Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Р. Садыков, Скручиваемость траектории спиновой частицы в поглощающей среде, *ТМФ*, 2004, том 139, номер 3, 491–498

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf71>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.82.47.9

26 апреля 2023 г., 11:29:26

СКРУЧИВАЕМОСТЬ ТРАЕКТОРИИ СПИНОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

В приближении геометрической оптики предсказан эффект дополнительного кручения траекторий спиновой частицы в поглощающей среде. Эффект определяется поляризацией (спиральностью) и кривизной траектории частицы. В рамках полученных результатов оценена величина отклонения от закона зеркального отражения ультрахолодных нейтронов.

Ключевые слова: поляризация, оптический эффект Магнуса, спиральность, нейтроновод, электростатические линзы.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в оптике предсказаны и экспериментально подтверждены несколько интересных эффектов, определяемых циркулярной поляризацией (спиральностью фотона). Для аналитического описания поляризационных эффектов в оптике фотонов можно использовать два подхода. В первом, волновом подходе эволюция фотона рассматривается в многомодовом световоде. Амплитуды и постоянные распространения мод определяются из спектральной задачи. В этом случае роль оператора возмущения выполняет поляризационное слагаемое ([1], с. 241). Применительно к неоднородной локально-изотропной среде полученные результаты позволяют записать эйконал, из которого следует уравнение траектории фотона. Упомянутый подход позволил описать такие эффекты, как оптический эффект Магнуса для фотонов [2], [3] (экспериментально эффект подтвержден в многомодовом световоде [4]), обратный оптический эффект Магнуса [5] (экспериментально подтвержден в [6]), вращение спекл-картины в поглощающем многомодовом световоде [7]. Во втором подходе для описания перечисленных выше эффектов можно непосредственно воспользоваться уравнением траектории луча с учетом спиральности фотона (второй подход позволяет также описать оптический эффект Магнуса [8], [9] и обратный оптический эффект Магнуса [10] в приближении геометрической оптики). Само уравнение получается из укороченных векторных волновых уравнений для амплитуд электрического и магнитного полей [8]–[10].

*Российский федеральный ядерный центр, Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е. И. Забабахина, Снежинск, Челябинская обл., Россия. E-mail: n.r.sadykov@vniitf.ru

В работе [11] оптический эффект Магнуса обобщается на спиновую частицу $s_0 = 1/2$ с ненулевой массой, при этом в основе лежит волновой подход, использованный в работах [3]. Волновой подход для фотона, в отличие от альтернативного, не позволяет рассмотреть случай поглощающей среды. Например, в случае фотона полученное в работе [8] уравнение траектории позволяет описать как оптический эффект Магнуса, так и скручиваемость траектории фотона в поглощающей среде. В настоящей работе в эйковом приближении получено уравнение, описывающее скручиваемость траектории спиновой частицы $s_0 = 1/2$ в поглощающей среде.

2. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ СПИНОВОЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим случай, когда полная энергия электрона мало отличается от энергии покоя, а потенциальная и кинетическая энергии являются соизмеримыми величинами. Пусть для рассматриваемой системы выполняется условие квазиклассичности: импульс частицы мало меняется на расстояниях порядка длины волны де Бройля λ . В квазиклассическом приближении волновую функцию представим в виде

$$\Psi = ue^{iS/\hbar}, \quad (1)$$

где u – медленно меняющийся биспинор, S – скаляр. В отсутствие магнитного поля в нулевом приближении S удовлетворяет релятивистскому уравнению Гамильтона–Якоби для действия

$$(\nabla S)^2 + m^2 c^2 - \frac{(\varepsilon - U)^2}{c^2} = 0. \quad (2)$$

В первом приближении по $\hbar$ для S и u получается уравнение

$$2(\nabla S) \cdot (\nabla u) + (\Delta S)u + \frac{1}{c}(\nabla U)\hat{\alpha}u = 0, \quad (3)$$

