^2}{12} \int_x^Y \frac{F(y)}{y} dy \Big) + \frac{GgN}{16\pi^2} \int_0^Y F(y) dy + \\
& + \frac{GgN}{24\pi^2} \left(\int_{3x/4}^x \frac{(3x-4y)^2(2y-3x)}{x^2(x-2y)} F(y) dy + \int_x^Y \frac{(5x-6y)}{(x-2y)} F(y) dy \right) + \\
& + \frac{GgN}{32\pi^2} \left(\int_{3x/4}^x \frac{3(4y-3x)^2(x^2-4xy+2y^2)}{8x^2(2y-x)^2} F(y) dy + \int_x^Y \frac{3(x^2-2y^2)}{8(2y-x)^2} F(y) dy + \right. \\
& \left. + \int_0^x \frac{5y^2-12xy}{16x^2} F(y) dy + \int_x^Y \frac{3x^2-4xy-6y^2}{16y^2} F(y) dy \right). \tag{10}
\end{aligned}$$

Здесь $x = p^2$ и $y = q^2$, q – импульс интегрирования, $N = 2$. Последние четыре члена в скобках представляют диаграммы с одной обычной калибровочной вершиной (см. три последние диаграммы на рис. 1). Эти члены обеспечивают калибровочную инвариантность в использованном приближении. Отметим, что дополнительной проверкой калибровочной инвариантности может служить введение продольного члена $d_l k_\mu k_\nu / (k^2)^2$ в бозонных пропагаторах с целью убедиться в независимости результатов от d_l в принятом приближении. Вклады духов также дают нулевой результат

в этом приближении в силу поперечности вершины (5):

$$\begin{aligned} p_\mu V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} &= q_\nu V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} = k_\rho V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} = 0, \\ V(p, q, k)_{\mu\nu\rho} &= g_{\mu\nu}(q_\rho p_k - p_\rho q_k) + g_{\nu\rho}(k_\mu p_q - q_\mu p_k) + g_{\rho\mu}(p_\nu q_k - k_\nu p_q) + \\ &+ q_\mu k_\nu p_\rho - k_\mu p_\nu q_\rho. \end{aligned} \quad (11)$$

Калибровочная инвариантность может быть также нарушена членами, связанными с импульсной зависимостью формфактора F . Однако эта проблема не возникает в приближении, соответствующем уравнению (10), и становится существенной при учете членов, пропорциональных g^2 . В этом случае вклады духов также не сокращаются. Проблему калибровочной инвариантности в следующих приближениях следует рассмотреть в дальнейшем.

В уравнении (10) вводится эффективное обрезание Y , ограничивающее область “малых импульсов”, в которой действуют непертурбативные эффекты, и мы рассматриваем уравнение на интервале $[0, Y]$ при условии

$$F(Y) = 0. \quad (12)$$

Уравнение (10) решается итерациями. А именно, разложим члены, пропорциональные g , по степеням x и сначала оставим лишь постоянный член. Имеем

$$\begin{aligned} F_0(x) &= -\frac{G^2 N}{64\pi^2} \left(\int_0^Y F_0(y) y dy - \frac{1}{12x^2} \int_0^x F_0(y) y^3 dy + \frac{1}{6x} \int_0^x F_0(y) y^2 dy + \right. \\ &+ \left. \frac{x}{6} \int_x^Y F_0(y) dy - \frac{x^2}{12} \int_x^Y \frac{F_0(y)}{y} dy \right) + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^Y F_0(y) dy. \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) дает уравнение вида, рассмотренного в работах [1]–[4], где описан способ получения аналитических решений уравнений, аналогичных (13). В самом деле, последовательным дифференцированием уравнения (13) получаем дифференциальное уравнение Мейера [13]

$$\begin{aligned} \left(x \frac{d}{dx} + 2 \right) \left(x \frac{d}{dx} + 1 \right) \left(x \frac{d}{dx} - 1 \right) \left(x \frac{d}{dx} - 2 \right) F_0(x) + \frac{G^2 N x^2}{64\pi^2} F_0(x) = \\ = 4 \left(-\frac{G^2 N}{64\pi^2} \int_0^Y F_0(y) y dy + \frac{87GgN}{512\pi^2} \int_0^Y F_0(y) dy \right), \end{aligned} \quad (14)$$

решение которого имеет вид

$$\begin{aligned} F_0(x) \equiv \Psi_0(z) &= C_1 G_{04}^{10} \left(z \left| \frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1 \right. \right) + C_2 G_{04}^{10} \left(z \left| 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1 \right. \right) - \\ &- \frac{GN}{128\pi^2} G_{15}^{31} (z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) \int_0^Y \left(Gy - \frac{87g}{8} \right) F_0(y) dy, \\ G_{15}^{31} (z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) &= \frac{1}{2z} - G_{04}^{30} \left(z \left| 1, \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2} \right. \right), \quad z = \frac{G^2 N x^2}{1024\pi^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$G_{qp}^{mm}(z|_{b_1, \dots, b_p}^{a_1, \dots, a_q})$$

