Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Е. Палистрант, Влияние магнитной примеси на сверхпроводимость в системах со сравнимыми значениями энергии Ферми и энергии Дебая, *ТМФ*, 1999, том 119, номер 3, 455–474

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf752>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.187.58

26 апреля 2023 г., 17:53:24

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОЙ ПРИМЕСИ НА СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В СИСТЕМАХ СО СРАВНИМЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ЭНЕРГИИ ФЕРМИ И ЭНЕРГИИ ДЕБАЯ

Получена основная система уравнений теории сверхпроводимости для систем с хаотически распределенной парамагнитной примесью замещения, в которых нарушается теорема Мигдала (нельзя считать $\omega_D \ll E_F$). Учтены электрон-фононные и примесные диаграммы, а также дополнительные диаграммы, соответствующие пересечению электрон-фононных и электрон-примесных линий. В предельном случае слабой электрон-фононной связи получено уравнение для температуры сверхпроводящего перехода T_C , которое отличается от случая обычных сверхпроводников перенормировкой величины T_{C0} и параметра примесного рассеяния ρ . Эти величины существенно зависят от параметра Мигдала $m = \omega_D/E_F$ и передаваемого импульса q_c . Показано, что убывание величины T_C с ростом концентрации примеси замедляется по сравнению со случаем обычных сверхпроводников и степень этого замедления определяется величинами m и q_c . Вычислен также изотопический коэффициент α , поведение которого как функции концентрации примеси зависит от величин m и q_c .

1. ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью высокотемпературных керамик, соединений A_3C_{60} , а также органических сверхпроводников являются малые значения энергии Ферми E_F . Эти значения могут быть порядка $0.1 - 0.3$ эВ [1, 2]. При этом частота Дебая $\omega_D \approx 0.08 - 0.16$ эВ [3]. Таким образом, нарушается теорема Мигдала [4], поскольку нельзя считать пренебрежимо малым отношение ω_D/E_F , т.к. энергии электронов и фононов сравнимы. Это обстоятельство приводит к необходимости обобщить теорию сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера–Боголюбова с учетом дополнительных многочастичных эффектов. Такие исследования выполнены в работах [3, 5], где получено уравнение Элиашберга [6] с включением первого порядка по параметру неадиабатичности $\lambda\omega_D/E_F$, т.е. с учетом вершинных и пересекающихся диаграмм электрон-фононного

*Институт прикладной физики АН Республики Молдова, Кишинев, Республика Молдова

взаимодействия. Было показано, что происходят существенная перенормировка константы электрон-фоонного взаимодействия в уравнениях Элиашберга и увеличение температуры сверхпроводящего перехода при малых значениях импульса обрезания q_c электрон-фоонного взаимодействия. При $\lambda \approx 0.5 - 1$ с учетом эффектов неадиабатичности величина T_C достигает значений, соответствующих $\lambda \approx 3$ в уравнении Элиашберга с сильной электрон-фоонной связью. Область малых значений величины q_c определяется специфическими свойствами материалов и, в частности, наличием сильных корреляций электронов в системе.

Важной проблемой в современных исследованиях материалов высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) является изучение влияния примеси на сверхпроводящие свойства оксидных керамик.

В случае изотропной модели величина T_C и другие термодинамические величины не зависят от концентрации немагнитной примеси (теорема Андерсона [7]). Магнитная же примесь подавляет сверхпроводимость в соответствии с теорией Абрикосова и Горькова [8], которая основывается на теории сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера. Теория [8] применяется в настоящее время для описания влияния магнитной примеси на сверхпроводимость в ВТСП-материалах. Возникает вопрос о том, насколько это корректно и как изменяется примесная зависимость величины T_C , если учесть эффекты неадиабатичности, о которых шла речь выше. Решению этой проблемы посвящена данная работа. Мы рассматриваем совместное действие магнитной примеси и электрон-фоонного взаимодействия в системе. Наряду с пересекающимися диаграммами электрон-фоонного взаимодействия [3, 5] мы учитываем также примесные диаграммы и диаграммы с пересечением электрон-фоонных и примесных линий.