где Δ – лапласиан, m – масса частицы, $\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3)$ – динамическая переменная в стандартном представлении

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \begin{pmatrix} 0 & \hat{\sigma} \\ \hat{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_j + \hat{\alpha}_j \hat{\alpha}_i = 2\delta_{ij}, \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_j - \hat{\alpha}_j \hat{\alpha}_i &= 2ie_{ijk}\Sigma_k, \quad \Sigma_k = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_k & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_k \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\hat{\sigma}$ – матрицы Паули, e_{ijk} – кососимметричный тензор, $i, j, k = 1, 2, 3$. Здесь и ниже производится суммирование по дважды встречающимся индексам.

В случае одномерного движения в трехмерном пространстве из (2) получим

$$k = \frac{P}{\hbar} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial s} = \frac{1}{\hbar} \left[\frac{(\varepsilon - U)^2}{c^2} - m^2 c^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где P – импульс частицы, s – натуральный параметр (координата), отсчитываемый вдоль траектории частицы.

С учетом (5) уравнение (3) запишется в виде

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln k}{\partial s} u + \frac{1}{2k\hbar c} \hat{\alpha}(\nabla U)u = 0. \quad (6)$$

Для плотности потока $\mathbf{W} = c\Psi^* \hat{\alpha} \Psi$ (см. [12], с. 150, либо [13], с. 21) из (6) следует уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial s} + \frac{\partial \ln k}{\partial s} \mathbf{W} + \frac{1}{2k\hbar} (\nabla_m U) \Psi^* (\hat{\alpha} \hat{\alpha}_m + \hat{\alpha}_m \hat{\alpha}) \Psi = 0. \quad (7)$$

В соответствии с (4) последнее слагаемое в (7) будет равно

$$\frac{1}{k\hbar} (\nabla U) \Psi^* \Psi. \quad (8)$$

Выразим ∇U через k^2 из (5) и подставим в (7). В результате получим

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial s} + \frac{\partial \ln k}{\partial s} \mathbf{W} - \frac{\hbar k}{m} \nabla \ln k (\Psi^* \Psi) = 0, \quad (9)$$

где было учтено, что $U/\varepsilon \ll 1$.

Выразим величину $\Psi^* \Psi$ в (9) через плотность потока $\mathbf{W}$. Для этого воспользуемся уравнением Дирака. С учетом (1) и (5) получим

$$(\varepsilon - U - mc^2 \hat{\beta}) \Psi = -i\hbar c \hat{\alpha} \nabla \Psi = \hbar c k (\mathbf{l} \hat{\alpha} \Psi), \quad (10)$$

где $\mathbf{l} = \partial \mathbf{r} / \partial s$ – касательный к траектории единичный вектор, $|\mathbf{l}| = 1$. Умножим левую и правую части (10) на оператор $(\varepsilon - U + mc^2 \hat{\beta})$. Тогда (10) преобразуется к виду

$$\Psi = \frac{mc}{\hbar k} (1 + \hat{\beta}) (\mathbf{l} \hat{\alpha} \Psi), \quad (11)$$

где в правой части отброшено слагаемое $\sim U/\varepsilon$.

Подставляя (11) в (9), получим

$$\frac{\hbar k}{m} \nabla \ln k \Psi^* \Psi = \nabla \ln k [\mathbf{l} \mathbf{W} + \mathbf{l} \Psi^* \hat{\beta} \hat{\alpha} \Psi]. \quad (12)$$

Здесь последнее слагаемое в квадратных скобках в отсутствие диссипативных процессов равно нулю. Действительно, в этом случае имеют место равенства

$$\Psi^* \hat{\beta} \hat{\alpha} \Psi = \varphi^* \hat{\sigma} \chi - \chi \hat{\sigma} \varphi = (\chi^* \hat{\sigma} \varphi) - \chi^* \hat{\sigma} \varphi = 0. \quad (13)$$

Из (9), (12) и (13) получим уравнение для траектории частицы в потенциальном поле

$$\frac{d\mathbf{l}}{ds} = \mathbf{l} \times \nabla \ln k \times \mathbf{l}, \quad \mathbf{W} = W\mathbf{l}, \quad (14)$$

где символ “ $\times$ ” означает векторное произведение.

