Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. В. Либанов, В. А. Рубаков, Сопоставление динамической и спектаторной моделей (псевдо)конформной вселенной, *ТМФ*, 2012, том 173, номер 1, 149–159

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf6968>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.227.88.159

26 апреля 2023 г., 11:34:09

© 2012 г.

М. В. Либанов^{*†}, В. А. Рубаков^{*†}

СОПОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ И СПЕКТРАТОРНОЙ МОДЕЛЕЙ (ПСЕВДО)КОНФОРМНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Рассмотрены две версии сценария генерации скалярных космологических возмущений, основанного на конформной симметрии: спектаторная версия, которая включает в себя скалярное поле, конформно связанное с гравитацией и имеющее пренебрежимо малую плотность энергии, и динамическая версия со скалярным полем, минимально связанным с гравитацией и доминирующим в процессе космологической эволюции. С использованием калибровки Ньютона показано, что, во-первых, в динамической версии ультрафиолетовый масштаб сильной связи, который мог бы возникнуть из-за смешивания с возмущениями метрики, не появляется ниже M_{Pl} , во-вторых, и динамическая, и спектаторная модели приводят к одинаковым результатам в ведущем нелинейном порядке. Эти результаты, включающие в себя такие потенциально наблюдаемые эффекты, как статистическая анизотропия и негауссовость, справедливы для целого класса конформных моделей. Как пример воспроизведены в рамках динамического сценария в сопутствующей калибровке наши результаты по статистической анизотропии, полученные ранее в рамках спектаторного подхода.

Ключевые слова: альтернативы инфляции, теория космологических возмущений.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время определенный интерес вызывает предположение, что плоский характер спектра первичных скалярных космологических возмущений может быть объяснен приближенной конформной симметрией вместо приближенной симметрии де Ситтера инфляционной теории [1]–[3] (ссылки на более ранние работы см. в [4]). В простейшей версии конформного сценария предполагается, что можно полностью пренебречь гравитационными эффектами и рассматривать теорию двух полей ϕ и θ с конформными весами 1 и 0 соответственно¹⁾ с лагранжианом (мы используем

¹⁾Конформный вес поля ϕ может отличаться от 1, важно лишь, что этот вес не равен нулю [3].

^{*}Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия. E-mail: ml@ms2.inr.ac.ru

[†]Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

в основном отрицательную сигнатуру метрики)

$$L_{\phi,\theta} = L_\phi + \frac{1}{2}\phi^2(\partial_\mu\theta)^2 \quad (1)$$

в эффективно минковском пространстве-времени. Другими словами, в этой версии подразумевается, что поле ϕ (как и θ) является спектатором, динамика которого не влияет на метрику пространства-времени. Примером такой теории может служить модель комплексного скалярного поля, конформно связанного с гравитацией, плотность энергии которого пренебрежимо мала по сравнению с полной плотностью энергии вселенной. В этой модели ϕ и θ являются модулем и фазой комплексного скалярного поля [1].

Если предположить, что фоновое поле ϕ_c является пространственно однородным, но эволюционирующим нетривиальным образом, то следствием конформной симметрии будет соотношение

$$\phi_c(t) = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda t}}, \quad t < 0, \quad (2)$$

где λ – безразмерная константа, считается, что $\lambda \ll 1$ для канонически нормированного поля ϕ . Здесь мы выбрали обозначения так, что $\phi_c(t)$ является решением уравнений движения в теории с отрицательным потенциалом четвертой степени,

$$L_\phi = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - V(\phi), \quad V(\phi) = -\frac{\lambda}{4}\phi^4. \quad (3)$$

В таком внешнем поле $\phi_c(t)$ поле θ находится в режиме ВКБ, который выполняется до тех пор, пока $k|t| \gg 1$ (короткие длины волн), где k – пространственный импульс θ -моды. Естественно предположить, что поле θ в начале появляется в вакуумном состоянии. Флуктуации поля θ замерзают при поздних временах, когда $k|t| \ll 1$ (длинноволновый режим). Эти флуктуации имеют плоский спектр мощности и порождают адиабатические возмущения. Переход флуктуаций поля θ в адиабатические происходит на более поздних этапах эволюции, например благодаря курваторному механизму [5] или модулированному распаду [6].