Работа построена следующим образом. Во втором разделе приведен гамильтониан системы и вводятся функции Грина (нормальные и аномальные). Основываясь на теории возмущений и выполнив усреднение по положениям хаотически распределенной примеси и ориентациям спинов, мы получаем систему уравнений для функций Грина и выражения для массовых операторов. В разделе 3 рассмотрен случай $T \approx T_C$, что позволяет ограничиться диаграммами, линейными по параметру порядка. Выполнено усреднение по поверхности Ферми и приведены основные уравнения сверхпроводимости с учетом перенормировки константы электрон-фоонного и примесного взаимодействий. В разделе 4 рассмотрен предел слабой связи, дана оценка вклада неадиабатического эффекта (дополнительных диаграмм) и получено уравнение для температуры сверхпроводящего перехода. Рассмотрен предел малых и больших концентраций примеси. Получены также выражения для критической концентрации примеси и изотопического эффекта. В заключении сформулированы результаты исследования.

2. ГАМИЛЬТониан и уравнения для функций Грина

Мы рассматриваем систему с парамагнитной примесью, описываемую гамильтонианом

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \quad (1)$$

где H_0 – гамильтониан свободных электронов и фононов, а

$$\begin{aligned} H_1 &= \sum_{\sigma} \int d\vec{x} \psi_{\sigma}^{\dagger}(\vec{x}) \psi_{\sigma}(\vec{x}) \varphi(\vec{x}), \\ H_2 &= \sum_{\alpha, \beta} \int d\vec{x} \psi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) V_{\alpha\beta}(\vec{x}) \psi_{\beta}(\vec{x}) \end{aligned} \quad (2)$$

– соответственно гамильтонианы электрон-фоонного и электрон-примесного взаимодействий (здесь $\psi_{\alpha}(\vec{x})$ – оператор уничтожения электрона спина α в положении $\vec{x}$, $\varphi(\vec{x})$ – фоонный оператор). Взаимодействие электрона с n -м парамагнитным примесным атомом с классическим спином $\vec{S}$ в точке $\vec{R}_n$ описывается потенциалом [8]

$$V_{\alpha\beta}(\vec{x}) = \sum_n V_{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{R}_n) = V_1(\vec{x})\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\vec{S}\vec{\sigma}_{\alpha\beta}V_2(\vec{x}). \quad (3)$$

Здесь $\vec{\sigma}$ – спин-матричный вектор, а V_1 и V_2 – потенциалы рассеяния электронов на примеси (немагнитной и магнитной, соответственно).

Введем температурные (мацубаровские) одноэлектронные функции Грина

$$\begin{aligned} G_{\beta\alpha}(xx') &= -\langle T\psi_{\beta}(x)\psi_{\alpha}^{\dagger}(x') \rangle, \\ \tilde{F}_{\alpha\alpha'}(xx') &= -\langle T\psi_{\alpha}^{\dagger}(x)\psi_{\alpha'}^{\dagger}(x') \rangle, \\ F_{\beta\beta'}(xx') &= -\langle T\psi_{\beta}(x)\psi_{\beta'}(x') \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

а также фоонную функцию Грина

$$D(xx') = -\langle T\varphi(x)\varphi(x') \rangle. \quad (5)$$

Здесь $x = (\vec{x}, \tau)$, а $\psi_{\alpha}(x) = e^{\tau H}\psi_{\alpha}(\vec{x})e^{-\tau H}$, $\psi_{\alpha}^{\dagger}(x) = e^{\tau H}\psi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x})e^{-\tau H}$ – гайзенберговские операторы частиц; $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по состоянию системы взаимодействующих частиц.