При выводе (14) мы не учитывали диссипативные процессы. Покажем, что учет этих процессов в эйкональном приближении приводит к дополнительному скручиванию траектории частицы, причем знак дополнительного скручивания определяется поляризацией частицы.

Предположим, что частица движется в слабо диссипативной среде. По аналогии с оптикой [14], [15] волновое число k будет содержать мнимую часть, $k = k_1 + ik_2$, $k_2 \ll k_1$, за счет наличия мнимой части у потенциала $U = U_1 + iU_2$, $U_2 < 0$, $|U_2| \ll |U_1|$. Наличие мнимой части у потенциала приводит к тому, что в уравнении (7) можно учесть антисимметричную часть векторного оператора $\hat{\alpha}\hat{\alpha}_m$, $m = 1, 2, 3$. Предполагая, что $\Psi = \tilde{\Psi}e^{-k_2 s}$, из (6) получим, что в левой части (7) при $k_2 = \text{const}$ появится дополнительное слагаемое (в третьем слагаемом в (6) k нужно заменить на k_1)

$$-\frac{ik_2}{k_1^2 \hbar c} \tilde{\Psi}^* (\hat{\alpha}\hat{\alpha}_m - \hat{\alpha}_m \hat{\alpha}) (\nabla_m U) \tilde{\Psi}. \quad (15)$$

Преобразовав в (15) выражение в первых круглых скобках в соответствии с (4), с учетом (11), (13) и равенства

$$\tilde{\Psi}^* \hat{\Sigma} \tilde{\Psi} = \mathbf{n}_0 \tilde{\Psi}^* \tilde{\Psi},$$

получим

$$-\frac{ik_2}{k_1^2 \hbar} \tilde{\Psi}^* (\hat{\alpha}\hat{\alpha}_m - \hat{\alpha}_m \hat{\alpha}) (\nabla_m U) \tilde{\Psi} = \frac{k_2}{k_1^2 \hbar} \nabla U \times \mathbf{n}_0 (\tilde{\Psi}^* \tilde{\Psi}) = -\frac{k_2}{k_1} \nabla \ln k_1 \times \mathbf{n}_0 (\mathbf{l} \mathbf{W}), \quad (16)$$

где $\mathbf{n}_0$ – вектор поляризации спиновой частицы, $|\mathbf{n}_0| = 1$. Учитывая, что (16) является поправкой к левой части (7), и проделав далее те же выкладки, что и при выводе (14), окончательно получим уравнение траектории спиновой частицы в статическом электрическом поле в диссипативной среде

$$\frac{d\mathbf{l}}{ds} = \mathbf{l} \times \nabla \ln k_1 \times \mathbf{l} - \frac{k_2}{k_1} \nabla \ln k_1 \times \mathbf{n}_0. \quad (17)$$

3. СВЯЗЬ РАССМАТРИВАЕМОГО ЭФФЕКТА С ЗАКОНОМ СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Определим физический смысл формулы (17). В работе [11] было показано, что полный момент $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \hbar \mathbf{n}_0/2$ и импульс $\mathbf{P}$ спиновой частицы в отсутствие диссипации имеют вид

$$\mathbf{J} = \hbar k_1 \mathbf{R} \times \mathbf{l}, \quad \mathbf{P} = \hbar k_1 \mathbf{l} + \hbar \boldsymbol{\eta}, \quad (18)$$