Отличительной особенностью этого сценария является существование возмущений самого поля ϕ . В рамках спектаторного подхода эти возмущения имеют *красный* спектр мощности в длинноволновом режиме [1], [3]. Взаимодействие поля θ с возмущениями поля ϕ приводит к таким потенциально наблюдаемым эффектам, как статистическая анизотропия и специфическая форма негауссовости [7]–[10]. В работах [3], [10] в рамках спектаторного подхода было показано, что эти эффекты носят общий характер, так как и свойства возмущений поля ϕ , и их взаимодействие с полем θ определяются конформной инвариантностью.

Вместо рассмотрения спектаторной версии конформного сценария интересно изучить динамические (псевдо)конформные модели, т. е. рассматривать ϕ и θ как поля материи, ответственные за раннюю эволюцию вселенной. В этом классе моделей скатывающееся поле $\phi_c(t)$ определяет однородную эволюцию вселенной, тогда как возмущения поля ϕ смешиваются с возмущениями метрики. Модель такого типа недавно была предложена Хинтербихлером и Хури [3], которые рассмотрели теорию с действием

$$S = -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} R + \int d^4x \sqrt{-g} L_{\phi,\theta}, \quad (4)$$

где скалярный лагранжиан задается равенствами (1), (3). В модели Хинтербихлера–Хури скатывающееся скалярное поле (2) имеет супержесткое уравнение состояния, $p_c \gg \rho_c > 0$, и, таким образом, вселенная сжимается. В этом отношении данная модель является реинкарнацией моделей, в которых вселенная рождается в результате столкновения бран [11]. Другим примером является модель генезиса [2], в которой в качестве поля ϕ выступает галелион [12]. В этой модели давление отрицательно, и нулевые энергетические условия нарушены, пространство-время в начальный момент является пространством Минковского, плотность энергии растет со временем, расширение ускоряется, и в конечном итоге некоторым образом происходит переход к горячей стадии (см. работу [13], в которой обсуждается завершающая стадия “разморозки”). Ясно, что обе модели являются альтернативами инфляционной парадигме.

В динамических конформных моделях свойства возмущений $\varphi = \phi - \phi_c$ и соответствующих возмущений метрики не вполне тривиальны. В то время как спектр мощности поля φ в отсутствие гравитации является красным (в длинноволновом режиме), спектр мощности возмущений кривизны ζ является *голубым* в динамических моделях [2], [3] (см. также [14]). Это свойство привело Хинтербихлера и Хури к основанному на размерном анализе заключению, что теория со скалярным лагранжианом (3) имеет ультрафиолетовый (УФ) масштаб сильной связи

$$\Lambda^{(1)} = \frac{\phi_c^3}{M_{\text{Pl}}^2}, \quad (5)$$

который зависит от времени и является малым на ранних этапах. Они также привели аргументы в пользу того, что включение поля θ с лагранжианом (1) приводит к другому УФ-масштабу сильной связи

$$\Lambda^{(2)} = \lambda^{1/4} \phi_c. \quad (6)$$

При таком низком масштабе сильной связи самосогласованность модели подразумевает очень жесткие ограничения на константу самодействия λ [3].

Другой тонкостью является смешивание возмущений φ с возмущениями метрики, которое, конечно, важно на всех масштабах, по крайней мере в длинноволновом режиме. Это может вызвать сомнение в том, что результаты, полученные в рамках спектаторного подхода [7]–[10], остаются также справедливыми в динамических конформных моделях.

В настоящей работе мы собираемся прояснить указанные вопросы, используя в качестве примера модель Хинтербихлера–Хури. Что касается сильной связи в УФ-области, мы напоминаем, что наивный размерный анализ может дать, но может и не дать правильный результат в зависимости от выбора калибровки. Широко известным примером служат неабелевы калибровочные теории с механизмом Хиггса, в которых размерный анализ в унитарной калибровке дает в качестве масштаба сильной связи вакуумное ожидание поля Хиггса, тогда как тот же анализ в R_ξ -калибровке показывает, что масштаб сильной связи отсутствует вовсе²⁾. В модели Хинтербихлера–Хури, как и в модели генезиса, плотность энергии мала при имеющих отношение к делу временах, и пространство-время является почти

²⁾По модулю присутствия полюса Ландау, но это уже другая история.