Исследуем совместное влияние электрон-фоонного и примесного взаимодействий на функции Грина (4). С этой целью перейдем к представлению взаимодействия и применим теорию возмущений [9]. Рассматривая члены $H_1 + H_2$ как возмущение, запишем ряд теории возмущений для функций (4). Выполним затем усреднение по положениям $\vec{R}_n$ хаотически распределенной магнитной примеси и ориентациям спинов $\vec{S}$, воспользовавшись соотношением

$$\begin{aligned} \overline{V_{\alpha_1\beta_1}(\vec{x}_1)V_{\alpha_2\beta_2}(\vec{x}_2)} &= \frac{c}{V} \sum_{\vec{q}} e^{-i\vec{q}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} \times \\ &\times \left[|V_1(\vec{q})|^2 + \frac{1}{12}S(S+1)|V_2(\vec{q})|^2 \sum_i \sigma_{\alpha_1\beta_1}^i \sigma_{\alpha_2\beta_2}^i \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим (6) в указанные выше ряды теории возмущений для функций Грина (4) и выполним суммирование по спиновым переменным. При этом используем для функций Грина в случае отсутствия спиновых взаимодействий (без примеси) соотношения

$$\begin{aligned} G_{\beta\alpha}(xx') &= G(xx')\delta_{\beta\alpha}, \\ \widetilde{F}_{\alpha\alpha'}(xx') &= -g_{\alpha\alpha'}\widetilde{F}(xx'), \\ F_{\alpha\alpha'}(xx') &= g_{\alpha\alpha'}F(xx'), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$g_{\alpha\alpha'} = \delta_{\alpha,-\alpha'}(\delta_{\alpha\uparrow} - \delta_{\alpha\downarrow}) = i(\tau_2)_{\alpha\alpha'}.$$

Таким образом, в результате довольно громоздких вычислений получаем систему уравнений для полных функций Грина $\overline{G}$, $\widetilde{\overline{F}}$ и $\overline{F}$, усредненных по положениям атомов примеси и ориентациям их спинов и учитывающих неадиабатический эффект и наличие парамагнитной примеси. Эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \overline{G}(x, x') &= G(x, x') + \iint dx_1 dx_2 \times \\ &\times [G(x, x_1)M_i(x_1, x_2)\overline{G}(x_2, x') - G(x, x_1)\Sigma(x_1, x_2)\widetilde{\overline{F}}(x_2, x') - \\ &- F(x, x_1)\widetilde{\Sigma}(x_1, x_2)\overline{G}(x_2, x') - F(x, x_1)M'_i(x_2, x_1)\widetilde{\overline{F}}(x_2, x')], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{\overline{F}}(x, x') &= \widetilde{F}(x, x') + \iint dx_1 dx_2 \times \\ &\times [G(x_1, x)\widetilde{\Sigma}(x_1, x_2)\overline{G}(x_2, x') + G(x_1, x)M'_i(x_2, x_1)\widetilde{\overline{F}}(x_2, x') + \\ &+ \widetilde{F}(x, x_1)M_i(x_1, x_2)\overline{G}(x_2, x') - F(x, x_1)\Sigma(x_1, x_2)\widetilde{\overline{F}}(x_2, x')], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \overline{F}(x, x') &= F(x, x') + \iint dx_1 dx_2 \times \\ &\times [G(x, x_1)M_i(x_1, x_2)\overline{F}(x_2, x') + F(x, x_1)M'_i(x_2, x_1)\overline{G}(x', x_2) + \\ &+ G(x, x_1)\Sigma(x_1, x_2)\overline{G}(x', x_2) - F(x, x_1)\widetilde{\Sigma}(x_1, x_2)F(x_2, x')]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь M_i , M'_i , Σ и $\widetilde{\Sigma}$ – массовые операторы, возникающие из-за взаимодействия с примесью и содержащие наряду с обычными примесными диаграммами также и диаграммы, соответствующие пересечению линий примесного и электрон-фоонного взаимодействий, $x = (\vec{x}, \tau)$, $dx = d\vec{x} d\tau$.