где $\mathbf{R} = \boldsymbol{\tau}/\tau^2$, $\boldsymbol{\tau} = -\nabla_{\perp} \ln k_1$ – кривизна траектории спиновой частицы, $\nabla_{\perp} \ln k_1 = \mathbf{l} \times \nabla \ln k_1 \times \mathbf{l}$, $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}_0/2$. Формула (18) является следствием уравнения, описывающего оптический эффект Магнуса для спиновых частиц:

$$\frac{d\mathbf{l}}{ds} = \mathbf{l} \times \nabla \ln k_1 \times \mathbf{l} - \frac{1}{k_1} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial s} \right)_{\perp}, \quad (19)$$

где $(\partial \boldsymbol{\eta}/\partial s)_{\perp}$ – перпендикулярная к $\mathbf{l}$ компонента вектора $\partial \boldsymbol{\eta}/\partial s$.

Из уравнений (17) и (19) следует

$$\frac{\partial}{\partial s} (\hbar k_1 \mathbf{l} + \hbar \boldsymbol{\eta}) = \hbar \nabla k_1 - \hbar k_2 \nabla \ln k_1 \times \mathbf{n}_0 + \frac{1}{k_1} \mathbf{l} \left(\mathbf{l} \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial s} \right). \quad (20)$$

Предположим, что в небольшом интервале $\Delta s \ll R$ частица движется по окружности радиуса $\mathbf{R} = \text{const}$ с $\mathbf{n}_0 = \sigma \mathbf{l}$, $\sigma = \pm 1$ – спиральность спиновой частицы. Предположение $\mathbf{n}_0 \parallel \mathbf{l}$ реализуется в случае ультрарелятивистских частиц (в этом случае при выводе (17) нужно воспользоваться спинорным представлением) или для безмассовых спиновых частиц (нейтрино). В этом случае из (20) с учетом (18) получим

$$\left(\frac{d\mathbf{J}}{ds} \right)_{\parallel} = k_2 \hbar \sigma = 2k_2 \hbar \mathbf{l} s_0, \quad (21)$$

где $(d\mathbf{J}/ds)_{\parallel}$ означает продольную компоненту вектора $d\mathbf{J}/ds$,

$$\left(\frac{d\mathbf{J}}{ds} \right)_{\parallel} = \mathbf{l} \frac{d\mathbf{J}}{ds}.$$

Видно, что (21) представляет собой закон сохранения для бинормальной компоненты $\mathbf{J}$. Действительно, в нашем случае при движении частицы в диссипативной среде величина продольной компоненты спина s_0 , где $s_0 = \hbar \mathbf{n}_0 / 2$, уменьшается на длине δs на величину $\delta s_0 = -2k_2 s_0 \delta s$, где имеет место зависимость $\Psi \sim e^{-k_2 \delta s}$. Поскольку частица является замкнутой системой, то изменение продольной компоненты спина может быть скомпенсировано за счет поворота бинормальной компоненты полного момента $\mathbf{J}$ в противоположную сторону по отношению к вектору δs_0 , что и отражено в формуле (21).

4. ВЛИЯНИЕ РАССМАТРИВАЕМОГО ЭФФЕКТА НА ДВИЖЕНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ

Покажем, что рассматриваемый в работе эффект по аналогии с оптическим эффектом Магнуса для спиновых частиц [11] будет проявляться в области энергий ультрахолодных нейтронов ($E = \varepsilon - mc^2 \sim 10^{-7} - 10^{-4}$ эВ). При движении ультрахолодных нейтронов в веществе по аналогии с оптикой фотонов можно ввести показатель преломления

$$n^2 = \varepsilon, \quad \varepsilon = 1 - \frac{U_0}{E}, \quad \varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2,$$

где $n = n_1 + in_2$, $n = \lambda k / (2\pi)$,

$$U_0 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{Nb}{\pi} (2\pi)^2 \quad (22)$$

– оптический потенциал, m – масса нейтрона, N – число ядер в единице объема вещества, $b = b_1 + ib_2$, b_1 и b_2 – вещественные числа.