плоским. Хорошо известно, что в таких случаях удобно использовать калибровку Ньютона. В настоящей работе мы используем эту калибровку и показываем, что возмущения метрики являются достаточно малыми³⁾, нелинейные гравитационные эффекты подавлены, и УФ-масштаб сильной связи не возникает ниже M_{Pl} . Таким образом, УФ-масштабы (5) и (6) в действительности отсутствуют, и, как следствие, нет нужды вводить сильные ограничения на константу λ .

Кроме того, в калибровке Ньютона основные нелинейные эффекты возникают благодаря взаимодействию поля θ с возмущениями φ , в то время как эффекты, возникающие из взаимодействия θ с возмущениями метрики, малы. Таким образом, мы демонстрируем, что анализ, проведенный в работах [7]–[10], можно применить в динамических конформных моделях. Как иллюстрацию этого общего вывода мы воспроизводим один из результатов работы [7] (статистическую анизотропию) в рамках динамической модели в калибровке $\varphi = 0$, где гравитационный потенциал Ψ совпадает с ζ и имеет голубой спектр мощности. Этот вывод также проясняет, каким образом сокращаются инфракрасные эффекты, что может показаться несколько неожиданным при спектаторном подходе [7].

Статья структурирована следующим образом. В разделе 2 мы описываем модель Хинтербихлера–Хури. В разделе 3 мы обсуждаем проблему сильной связи. Лидирующие нелинейные эффекты рассмотрены в разделе 4. Мы подводим итоги в разделе 5.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Мы рассматриваем модель с действием (4), в котором скалярный лагранжиан задается выражениями (1), (3). Напомним свойства однородного пространственно плоского фонового поля на ранних этапах. При $t \rightarrow -\infty$ влияние гравитации на фоновое поле ϕ_c пренебрежимо мало, поэтому ϕ_c скатывается по отрицательному потенциалу четвертой степени в соответствии с уравнением (2). Давление имеет вид $p_c = \dot{\phi}_c^2 = 2/\lambda t^4$, в то время как плотность энергии мала, $\rho_c \ll p_c$. После интегрирования уравнения Райчаудхури находим параметр Хаббла:

$$H = \frac{1}{3\lambda t^3 M_{\text{Pl}}^2}. \quad (7)$$

Вселенная сжимается, и материя в ней имеет супержесткое уравнение состояния. Этот режим продолжается до тех пор, пока выполнено условие⁴⁾

$$\lambda t^2 M_{\text{Pl}}^2 = \frac{2M_{\text{Pl}}^2}{\phi_c^2} \gg 1. \quad (8)$$

В настоящей работе мы рассматриваем исключительно ранние времена, на которых выполняется неравенство (8). Стоит отметить, что мы можем положить масштабный фактор равным единице там, где он появляется без производной (производных) по времени, и отождествить конформное и космологическое времена.

³⁾Это было указано в работе [2] в контексте модели генезиса.

⁴⁾По мере приближения ϕ_c к M_{Pl} становится важным влияние космологического расширения на эволюцию поля ϕ_c ($H\dot{\phi}_c$ становится сравнимым с $\ddot{\phi}_c$), плотность энергии сравнивается с давлением, и режим (1), (7) прекращается.

Нам интересны главным образом возмущение $\varphi = \phi - \phi_c$ и связанные с ним возмущения метрики. С целью упрощения дальнейших формул мы частично зафиксируем калибровку и положим продольную компоненту пространственной метрики равной нулю, так что

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt^2 + 2\partial_i U dt dx^i - (1 + 2\Psi)\delta_{ij} dx^i dx^j. \quad (9)$$

Напомним, что в теории одного скалярного поля с канонически нормированным кинетическим членом калибровочно-инвариантная комбинация

$$\frac{v}{a} = \varphi - \frac{a\phi'_c}{a'}\Psi \quad (10)$$

(штрих означает производную по конформному времени) канонически нормирована и удовлетворяет уравнению

$$v'' - \Delta v - \frac{z''}{z}v = 0, \quad (11)$$

где $z = a^2\phi'_c/a'$. В рассматриваемом случае $a = 1$ и $z = \dot{\phi}_c/H$, так что последний член в левой части уравнения (11) пренебрежимо мал (имеет порядок $(\lambda t^4 M_{\text{Pl}}^2)^{-1}$ [3]). Следовательно, поле v является свободным скалярным полем в эффективно минковском пространстве-времени. Переменная ζ – возмущение кривизны на сопутствующей гиперповерхности – связана с v следующим образом:

$$\zeta = -\frac{a'}{a^2\phi'_c} v = -\frac{H}{\dot{\phi}_c} v.$$

При этом и v , и ζ имеют голубой спектр мощности [2], [3].