В $(\vec{k}, \Omega)$ -представлении уравнения (8)–(10) приобретают вид

$$\begin{aligned} \overline{G}(k) &= G(k) + G(k)[M_i(k)\overline{G}(k) - \Sigma(k)\widetilde{\overline{F}}(k)] - \\ &- \widetilde{F}(k)[\widetilde{\Sigma}(k)\overline{G}(k) + M'_i(-k)\widetilde{\overline{F}}(k)], \\ \widetilde{\overline{F}}(k) &= \widetilde{F}(k) + \widetilde{\overline{F}}(k)[M_i(k)\overline{G}(k) - \Sigma(k)\widetilde{\overline{F}}(k)] + \\ &+ G(-k)[M'_i(-k)\widetilde{\overline{F}}(k) + \widetilde{\Sigma}(k)\overline{G}(k)], \\ \overline{F}(k) &= F(k) + G(k)[M_i(k)\overline{F}(k) + \Sigma(k)\overline{G}(-k)] + \\ &+ F(k)[M'_i(-k)\overline{G}(-k) - \Sigma(k)\overline{F}(k)], \end{aligned} \quad (11)$$

где $k = (\vec{k}, \Omega)$. Функции G , $\tilde{F}$ и F , входящие в (8)–(11), являются функциями Грина чистого сверхпроводника с учетом неадиабатических эффектов и в $(\vec{k}, \Omega)$ -представлении имеют вид

$$G(k) = -\frac{i\Omega + \varepsilon_k + M_0(-k)}{A_0(k)}, \quad \tilde{F}(k) = \frac{\tilde{\Sigma}_0(k)}{A_0(k)}, \quad F(k) = \frac{\Sigma_0(k)}{A_0(k)}, \quad (12)$$

где

$$A_0(k) = [i\Omega - \varepsilon_k - M_0(k)][-i\Omega - \varepsilon_k - M_0(-k)] + \Sigma_0(k)\tilde{\Sigma}_0(k).$$

Здесь M_0 , $\tilde{\Sigma}_0$ и Σ_0 – массовые операторы чистого сверхпроводника с учетом вершинных поправок и пересекающихся диаграмм (неадиабатических эффектов) [5]. Решение системы (11) с учетом определений (12) дает

$$\overline{G}(k) = -\frac{i\Omega + \varepsilon_k + M(k)}{A(k)}, \quad \overline{\tilde{F}}(k) = \frac{\tilde{\Xi}(k)}{A(k)}, \quad \overline{F}(k) = \frac{\Xi(k)}{A(k)}, \quad (13)$$

где

$$M(k) = M_0(k) + M_i(k), \quad \tilde{\Xi}(k) = \tilde{\Sigma}_0(k) + \tilde{\Sigma}(k), \quad \Xi(k) = \Sigma_0(k) + \Sigma(k), \quad (14)$$

$$A(k) = |i\Omega + \varepsilon_k + M(-k)|^2 + |\Xi(k)|^2.$$

Операторы $M(k)$, $\tilde{\Xi}(k)$ и $\Xi(k)$ являются полными массовыми операторами и включают в себя как диаграммы с электрон-фононным взаимодействием, так и примесные (в том числе и с пересечением линий примесного и электрон-фононного взаимодействий).