В первую очередь, следует отметить, что в соответствии с (17) величина поперечного отклонения в поглощающей среде пропорциональна кривизне траектории $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{R}/R^2$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{l} \times \nabla \ln k_1 \times \mathbf{l}$, $\mathbf{R}$ – радиус кривизны. Коэффициент пропорциональности равен k_2/k_1 . В соответствии с (4) и (22) получим, что $k_2/k_1 = b_2 \text{Re } U_0 / (2b_1 E)$. При $E \sim \text{Re } U_0$ получим $k_2/k_1 \sim b_2/b_1$. Для большинства веществ, используемых для каналирования ультрахолодных нейтронов, имеет место $b_2/b_1 \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ (см. [14]). Таким образом, для медленных нейтронов в нейтроноводе величина поперечного отклонения за счет диссипативных процессов будет на три-четыре порядка меньше, чем за счет искривления траектории (первое слагаемое в правой части (17)), т.е. изменение величины

угла за счет поперечного отклонения на три-четыре порядка меньше, чем изменение угла за счет зеркального отражения.

Теперь определим отношение величины поперечного отклонения за счет оптического эффекта Магнуса к величине отклонения за счет зеркального отражения. Аппроксимируем функциональную зависимость потенциальной энергии вблизи стенки нейтроновда при $x > 0$ параболой

$$U(x) = \frac{\Delta U x^2}{H^2}, \quad (23)$$

где x — перпендикулярная по отношению к стенке нейтроновда координата, $H = \text{const}$ (имеет размерность длины), $\Delta U = \text{const}$ (имеет размерность энергии).

При $\mathbf{n}_0 = \sigma \mathbf{l}$, $\sigma = \pm 1$ из (23) с учетом (19) получим уравнение траектории частицы

$$\frac{d^2 x}{ds^2} = -\frac{\Delta U}{E} \frac{x}{H^2}, \quad \frac{d^2 y}{ds^2} = -\frac{\sigma \Delta U}{2k_1 H^2 E} \frac{dx}{ds}, \quad (24)$$

где $E \gg \Delta U$, y — перпендикулярная к оси Ox и параллельная к плоскости падения нейтрона координата.

Из (24) следует, что x как функция от s меняется по гармоническому закону с полупериодом $\Delta s = \pi H [E/\Delta U]^{1/2}$. Величина поперечного отклонения нейтрона за счет оптического эффекта Магнуса и величина отклонения за счет зеркального отражения при $H \sim \lambda$ и $\Delta s = 10\lambda$ (условие $E \gg \Delta U$ равносильно $\Delta s \gg \lambda$) в соответствии с (24) будут соизмеримы:

$$\frac{\max |y''_{ss}|}{\max |x''_{ss}|} \approx \frac{[\Delta U/E]^{1/2}}{2k_1 H} \approx 2.5 \cdot 10^{-2},$$

где y''_{ss} и x''_{ss} означают соответственно вторые производные y и x по s .

Таким образом, вклад рассмотренного в работе эффекта в поперечное отклонение нейтрона в нейтроновде меньше, чем за счет оптического эффекта Магнуса, на один-два порядка.

Следует подчеркнуть, что величина оптического эффекта Магнуса зависит как от величины изменения кривизны траектории, так и от величины изменения направления поляризации частицы. При движении по искривленной траектории или движении в электромагнитном поле $d\mathbf{n}/ds \neq 0$. При этом имеет место прецессия Томаса [16], суть которой сводится к тому, что при движении по криволинейной траектории в мгновенно сопутствующей инерциальной системе гироскоп прецессирует с угловой скоростью

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{j-1}{v^2} \mathbf{v} \times \mathbf{a}, \quad (25)$$

где $j = [1 - v^2/c^2]^{1/2}$, $\mathbf{v}$ и $\mathbf{a}$ — соответственно скорость и ускорение гироскопа. При движении по искривленной траектории и нерелятивистских скоростях из (25) получим