3. МАСШТАБ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ И ЕГО ОТСУТСТВИЕ

3.1. Фиктивные масштабы $\Lambda^{(1)}$ и $\Lambda^{(2)}$: калибровка $\varphi = 0$. Чтобы увидеть кажущееся возникновение УФ-масштабов (5) и (6), выберем калибровку $\varphi = 0$. В этой калибровке гравитационный потенциал Ψ совпадает с ζ , поэтому наше рассуждение повторяет анализ Хинтербихлера и Хури [3], которые работали с калибровочно-инвариантной переменной ζ . Рассмотрим коротковолновые моды, $k|t| \gg 1$. Тогда в калибровке $\varphi = 0$ из уравнения (10) находим, что

$$\Psi \sim \frac{1}{\sqrt{\lambda} M_{\text{Pl}}^2 t} v.$$

Условия связи в этой калибровке имеют вид

$$\Delta U = -3\Psi' + \frac{a}{a'}\Delta\Psi + \frac{a^3}{a'}\frac{\rho_c - p_c}{2M_{\text{Pl}}^2}\Phi = -3\dot{\Psi} + \frac{1}{H}\Delta\Psi - \frac{p_c}{2M_{\text{Pl}}^2 H}\Phi, \quad (12)$$

$$\Phi = \frac{a}{a'}\Psi' = \frac{1}{H}\dot{\Psi}, \quad (13)$$

где второе выражение справедливо для рассматриваемой модели. Из уравнения (13) получаем

$$h_{00} = 2\Phi \sim \sqrt{\lambda} t^2 k v, \quad (14)$$

а из уравнения (12) мы видим, что $\partial_i U = h_{0i}$ имеет два больших вклада:

$$h_{0i} \sim \sqrt{\lambda} t^2 k v \quad (15)$$

и

$$h_{0i} \sim \sqrt{\lambda} t v. \quad (16)$$

В простом размерном анализе УФ-масштаб $\Lambda^{(1)}$ появляется следующим образом. Существуют кубические члены в гравитационном лагранжиане

$$L_{\text{int}} = M_{\text{Pl}}^2 h \partial h \partial h. \quad (17)$$

Вместе с оценкой для (16) это дает

$$L_{\text{int}} = M_{\text{Pl}}^2 (\sqrt{\lambda} t)^3 v \partial v \partial v = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{\phi_c^3} v \partial v \partial v,$$

что ошибочно может быть истолковано как свидетельство наличия УФ-масштаба $\Lambda^{(1)}$, приведенного в (5). Наивные оценки возмущений с использованием соотношений (14), (15) дают масштаб сильной связи, даже меньший чем $\Lambda^{(1)}$.

Аналогично, масштаб $\Lambda^{(2)}$ появляется в рассматриваемой калибровке следующим образом. Член взаимодействия в θ -секторе имеет вид

$$L_{\text{int}}^{h\chi\chi} = h \partial \chi \partial \chi, \quad (18)$$

где $\chi = \phi_c \theta$ является канонически нормированным. Оценки (14), (15) дают

$$L_{\text{int}}^{h\chi\chi} = \sqrt{\lambda} t^2 \partial v \partial \chi \partial \chi \sim \frac{1}{\sqrt{\lambda} \phi_c^2} \partial v \partial \chi \partial \chi,$$

что может рассматриваться как наличие масштаба сильной связи $\Lambda^{(2)} = \lambda^{1/4} \phi_c$.

3.2. Отсутствие сильной связи ниже M_{Pl} : калибровка Ньютона. Использование калибровки $\varphi = 0$ на самом деле неудобно для изучения УФ-свойств модели. В этой калибровке возмущения метрики огромны на ранних временах. Причина этого в том, что поле ϕ флуктуирует, но энергия, связанная с этими флуктуациями, очень мала. Пространство-время очень близко к пространству-времени Минковского, но гиперповерхность постоянного φ вложена в него нетривиальным образом.