Массовые операторы $M(k)$ и $\Xi(k)$ имеют вид

$$\begin{aligned} M(\vec{p}, \Omega) = & -\frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\ & + \frac{1}{(\beta V)^2} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \\ & \times \left[\overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) - \right. \\ & - \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{\tilde{F}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) - \\ & - \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) \overline{\tilde{F}}(\vec{p}_2, \Omega_2) - \\ & \left. - \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_1 - \Omega_2) \overline{\tilde{F}}(\vec{p}_2, \Omega_2) \right] + \\ & + \frac{1}{\beta V^2} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \sum_{\vec{p}_2} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \times \\ & \times \left[-W_+(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega) + \right. \\ & + W_-(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, -\Omega_1) \overline{\tilde{F}}(\vec{p}_2, \Omega) + \\ & \left. + W_+(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1) \overline{\tilde{F}}(\vec{p}_2, \Omega) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + W_-(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{\widetilde{F}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega) \Big] + \\
& + \frac{1}{\beta V^2} \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \sum_{\vec{p}_1} D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \\
& \times \Big[-W_+(\vec{p} - \vec{p}_1) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) + \\
& + W_+(\vec{p} - \vec{p}_1) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{\widetilde{F}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) + \\
& + W_-(\vec{p} - \vec{p}_1) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{F}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega) + \\
& + W_-(\vec{p} - \vec{p}_1) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, -\Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) \Big] + \\
& + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} W_+(\vec{p} - \vec{p}_1) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega), \tag{15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Xi(\vec{p}, \Omega) = & -\frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \\
& + \frac{1}{(\beta V)^2} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \times \\
& \times \Big[D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) + \\
& + D(\vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega_1 - \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1 - \vec{p} - \vec{p}_2, \Omega_1 - \Omega - \Omega_2) + \\
& + D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_1 - \Omega_2) \overline{G}(-\vec{p}_2, -\Omega_2) - \\
& - D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{\widetilde{F}}(\vec{p}_2 + \vec{p}_1 - \vec{p}, \Omega_2 - \Omega_1 - \Omega) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) \Big] + \\
& + \frac{1}{\beta V^2} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \sum_{\vec{p}_2} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \times \\
& \times \Big[-W_-(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{p}, -\Omega) - \\
& - W_-(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega) - \\
& - W_+(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, -\Omega_1) \overline{G}(-\vec{p}_2, -\Omega) - \\
& - W_+(\vec{p} - \vec{p}_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) \overline{\widetilde{F}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega) \Big] + \\
& + \frac{1}{\beta V^2} \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \sum_{\vec{p}_1} \Big[-W_+(\vec{p} - \vec{p}_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \\
& \times \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) - \\
& - W_-(\vec{p} - \vec{p}_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) - \\
& - W_-(\vec{p} - \vec{p}_1) D(\vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega_1 - \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{p}, -\Omega_2) + \\
& + W_+(\vec{p} - \vec{p}_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega) \overline{\widetilde{F}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \overline{F}(\vec{p}_2, \Omega_2) \Big] + \\
& + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} W_-(\vec{p} - \vec{p}_1) \overline{F}(\vec{p}_1, \Omega), \tag{16}
\end{aligned}$$

где

$$W_{\pm}(\vec{p} - \vec{p}_1) = |V_1(\vec{p} - \vec{p}_1)|^2 \pm \frac{1}{4}S(S+1)|V_2(\vec{p} - \vec{p}_1)|^2. \quad (17)$$

3. ОБЛАСТЬ ТЕМПЕРАТУР, БЛИЗКИХ К КРИТИЧЕСКОЙ

При $T \sim T_C$ в выражениях (13) можно ограничиться линейным вкладом от операторов $\Xi(p)$ и представить функции Грина в виде

$$\overline{G}(\vec{p}, \Omega) = \frac{1}{i\Omega - \varepsilon_{\vec{p}} - M_N(\vec{p}, \Omega)}, \quad F(\vec{p}, \Omega) = \overline{G}(-\vec{p}, -\Omega)\Xi(\vec{p}, \Omega)\overline{G}(\vec{p}, \Omega), \quad (18)$$

где

$$M_N(\vec{p}, \Omega) = \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \overline{V}_N(p, p_1)\overline{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \overline{W}_+(\vec{p} - \vec{p}_1)\overline{G}(\vec{p}_1, \Omega), \quad (19)$$

$$\Xi(\vec{p}, \Omega) = \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \overline{V}_S(p, p_1)\overline{F}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \overline{W}_-(\vec{p} - \vec{p}_1)\overline{F}(\vec{p}_1, \Omega), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \overline{V}_N(p, p_1) = & -D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) + \frac{1}{\beta V} D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \\ & \times \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \overline{V}_S(p, p_1) = & -D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) + \\ & + \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \left\{ D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \right. \\ & \times \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) + \\ & + D(\vec{p}_2 - \vec{p}_1, \Omega_2 - \Omega_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \\ & \times \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_2 - \vec{p} - \vec{p}_1, \Omega_2 - \Omega - \Omega_1) + \\ & + D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \times \\ & \times \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_1 - \Omega_2) \overline{G}(-\vec{p}_2, -\Omega_2) \left. \right\} - \\ & - \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_2} \left\{ W_-(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_1) \times \right. \\ & \times \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, -\Omega) + \\ & + W_+(\vec{p} - \vec{p}_2) D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \overline{G}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2, -\Omega_1) \overline{G}(-\vec{p}_2, -\Omega) + \\ & + W_+(\vec{p} - \vec{p}_2) D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1) + \\ & \left. + W_-(\vec{p} - \vec{p}_2) D(\vec{p}_2 - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega) \overline{G}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, -\Omega_1) \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \overline{W}_{\pm}(\vec{p} - \vec{p}_1) = & W_{\pm}(\vec{p} - \vec{p}_1) \times \\ & \times \left\{ 1 - \frac{2}{\beta V} \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} D(\vec{p} - \vec{p}_2, \Omega - \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) \overline{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_2) \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Выполнив в уравнениях (19) и (20) усреднение по поверхности Ферми, запишем их в виде