– функция Мейера [13]. Если $q = 0$, пишем только индексы b_i в одну строку. Константы C_1, C_2 определяются граничными условиями

$$\begin{aligned} \left[2z^2 \frac{d^3 \Psi_0(z)}{dz^3} + 9z \frac{d^2 \Psi_0(z)}{dz^2} + \frac{d \Psi_0(z)}{dz} \right]_{z=z_0} &= 0, \\ \left[2z^2 \frac{d^2 \Psi_0(z)}{dz^2} + 5z \frac{d \Psi_0(z)}{dz} + \Psi_0(z) \right]_{z=z_0} &= 0, \quad z_0 = \frac{G^2 N Y^2}{1024 \pi^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Условия (12), (16) определяют набор параметров

$$z_0 = \infty, \quad C_1 = 0, \quad C_2 = 0. \quad (17)$$

Условие нормировки для формфактора $F(0) = 1$ при этом имеет вид

$$- \frac{G^2 N}{64 \pi^2} \int_0^\infty F_0(y) y dy + \frac{87 G g N}{512 \pi^2} \int_0^\infty F_0(y) dy = 1. \quad (18)$$

Однако первый интеграл в выражении (18) расходится в силу асимптотики

$$G_{15}^{31}(z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) \rightarrow \frac{1}{2z}, \quad z \rightarrow \infty,$$

и согласованное решение отсутствует. Поэтому рассмотрим следующее приближение. Подставим решение (15) с учетом выражения (18) в члены уравнения (10), пропорциональные калибровочной константе g (кроме постоянных членов), и вычислим члены, пропорциональные $\sqrt{z}$. Получим, имея в виду условие нормировки,

$$\begin{aligned} F(x) \equiv \Psi(z) &= 1 + \frac{85g\sqrt{N}\sqrt{z}}{96\pi} \left(\ln z + 4\gamma + 4 \ln 2 + \frac{1}{2} G_{15}^{31}(z_0|_{0,0,1/2,-1,-1/2}^0) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3160}{357} \right) + \frac{2}{3z} \int_0^z \Psi(t) t dt + \frac{4}{3\sqrt{z}} \int_0^z \Psi(t) \sqrt{t} dt - \frac{4\sqrt{z}}{3} \int_z^{z_0} \Psi(t) \frac{dt}{\sqrt{t}} + \\ &\quad + \frac{2z}{3} \int_z^{z_0} \Psi(t) \frac{dt}{t}, \end{aligned} \quad (19)$$

где γ – постоянная Эйлера. Будем искать решение уравнения (19) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi(z) &= \frac{1}{2} G_{15}^{31}(z|_{1,1/2,0,-1/2,-1}^0) - \frac{85g\sqrt{N}}{128\pi} G_{15}^{31}(z|_{1,1/2,1/2,-1/2,-1}^{1/2}) + \\ &\quad + C_1 G_{04}^{10} \left(z \left| \frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1 \right. \right) + C_2 G_{04}^{10} \left(z \left| 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1 \right. \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Имеем также условия

$$1 + 8 \int_0^{z_0} \Psi(z) dz = \frac{87g\sqrt{N}}{32\pi} \int_0^{z_0} \Psi_0(z) \frac{dz}{\sqrt{z}}, \quad (21)$$

$$\Psi(z_0) = 0, \quad (22)$$

и граничные условия, аналогичные (16). Условие (22) обеспечивает непрерывный переход от нетривиального решения к тривиальному $G = 0$. Зная вид решения (20),

вычисляем обе части соотношения (19) в двух различных точках в интервале $0 < z < z_0$ и, имея четыре уравнения для четырех параметров, решаем систему. Полагая $N = 2$, получим следующее решение, которое используем для описания электрослабого взаимодействия:

$$g(z_0) = 0.60366, \quad z_0 = 9.61750, \quad C_1 = -0.035096, \quad C_2 = -0.051104. \quad (23)$$

Обратим внимание на фиксированное значение параметра z_0 . Решение существует только для этого значения, и оно играет роль собственного значения. На самом деле заранее существование такого собственного значения далеко не очевидно. Параметр z_0 определяет масштаб, присущий решению. Именно поэтому значение бегущей константы g в решении (23) определяется в этой точке.

Заметим, что имеется также решение с существенно меньшим значением $z_0 = 0.009553$ и довольно большим значением $g(z_0) = 3.187$, которое при $N = 3$ может быть сопоставлено сильному взаимодействию. Это решение подобно решению, рассмотренному в работе [4]¹⁾, и оно будет изучено в другом месте.