Гораздо более прозрачна калибровка Ньютона, в которой $U = 0$. В этой калибровке $\Psi = -\Phi$, и поле Φ удовлетворяет уравнению

$$\Delta \Phi = \frac{1}{2M_{\text{Pl}}^2} \phi_c' \frac{z}{a} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v}{z} \right). \quad (19)$$

Таким образом, возмущения метрики малы при ранних временах:

$$\Phi \sim \frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 \sqrt{\lambda} t^2} k^{-1} v \sim \frac{\sqrt{\lambda} \phi_c^2}{M_{\text{Pl}}^2} k^{-1} v, \quad (20)$$

где мы снова считаем, что $k|t| \gg 1$. Подставляя эту оценку в (17), мы видим, что из-за взаимодействия возмущений φ с возмущениями метрики в УФ-области

масштаб сильной связи не возникает. В действительности это означает, что масштаб сильной связи полностью отсутствует в ϕ -секторе при импульсах ниже M_{Pl} , т.е. масштаб $\Lambda^{(1)}$ является фиктивным.

Последнее замечание касается θ -сектора. Член взаимодействия с возмущением метрики дан в (18). В калибровке Ньютона это приводит к соотношению

$$L_{\text{int}}^{h\chi\chi} = \frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 \sqrt{\lambda} t^2} \partial^{-1} v \partial \chi \partial \chi = \frac{\sqrt{\lambda} \phi_c^2}{M_{\text{Pl}}^2} \partial^{-1} v \partial \chi \partial \chi.$$

Безразмерная константа здесь мала при условии, что выполнено (8), поэтому масштаб $\Lambda^{(2)}$ также является фиктивным.

4. ЛИДИРУЮЩИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЯ θ

Как в деталях обсуждалось в работах [7]–[10] в рамках спектаторного приближения, потенциально интересные эффекты возникают из-за взаимодействия поля θ с возмущениями φ на кубическом уровне. В динамической модели Хинтербихлера–Хури относящиеся к делу члены в действии имеют нулевой и первый порядок по возмущениям поля ϕ и метрики:

$$S_{\theta}^{(0)} = \int d^4x \frac{1}{2} a^2 \phi_c^2 \eta^{\mu\nu} \partial_{\mu} \theta \partial_{\nu} \theta,$$

и

$$S_{\theta}^{(1)} = \int d^4x \frac{1}{2} a^2 \phi_c^2 \left[\left(-\Phi + 3\Psi + 2\frac{\varphi}{\phi_c} \right) \theta'^2 - \left(\Phi + \Psi + 2\frac{\varphi}{\phi_c} \right) \partial_i \theta \partial_i \theta + 2\partial_i U \theta' \partial_i \theta \right] \quad (21)$$

соответственно, где мы вновь частично фиксировали калибровку в соответствии с (9). В спектаторной модели $\Psi = \Phi = U = 0$, тогда как возмущение φ совпадает с v в коротковолновом режиме $k|t| \gg 1$ и приведено в [1], а в длинноволновом режиме $k|t| \ll 1$

$$\varphi = -\frac{3}{k^2 t^2} v. \quad (22)$$

Чтобы увидеть, что анализ в спектаторном приближении также справедлив и в динамической модели, снова удобно использовать калибровку Ньютона.

4.1. Взаимодействия в калибровке Ньютона. Прежде всего проверим, что возмущения φ такие же в калибровке Ньютона, как и в спектаторном приближении. В коротковолновом режиме находим из (20), что

$$\frac{a\phi'_c}{a'} \Psi \sim \frac{1}{kt} v \ll v,$$

так что φ действительно равно v . В длинноволновом режиме уравнение (19) дает

$$\Phi = -\Psi = \frac{1}{2M_{\text{Pl}}^2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda} t^3 k^2} v. \quad (23)$$

Таким образом, мы находим из (10), что главная часть φ действительно дается выражением (22). В качестве независимой проверки можно непосредственно увидеть,

что возмущения метрики (приведенные в соотношениях (20) и (23) для коротковолнового и длинноволнового пределов соответственно) приводят к вкладам в уравнение для φ , которые подавлены (по крайней мере, имеют порядок $(\lambda M_{\text{Pl}}^2 t^2)^{-1}$). Следовательно, гравитация не меняет φ в калибровке Ньютона.