$$M_N(\Omega) = \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \bar{V}_N(\Omega \Omega_1) \bar{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{W}_+ \bar{G}(\vec{p}_1, \Omega), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Xi(\Omega) &= \frac{1}{\beta V} \sum_{\vec{p}_1, \Omega_1} \bar{V}_S(\Omega \Omega_1) \bar{G}(\vec{p}_1, \Omega_1) \Xi(\Omega_1) \bar{G}(-\vec{p}_1, -\Omega_1) + \\ &+ \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_1} \bar{W}_- \bar{G}(\vec{p}_1, \Omega) \Xi(\Omega) \bar{G}(-\vec{p}_1, -\Omega), \end{aligned} \quad (25)$$

где $\bar{V}_N(\Omega \Omega_1)$, $\bar{V}_S(\Omega \Omega_1)$ и $\bar{W}_\pm$ определяются выражениями (21)–(23), также усредненными по поверхности Ферми. Выполним далее в (24), (25) интегрирование по энергии в пределах $-E/2 < \varepsilon_{\vec{p}_1} < E/2$ обычным способом и введем определения

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \tilde{\Omega}(\Omega) = \Omega - \text{Im } M_N(\Omega) = \\ &= \Omega + \frac{2\pi N_0}{\beta} \sum_{\Omega_1} \bar{V}_N(\Omega \Omega_1) \frac{\tilde{\Omega}_1}{\pi |\tilde{\Omega}_1|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}_1|} + \\ &+ 2\pi N_0 \bar{W}_+ \frac{\tilde{\Omega}}{\pi |\tilde{\Omega}|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}|}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\Xi(\Omega) = \tilde{\Delta}(\Omega) = \bar{\Delta} + 2\pi N_0 \bar{W}_- \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{\pi |\tilde{\Omega}|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}|}, \quad (27)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{2\pi N_0}{\beta} \sum_{\Omega_1} \bar{V}_S(\Omega \Omega_1) \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{\pi |\tilde{\Omega}_1|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}_1|}. \quad (28)$$

Самосогласованная система уравнений (26)–(28) определяет температуру сверхпроводящего перехода в рассматриваемой примесной системе. Необходимо рассмотреть выражения $\bar{V}_N$, $\bar{V}_S$, а также $\bar{W}_\pm$. Следуя [5], воспользуемся представлением

$$D(\vec{p} - \vec{p}_1, \Omega - \Omega_1) = |g_{\vec{p}\vec{p}_1}|^2 D(\Omega, \Omega_1) = g^2 \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) D(\Omega, \Omega_1) \quad (29)$$

и введем модель для примесного взаимодействия

$$W_\pm(\vec{p} - \vec{p}_1) = W_\pm \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|), \quad (30)$$

$$W_\pm = V_1^2 + \frac{1}{4} S(S+1) V_2^2, \quad (31)$$

где q_c и q_{c1} – максимальные значения передаваемого импульса при взаимодействии электронов с фононами и с примесью, соответственно. Для фононного пропагатора предполагаем простой эйнштейновский спектр с частотой ω_0 :

$$D(\Omega, \Omega_1) = -\frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2}. \quad (32)$$

Введем определения

$$\begin{aligned}\bar{P}_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= -\frac{1}{\beta V N_0} \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \bar{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) \bar{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) D(\Omega, \Omega_2), \\ \bar{P}_c(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= -\frac{1}{\beta V N_0} \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \sum_{\vec{p}_2, \Omega_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \bar{G}(\vec{p}_2, \Omega_2) \bar{G}(\vec{p}_2 - \vec{p} - \vec{p}_1, \Omega_2 - \Omega - \Omega_1) D(\Omega, \Omega_2)\end{aligned}\quad (33)$$