Рассмотрим однопетлевое выражение $\alpha_s(p^2)$:

$$\alpha_{ew}(x) = \frac{6\pi\alpha_{ew}(x_0)}{6\pi + 5\alpha_{ew}(x_0)\ln(x/x_0)}, \quad x = p^2. \quad (24)$$

Нормируем бегущую константу соотношением

$$\alpha_{ew}(x_0) = \frac{g(z_0)^2}{4\pi} = 0.0290, \quad (25)$$

где константа взаимодействия g , входящая в выражение (21), как раз соответствует этой точке нормировки. Отметим, что значение (25) не так далеко от физического значения $\alpha_{ew}(M_W) = 0.0337$. Чтобы сравнить эти значения должным образом, требуется найти связь G и M_W , которая будет получена ниже. Напомним, что связь между переменными z и $x = p^2$ дана в решении (15).

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЯ ХИГГСА С БОЗОНАМИ W

Предположим, что имеется нейтральное поле Хиггса, которое могло бы появиться благодаря существованию связанного состояния тяжелых кварков. Такая возможность рассматривается в работе [14].

Рассмотрим взаимодействие W -бозонов с частицей Хиггса. Здесь мы не будем исследовать схему нарушения электрослабой симметрии в рассматриваемом подходе. Для сравнения с реальной физикой будем пользоваться готовой феноменологией, в соответствии с которой взаимодействие WWH соответствует следующей вершине:

$$ig_{\mu\nu}\delta_{ab}gM_W. \quad (26)$$

Предполагаем, что масса M_W известна. Дополнительный вклад в вершину (26) дается нашим эффективным взаимодействием (1) в соответствии с диаграммой на

¹⁾В работе [4] учтены не все члены, представленные в уравнении (10).

Рис. 2. Диаграммное представление вклада (27) во взаимодействие WWH . Здесь двойная линия соответствует скаляру Хиггса, простая точка – обычная вершина (26), остальные обозначения те же, что и на рис. 1.

рис. 2. Подставляя в первом приближении F_0 , заданное по формуле (15), с параметрами (17), получаем следующий калибровочно-инвариантный вклад:

$$i\bar{H}\delta_{ab}(g_{\mu\nu}(qk) - q_\nu k_\mu)F_H(t), \quad \bar{H} = \frac{\sqrt{2}GgM_W A}{\pi}, \quad F_H(0) = 1, \quad (27)$$

где $F_H(x)$ – формфактор, вычисляемый из уравнения, графически представленного на рис. 3. В том же приближении, что и в разделе 2, учитываем члены, пропорциональные калибровочной константе g , и получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} F_H(t) = & INH(t) - \frac{2}{3t} \int_0^t F_H(t')t' dt' + \frac{4}{3\sqrt{t}} \int_0^t F_H(t')\sqrt{t'} dt' + \\ & + \frac{4\sqrt{t}}{3} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{\sqrt{t'}} dt' - \frac{2t}{3} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{t'} dt' + \frac{\xi}{4\pi} \left(\frac{1}{6t} \int_0^t F_H(t')t' dt' + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\sqrt{t}} \int_0^t F_H(t')\sqrt{t'} dt' + \frac{1}{2} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \frac{\sqrt{t}}{6} \int_t^{z_{01}} \frac{F_H(t')}{t'} dt' \right), \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} INH(t) = & \frac{1}{A} \left(\int_0^{z_0} \frac{\Psi^2(z)}{\sqrt{(z)}} dz + \sqrt{\frac{t}{8}} \left(-\frac{31}{18} + \frac{1}{3} \int_0^{z_0} \frac{(\Psi(z) - 1)^2}{z} dz + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{3} \ln \frac{8z_0}{t} \right) \right) + 4 \int_0^{z_{01}} F_H(t') dt' + \frac{g}{\pi} \left(\frac{1}{t} \int_0^t F_{TH}(t')\sqrt{t'} dt' - \right. \\ & - \frac{3}{\sqrt{t}} \int_0^t F_{TH}(t') dt' - 3 \int_t^{z_0} \frac{F_{TH}(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \sqrt{t} \int_t^{z_0} \frac{F_{TH}(t')}{t'} dt' + \\ & + F_H(t) \left(-\frac{5}{2t} \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \frac{7}{\sqrt{t}} \int_0^t F_T(t') dt' - 3 \int_0^t \frac{F_T(t')}{\sqrt{t'}} dt' + \right. \\ & \left. + 3 \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{\sqrt{t'}} dt' - \sqrt{t} \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{t'} dt' - \frac{t}{2} \int_t^{z_0} \frac{F_T(t')}{t'\sqrt{t'}} dt' \right) \Big), \end{aligned}$$

$$t = \frac{G^2 x^2}{64\pi^2} = 8z, \quad F_T(t) = \Psi\left(\frac{t}{8}\right), \quad F_{TH}(t) = F_T(t)F_H(t),$$

$$\xi = \frac{\bar{H}^2}{G}, \quad z_{01} = 8z_0, \quad F_H(z_{10}) = 0.$$

Рис. 3. Диаграммное представление уравнения для вершины WWH с форм-фактором. Двойной кружок с черным центром описывает этот формфактор, двойной кружок соответствует точечной аномальной вершине HHW . Белый кружок соответствует вершине HHW , вычисленной по диаграмме на рис. 2.