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial s} = \frac{1}{2c^2} \mathbf{n} \times \mathbf{a} \times \mathbf{l}. \quad (26)$$

Эта величина при $\mu = 0$ (μ — аномальный магнитный момент) совпадает с величиной прецессии $\mathbf{n}$ в электрическом поле $\mathbf{E}$ ([12], с. 182)

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial s} = \frac{\mu + \mu'}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{E} \times \mathbf{l}, \quad (27)$$

где $\mu = e\hbar/(2mc)$ – магнитный момент. Действительно, имеет место $\mathbf{a} = e\mathbf{E}/m$. При $\mu' = 0$ из (27) следует (26). Таким образом, влияние прецессии Томаса на величину скручиваемости траектории частицы в оптическом эффекте Магнуса [10] того же порядка, что и влияние прецессии спина в электрическом поле.

Оценим величину поперечного отклонения частицы в оптическом эффекте Магнуса за счет прецессии Томаса. Из (24) следует, что максимальное значение кривизны траектории $\tau_{\max}$ при $\Delta s = 10\lambda$ равно $\tau_{\max} \sim \Delta U x_0 / (EH^2)$, где x_0 – амплитуда на полупериоде движения частицы по гармоническому закону. Считая $x_0 \sim H \sim \lambda$, при $\Delta s = 10\lambda$ получим $\tau_{\max} \sim 1/(10\lambda)$, где учтено, что $\Delta s = \pi H[E/\Delta U]^{1/2}$. Соответственно угол поворота $\Delta\alpha$ на полупериоде Δs при $\mathbf{n} = \mathbf{l}$, $E = 10^{-7}$ эВ в соответствии с (26) будет равен $\Delta\alpha \approx a\Delta s/(2c^2) \approx \tau_{\max} v_1^2 \Delta s/(2c^2) \sim 10^{-16}$, где v_1 – скорость ультрахолодных нейтронов. Таким образом, в оптическом эффекте Магнуса при зеркальном отражении нейтронов можно считать, что поляризация частицы не меняется.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотренный в работе эффект, так же как и оптический эффект Магнуса для спиновой частицы с ненулевой массой [11], является следствием закона сохранения полного момента $\mathbf{J}$. Эффект проявляется только при наличии диссипативных процессов, т.е. при изменении полной энергии. При этом кинетическая энергия (импульс) частицы может меняться. На языке статистической физики это означает, что рассмотренный эффект будет иметь место только при изменении фазового объема, т.е. при наличии рассеяния.

Рассмотренный эффект, как и оптический эффект Магнуса, должен проявляться в кулоновском механизме возбуждения ядра [17], поскольку энергия налетающего протона при кулоновском возбуждении ядра уменьшается. В этом случае также должен наблюдаться эффект отклонения характера движения от плоскостного [11].

Рассмотренный в работе эффект и оптический эффект Магнуса для спиновых частиц соизмеримы по величине при выполнении условия $k_2\tau \sim \partial\tau/\partial s$. Отношение величины поперечного отклонения медленных нейтронов при отражении от вещества к величине зеркального отражения (величине искривления траектории) составляет $\sim b_2/b_1 \sim 10^{-4}-10^{-3}$, где b_2 и b_1 определены после формулы (22), а отношение величины поперечного отклонения за счет оптического эффекта Магнуса к величине искривления траектории порядка s_0/l_0 , где s_0 – спин частицы, l_0 – определяемый радиусом кривизны $R = 1/\tau$ орбитальный момент частицы.