Далее, в калибровке Ньютона всегда выполняется условие $\Phi \ll \varphi/\phi_c$. Действительно, как следует из (20), в коротковолновом режиме гравитационный потенциал дважды подавлен,

$$\frac{\Phi}{\varphi/\phi_c} = \frac{\Phi\phi_c}{v} \sim \frac{1}{\lambda M_{\text{Pl}}^2 t^2} \frac{1}{kt},$$

в то время как из (22) и (23) вытекает, что в длинноволновом пределе

$$\frac{\Phi}{\varphi/\phi_c} \sim \frac{1}{\lambda M_{\text{Pl}}^2 t^2}.$$

Следовательно, гравитационные потенциалы подавлены по сравнению с φ в действии (21). Это показывает, что вычисления в спектаторном приближении приводят к правильным результатам в динамической модели с точностью до поправок, подавленных как $(\lambda M_{\text{Pl}}^2 t^2)^{-1}$.

4.2. Статистическая анизотропия в калибровке $\varphi = 0$. Статистическая анизотропия в спектре мощности θ и, следовательно, в конечном итоге в адиабатических возмущениях, возникает благодаря взаимодействию поля θ с теми модами поля φ и метрики, которые по сей день являются загоризонтными. Анализ этого эффекта был проведен в работе [7] в рамках спектаторного приближения. Здесь мы повторим этот анализ в калибровке $\varphi = 0$, чтобы увидеть, что действительно воспроизводятся результаты, полученные в рамках спектаторного приближения, а также с целью углубления понимания сокращения инфракрасных эффектов.

Далее будет ясно, что пока $\phi_c \ll M_{\text{Pl}}$, наш анализ применим как в спектаторном подходе [1], так и в динамической модели Хинтербихлера–Хури. Но на данный момент мы остановимся на динамическом сценарии.

Мы интересуемся распространением поля θ в возмущенном внешнем поле в случае, когда длины волн поля θ много меньше, чем длины волн возмущений φ и возмущений метрики. Действительно, имеющие отношение к делу адиабатические возмущения и, следовательно, моды поля θ сегодня являются подгоризонтными, тогда как возмущения φ и возмущения метрики, ответственные за статистическую анизотропию, все еще загоризонтные. Поэтому мы будем рассматривать возмущения φ и возмущения метрики в длинноволновом режиме. В калибровке $\varphi = 0$ находим из (10), что

$$\Psi = -\frac{1}{3\sqrt{2}\sqrt{\lambda}tM_{\text{Pl}}^2}v,$$

тогда как условия связи (12) и (13) приводят к уравнениям

$$\Phi = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}}tv, \quad \Delta U = -\frac{3}{\sqrt{2}}\sqrt{\lambda}v, \quad (24)$$

где мы использовали факт, что члены в (12), содержащие Ψ , малы по сравнению с последним членом. Второе из уравнений (24) можно понять следующим образом.

В калибровке Ньютона (как и в спектаторном подходе) длинноволновое возмущение поля ϕ вида (22) можно рассматривать как неоднородный сдвиг времени фонового поля (2) (ср. с работами [1], [2]):

$$\delta t(\mathbf{x}) = -\frac{3\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}} \frac{1}{\Delta} v(\mathbf{x}).$$

Калибровочное преобразование к калибровке $\varphi = 0$ соответствует изменению временной координаты $t \rightarrow t + \delta t$. Это приводит к соотношению

$$U(\mathbf{x}) = \delta t(\mathbf{x}), \quad (25)$$

которое в точности совпадает со вторым уравнением в (24). Отметим, что, так как v является свободным канонически нормированным безмассовым полем в эффективном пространстве-времени Минковского, спектры мощности и поля φ , и δt в калибровке Ньютона являются красными, но спектр мощности возмущения метрики $h_{0i} = \partial_i U$ плоский в калибровке $\varphi = 0$, а Φ и Ψ имеют голубой спектр мощности в этой калибровке. Это объясняет, почему инфракрасное степенное усиление возмущения φ , обнаруженное в спектаторном подходе, в действительности не имеет отношения к делу. Отметим также, что из (25) следует, что такая форма U присуща и динамической, и спектаторной моделям. Таким образом, анализ, приведенный ниже, и результат (29) справедливы в обеих моделях.