и

$$\begin{aligned}\Gamma_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= W_+ \left(\frac{2k_F}{q_{c1}}\right)^2 \frac{1}{N_0 V} \sum_{\vec{p}_2} \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \bar{G}(\vec{p}_2, \Omega) \bar{G}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}, \Omega_1), \\ \Gamma_c^I(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= W_- \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \frac{1}{N_0 V} \sum_{\vec{p}_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \bar{G}(\vec{p}_2, \Omega_1) \bar{G}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, -\Omega), \\ \Gamma_c^{II}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= W_+ \left(\frac{2k_F}{q_{c1}}\right)^2 \frac{1}{N_0 V} \sum_{\vec{p}_2} \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ &\quad \times \bar{G}(\vec{p}_2, \Omega) \bar{G}(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}, -\Omega_1).\end{aligned}\quad (34)$$

Величины P_V и P_c появляются вследствие учета электрон-фоонного взаимодействия, а Γ_V и Γ_c — примесного. На основании определений (21)–(23), а также определений (33), (34) имеем

$$\bar{V}_N(pp_1) = -g^2 D(\Omega\Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) [1 + \lambda \bar{P}_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1)], \quad (35)$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_S(pp_1) &= -g^2 D(\Omega\Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \times \\ &\quad \times [1 + 2\lambda \bar{P}_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) + \lambda \bar{P}_c(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1)] - \\ &\quad - \lambda D(\Omega\Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_{c1}}\right)^2 \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \Gamma_c^I(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) - \\ &\quad - \lambda D(\Omega\Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \Gamma_c^{II}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) - \\ &\quad - 2\lambda D(\Omega\Omega_1) \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \Gamma_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1),\end{aligned}\quad (36)$$

$$\bar{W}_{\pm}(\vec{p} - \vec{p}_1) = W_{\pm} \left(\frac{2k_F}{q_c}\right)^2 \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_1|) [1 + 2\lambda \bar{P}_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1)]. \quad (37)$$

Величины $\overline{P}_V$ и $\overline{P}_c$ слабо отличаются от своих значений P_V и P_c для случая чистого сверхпроводника, детально рассмотренных в [5]. Вычисление же величин Γ_V и Γ_c приведено в приложении. Имеем

$$\Gamma_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = W_+ \left\{ L(\Omega\Omega_1) + \frac{1}{2E^2Q^2Q_{c1}^2} [K(\Omega\Omega_1) - (\Omega - \Omega_1)^2 L(\Omega\Omega_1)] \times \right. \\ \left. \times \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2EQQ_{c1}}{\Omega - \Omega_1} \right)^2} - 1 \right] \right\}, \quad (38)$$

$$\Gamma_c^I(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = W_- \left\{ L(-\Omega_1\Omega) + \frac{1}{2E^2Q_c^2(1-Q^2)} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{K(-\Omega_1\Omega)}{\Omega + \Omega_1} - (\Omega + \Omega_1)L(-\Omega_1\Omega) \right] \times \right. \\ \left. \times \arctg \frac{2Q_c^2E(1-Q^2)}{\Omega + \Omega_1} \right\}, \quad (39)$$

$$\Gamma_c^{II}(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = W_- \left\{ L(-\Omega\Omega_1) + \frac{1}{2E^2Q_{c1}^2(1-Q^2)} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{K(-\Omega\Omega_1)}{\Omega + \Omega_1} - (\Omega + \Omega_1)L(-\Omega\Omega_1) \right] \times \right. \\ \left. \times \arctg \frac{2Q_{c1}^2E(1-Q^2)}{\Omega + \Omega_1} \right\}, \quad (40)$$

где

$$K(\Omega\Omega_1) = 2(\Omega - \Omega_1) \left[\arctg \frac{E}{2\Omega} - \arctg \frac{E}{2\Omega_1} \right], \\ L(\Omega\Omega_1) = -\frac{E}{\frac{E^2}{4} + \Omega_1^2} + \frac{\Omega - \Omega_1}{\Omega_1^3} \frac{E}{\left[1 + \left(\frac{E}{2\Omega_1} \right)^2 \right]^2}, \\ Q_c = \frac{q_c}{2k_F}, \quad Q = \frac{q}{2k_F}. \quad (41)$$