Используя полученный выше формфактор $\Psi(z)$, заданный в (20), с параметрами (23), решаем уравнение (28) численно. Определим параметр Λ следующим образом:

$$G = \frac{\Lambda}{M_W^2}. \quad (29)$$

Уравнение (28) имеет решения со следующими значениями параметров:

$$\xi = 69.3030, \quad \Lambda = 0.019877, \quad A = -217.2885, \quad (30)$$

$$\xi = 116.436, \quad \Lambda = 0.004166, \quad A = 615.17567. \quad (31)$$

Имеются и другие решения, однако анализ показывает, что с физической точки зрения приемлемы только решения (30), (31). Отметим, что значения параметра Λ для этих решений удовлетворяют ограничениям (7). Известное соотношение

$$M_W = \frac{g_w \eta}{2} \quad (32)$$

содержит электрослабую константу взаимодействия g_w на массе W . Мы вычисляем ее с использованием обычного выражения эволюции (24), исходя из значения g в точке эффективного обрезания Y (23). Знание Λ позволяет выполнить эту процедуру. В обоих случаях имеем

$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} \simeq 0.0316, \quad (33)$$

что всего на несколько процентов меньше экспериментального значения 0.0337.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение подчеркнем, что, хотя мы обсуждали вполне необычные эффекты, это никак не связано с выходом за рамки стандартной модели. Мы действуем именно в ее рамках. Разница с обычными результатами состоит в *непертурбативном нетривиальном решении* уравнения компенсации. Существует, разумеется, также и *тривиальное пертурбативное решение*. Какое из решений реализуется, определяется условиями устойчивости. Проблема устойчивости является крайне сложной и требует специального подробного изучения.

Что касается представленных результатов, обратим внимание на важное достижение, представляемое нетривиальным непертурбативным решением. Это однозначное определение электрослабой константы взаимодействия $g(M_W)$ находится в близком согласии с ее экспериментальным значением. Подчеркнем, что само существование нетривиального решения приводит к дополнительным условиям, налагаемым на параметры исследуемой задачи. Полученный результат дает сильный аргумент в пользу применимости подхода компенсации Боголюбова к принципиальным вопросам теории элементарных частиц.

Список литературы

- [1] Б. А. Арбузов, *ТМФ*, **140**:3 (2004), 367–387.
- [2] Б. А. Арбузов, *ЯФ*, **69**:9 (2006), 1621–1633, arXiv: hep-ph/0511182.
- [3] B. A. Arbuzov, M. K. Volkov, I. V. Zaitsev, *Internat. J. Modern Phys. A*, **21**:28–29 (2006), 5721–5742, arXiv: hep-ph/0604051.
- [4] B. A. Arbuzov, *Phys. Lett. B*, **656**:1–3 (2007), 67–73, arXiv: hep-ph/0703237.
- [5] B. A. Arbuzov, M. K. Volkov, I. V. Zaitsev, *Internat. J. Modern Phys. A*, **24**:13 (2009), 2415–2430, arXiv: 0809.4951.
- [6] B. A. Arbuzov, *Eur. Phys. J. C*, **61**:1 (2009), 51–59, arXiv: 0901.3997.
- [7] Н. Н. Боголюбов, *УФН*, **67**:4 (1959), 549–580.
- [8] N. N. Bogolubov, *Physica*, **26**, suppl. 2 (1960), S1–S16.
- [9] Н. Н. Боголюбов, *Квазисредние в задачах статистической механики*, Препринт Д-781, ОИЯИ, Дубна, 1961.
- [10] K. Hagiwara, R. D. Peccei, D. Zeppenfeld, K. Hikasa, *Nucl. Phys. B*, **282** (1987), 253–307.
- [11] B. A. Arbuzov, *Phys. Lett. B*, **288** (1992), 179.
- [12] LEP Collab. (ALEPH Collab., DELPHI Collab., L3 Collab., OPAL Collab., LEP Electroweak Working Group), *A combination of preliminary electroweak measurements and constraints on the standard model*, arXiv: hep-ex/0612034.
- [13] Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т. 1: *Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра*, Наука, М., 1973.
- [14] B. A. Arbuzov, I. V. Zaitsev, *Internat. J. Modern Phys. A*, **26**:29 (2011), 4945–4958, arXiv: 1107.5164.

Поступила в редакцию 21.04.2011,
после доработки 2.06.2011