Ненулевая $U(\mathbf{x})$ приводит к анизотропному последнему члену в действии (21). Мы будем удерживать по крайней мере две производные от U и изучим анизотропию, пропорциональную $\partial_i \partial_j U$: так как мы интересуемся очень большими длинами волн возмущенного фона, высшие производные подавлены. Для канонически нормированного поля $\chi = \phi_c \theta$ мы, опуская изотропные члены, получаем

$$S_\theta^{(1)} = \int d^4x \, 2\partial_i U \, \dot{\chi} \, \partial_i \chi.$$

Таким образом, уравнение движения поля имеет вид (снова по модулю изотропных поправок)

$$\ddot{\chi} - \Delta \chi - \frac{2}{t^2} \chi + 2\partial_i U \, \partial_i \dot{\chi} = 0. \quad (26)$$

Решение будем искать в следующей форме:

$$\chi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - ikt - ikU(\mathbf{x})} \left(1 - \frac{i}{(k - k_i \partial_i U)t} \right) + e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - ikU(\mathbf{x})} F^{(2)}(k, t), \quad (27)$$

где $F^{(2)} \propto \partial_i \partial_j U$ и $F^{(2)} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$. Отметим, что в асимптотическом прошлом это решение представляет собой плоскую волну, $\chi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - ikt}$, с точностью до сдвига времени (25). Подставляя (27) в уравнение (26), получаем уравнение для $F^{(2)}$:

$$\ddot{F}^{(2)} + k^2 F^{(2)} - \frac{2}{t^2} F^{(2)} = 2k_i k_j \partial_i \partial_j U e^{-ikt} \frac{1}{k^2 t}.$$

С точностью до переобозначений это уравнение совпадает с анизотропной частью уравнения (4.5) из работы [7]. При $t \rightarrow 0$ мнимая часть решения имеет вид

$$\text{Im } F^{(2)} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{k^2 t} \frac{k_i k_j}{k^2} \partial_i \partial_j U.$$

Следовательно, в длинноволновом режиме мода поля $\theta = \chi/\phi_c$ записывается как

$$\theta = -\frac{i}{q} e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} \left(1 - \frac{\pi}{2k} \frac{k_i k_j}{k^2} \partial_i \partial_j U \right), \quad (28)$$

где $q_i = k_i - \partial_i U$, и мы опустили не имеющие отношения к делу изотропные поправки, а также действительную часть функции $F^{(2)}$. Последняя не дает вклада в линейном порядке по U (и, следовательно, по $\sqrt{\lambda}$) в статистическую анизотропию, которая возникает в результате интерференции двух членов в скобках в (28). Таким образом, спектр мощности поля θ и, следовательно, адиабатических возмущений ζ , содержит анизотропную часть,

$$\mathcal{P}_\zeta = \mathcal{P}_\zeta^{(0)} \left(1 - \frac{\pi}{k} \frac{k_i k_j}{k^2} \partial_i \partial_j U \right), \quad (29)$$

где $\mathcal{P}_\zeta^{(0)}$ – изотропный плоский спектр мощности. Это и есть результат работы [7]. Мы рассматриваем моды U , которые все еще являются загоризонтными, поэтому тензор $\partial_i \partial_j U$ постоянный в пределах видимой вселенной. Таким образом, принимая во внимание только моды U с импульсами, меньшими H_0 , мы получаем из (24) оценку для величины тензора: $\partial_i \partial_j U \sim \sqrt{\lambda} H_0$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы сделали два простых наблюдения. Во-первых, мы показали, что смешивание скалярного поля (полей) с метрикой в динамических (псевдо)конформных моделях не приводит к новым УФ-масштабам сильной связи. Хотя мы рассмотрели только модель Хинтербихлера–Хури, этот вывод является общим. Например, возмущения метрики отщепляются в модели генезиса [2] в калибровке Ньютона в пределе $M_{\text{Pl}} \rightarrow \infty$. Феноменологическим следствием нашего первого наблюдения является то, что нет нужды налагать жесткие ограничения на параметры динамической модели для обеспечения самосогласованности; константа самодействия λ в модели Хинтербихлера–Хури (и ее аналог Λ^3/f^3 в модели генезиса [10]) не обязана быть слишком малой. Эта константа определяет такие нелинейные эффекты, как статистическая анизотропия и негауссовость, отсюда мы заключаем, что эти эффекты могут быть наблюдаемыми.