В заключение следует отметить, что оптический эффект Магнуса для спиновой частицы [11] может проявляться при движении электронов в электростатических линзах [18] (в электростатических линзах механизм рассеяния электронов практически отсутствует, поэтому рассмотренный в работе эффект неприменим к таким линзам). Действительно, в линзах с электростатическими полями, обладающими симметрией относительно оси z , потенциал U может быть аппроксимирован функцией ([18], с. 112)

$$U = -e\left(\Phi(z) - \frac{1}{4}r^2\Phi''(z)\right), \quad (28)$$

где $e_0 > 0$ – заряд электрона, $\Phi''(z) = \partial^2\Phi/\partial z^2$. Считая в линзах $E = 0$, $|r^2\Phi''(z)| \ll |\Phi|$, $\mathbf{n}||\mathbf{e}_z$, с учетом (19) и (28) несложно получить выражение для угловой скорости

$\partial\varphi/\partial z$ вращения электрона вокруг оси Oz

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{l_0}{\hbar k_1 r^2} \pm \frac{e\Phi''(z)m}{8\hbar^2 k^3}, \quad (29)$$

где l_0 – постоянная величина, пропорциональная проекции орбитального момента на ось Oz в точке $z = 0$, знак перед вторым слагаемым в правой части определяется направлением поляризации частицы. Из (29) видно, что первоначально параксиальные лучи ($z = 0$) в результате оптического эффекта Магнуса будут иметь ненулевую угловую скорость. Любопытно отметить, что при наличии продольного магнитного поля $H_0(z)$ имеет место равенство ([18], с. 122)

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{e}{2mc} \left(H_0(z) + \frac{a}{r^2} \right), \quad (30)$$

где $a = \text{const}$. Из (29) и (30) следует, что за счет оптического эффекта Магнуса движение заряженной частицы в осесимметричном поле происходит аналогично движению заряженной частицы в продольном магнитном поле $H_0(z)$.

Результаты математического моделирования для фотонов показывают [19], что оптический эффект Магнуса должен влиять также на радиус $r(z)$ электрона в электростатической линзе, но детальное исследование этого процесса выходит за рамки данной работы.

Список литературы

- [1] А. Снайдер, Дж. Лав. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987.
- [2] Б. Я. Зельдович, В. С. Либман. Квантовая электроника. 1990. Т. 17. С. 493.
- [3] Н. Р. Садыков. Квантовая электроника. 1992. Т. 19. С. 1021; 1993. Т. 20. С. 1140; Опт. и спектр. 2000. Т. 89. № 2. С. 273.
- [4] А. В. Дугин, Б. Я. Зельдович, Н. Д. Кундикова, В. С. Либман. ЖЭТФ. 1991. Т. 100. С. 1474.
- [5] Н. Р. Садыков. Квантовая электроника. 1996. Т. 23. С. 277; Опт. и спектр. 2001. Т. 90. № 3. С. 446.
- [6] И. В. Катаевская, Н. Д. Кундикова. Квантовая электроника. 1996. Т. 23. С. 959.
- [7] Н. Р. Садыков. Докл. РАН. 2003. Т. 389. № 1. С. 38.
- [8] Н. Р. Садыков. Квантовая электроника. 1993. Т. 20. С. 1137.
- [9] Н. Р. Садыков. Опт. и спектр. 1995. Т. 78. № 2. С. 300.
- [10] Н. Р. Садыков. Изв. вузов. Физика. 1999. № 10. С. 58.
- [11] Н. Р. Садыков. ТМФ. 2003. Т. 135. № 2. С. 280.
- [12] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
- [13] А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
- [14] А. И. Франк. УФН. 1991. Т. 161. № 11. С. 96; И. М. Франк. УФН. 1991. Т. 161. № 11. С. 109.
- [15] В. К. Игнатович. УФН. 1996. Т. 166. № 3. С. 303.
- [16] L. H. Thomas. Nature. 1926. V. 117. P. 514.
- [17] И. Айзенберг, В. Грайнер. Механизмы возбуждения ядра. М.: Атомиздат, 1973.
- [18] В. М. Кельман, С. Я. Явор. Электростатические электронные линзы. М.: Наука, 1986.
- [19] Н. Р. Садыков. Опт. и спектр. 2003. Т. 94. № 4. С. 869.

Поступила в редакцию 9.IV.2003 г.,
после доработки 16.IX.2003 г.