Во-вторых, спектаторный подход дает правильные результаты в динамической модели при условии, что пространство-время достаточно плоское (что, по всей видимости, является необходимым условием получения плоского спектра в динамических конформных моделях). Это происходит из-за того, что данные результаты имеют отношение к полю θ и его взаимодействиям с возмущениями поля ϕ и возмущениями метрики: возмущения кривизны генерируются непосредственно возмущениями скатывающегося поля ϕ , а их смешивания с метрикой – это совершенно другая история [2], [3], поскольку они все равно являются пренебрежимо малыми. Следствием нашего второго вывода являются потенциально наблюдаемые эффекты, которые обсуждались в работах [7]–[10]. Эти эффекты присущи целому классу и спектаторных, и динамических конформных моделей.

Благодарности. Авторы благодарны С. Миронову и С. Рамазанову за плодотворные обсуждения. Мы благодарны К. Хинтербихлеру и Дж. Хури за переписку,

побудившую нас написать эту статью. Наша работа была частично поддержана Программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-5590.2012.2) и РФФИ (грант № 12-02-00653). Работа М. Либанова была также частично поддержана фондом “Династия” и РФФИ (грант № 11-02-92108). Работа В. Рубакова частично поддержана программой SCOPEs.

Список литературы

- [1] V. A. Rubakov, *JCAP*, **09** (2009), 030, 15 pp., arXiv:0906.3693.
- [2] P. Creminelli, A. Nicolis, E. Trincherini, *JCAP*, **11** (2010), 021, 27 pp., arXiv:1007.0027.
- [3] K. Hinterbichler, J. Khoury, *JCAP*, **04** (2012), 023, 38 pp., arXiv:1106.1428.
- [4] I. Antoniadis, P. O. Mazur, E. Mottola, *Phys. Rev. Lett.*, **79**:1 (1997), 14–17, arXiv:astro-ph/9611208.
- [5] A. D. Linde, V. F. Mukhanov, *Phys. Rev. D*, **56**:2 (1997), 535–539, arXiv:astro-ph/9610219; K. Enqvist, M. S. Sloth, *Nucl. Phys. B*, **626**:1–2 (2002), 395–409, arXiv:hep-ph/0109214; D. H. Lyth, D. Wands, *Phys. Lett. B*, **524**:1–2 (2002), 5–14, arXiv:hep-ph/0110002; T. Moroi, T. Takahashi, *Phys. Lett. B*, **522**:3–4 (2001), 215–221; Erratum, **539**:3–4 (2002), 303.
- [6] G. Dvali, A. Gruzinov, M. Zaldarriaga, *Phys. Rev. D*, **69**:2 (2004), 023505, 6 pp., arXiv:astro-ph/0303591; **69**:8 (2004), 083505, 5 pp., arXiv:astro-ph/0305548; L. Kofman, *Probing string theory with modulated cosmological fluctuations*, arXiv:astro-ph/0303614.
- [7] M. Libanov, V. Rubakov, *JCAP*, **11** (2010), 045, 20 pp., arXiv:1007.4949.
- [8] M. Libanov, S. Mironov, V. Rubakov, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **190** (2011), 120–134, arXiv:1012.5737.
- [9] M. Libanov, S. Ramazanov, V. Rubakov, *JCAP*, **06** (2011), 010, 32 pp., arXiv:1102.1390.
- [10] M. Libanov, S. Mironov, V. Rubakov, *Phys. Rev. D*, **84**:8 (2011), 083502, 15 pp., arXiv:1105.6230.
- [11] J. Khoury, B. A. Ovrut, P. J. Steinhardt, N. Turok, *Phys. Rev. D*, **64** (2001), 123522, 24 pp., arXiv:hep-th/0103239; J. Khoury, B. A. Ovrut, N. Seiberg, P. J. Steinhardt, N. Turok, *Phys. Rev. D*, **65**:8 (2002), 086007, 8 pp., arXiv:hep-th/0108187.
- [12] A. Nicolis, R. Rattazzi, E. Trincherini, *Phys. Rev. D*, **79**:6 (2009), 064036, 21 pp., arXiv:0811.2197.
- [13] L. P. Levasseur, R. Brandenberger, A. C. Davis, *Phys. Rev. D*, **84**:10 (2011), 103512, 15 pp., arXiv:1105.5649.
- [14] X. Gao, *JCAP*, **10** (2011), 021, 33 pp., arXiv:1106.0292.

Поступила в редакцию 24.02.2012