Полагая поверхность Ферми сферической, выполним в (35)–(37) угловое усреднение согласно формуле [5]

$$\left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \int \frac{d\Omega_{p1}}{4\pi} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_1|) \overline{P}_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = \\ = \frac{2}{Q_c^2} \int_0^{Q_c} dQ Q \overline{P}_V(QQ_c, \Omega\Omega_1) = P_V(Q_c, \Omega\Omega_1). \quad (42)$$

Получаем

$$\overline{V}_N(\Omega\Omega_1) = -g^2 D(\Omega\Omega_1) [1 + \lambda P_V(Q_c, \Omega\Omega_1)], \quad (43) \\ \overline{V}_S(\Omega\Omega_1) = -g^2 D(\Omega\Omega_1) [1 + 2\lambda P_V(Q_c, \Omega\Omega_1) + \lambda P_c(Q_c, \Omega\Omega_1) - \lambda D(\Omega\Omega_1)] \times$$

$$\times [\Gamma_c^I(Q_c Q_{c1}, \Omega \Omega_1) + \Gamma_c^{II}(Q_c Q_{c1}, \Omega \Omega_1) + 2\Gamma_V(Q_c Q_{c1}, \Omega \Omega_1)], \quad (44)$$

$$\overline{W}_\pm = W_\pm [1 + 2\lambda P_V(\Omega \Omega)], \quad (45)$$

где

$$P_V(\Omega \Omega) = P_V(Q_c, \Omega \Omega_1)|_{\Omega_1=\Omega}. \quad (46)$$

Выражения для P_V и P_c даны в [5], здесь мы приведем их значения при $\Omega = 0$ и $\Omega_1 = \omega_0$.

Имеем

$$\begin{aligned} P_V(m, Q_c) &= -\varphi(m) + \left[\frac{\pi}{4} - \arctg \frac{m}{1+m} + \varphi(m) \right] \times \\ &\times \frac{m^2}{4Q_c^4} \left\{ \sqrt{\eta_c(m)} - 1 - \ln \frac{1 + \sqrt{\eta_c(m)}}{2} \right\}, \\ P_c(m, Q_c) &= -\varphi(m) + \left[\frac{\pi}{4} - \arctg \frac{m}{1+m} + \varphi(m) \right] \times \\ &\times \frac{m}{4Q_c^2(1 - \frac{Q_c^2}{2})} \arctg \frac{4Q_c^2(1 - \frac{Q_c^2}{2})}{m}, \end{aligned} \quad (47)$$

где

$$\varphi(m) = m(1+m) \frac{(1+m)^2 + 2m^2}{[(1+m)^2 + m^2]^2}, \quad \eta_c(m) = 1 + \left(\frac{4Q_c^2}{m} \right)^2, \quad (48)$$

$$P_V(\Omega \Omega)|_{\Omega=0} = -\frac{m}{1+m}. \quad (49)$$

Здесь $m = 2\omega_0/E$ – параметр Мигдала.

Выражения же для вершинных функций смешанного типа после усреднения по поверхности Ферми запишутся в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_V(Q_c Q_{c1}, \Omega \Omega_1) &= W_+ \left\{ L(\Omega \Omega_1) + [K(\Omega \Omega_1) - (\Omega - \Omega_1)^2 L(\Omega \Omega_1)] \times \right. \\ &\times \frac{1}{E^2 Q_c^2 Q_{c1}^2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2EQ_c Q_{c1}}{\Omega - \Omega_1} \right)^2} - \right. \\ &\left. \left. - 1 - \ln \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2EQ_c Q_{c1}}{\Omega - \Omega_1} \right)^2} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_c^I(Q_c Q_{c1}, \Omega \Omega_1) &= W_- \left\{ L(-\Omega_1 \Omega) + \left[\frac{K(-\Omega_1 \Omega)}{\Omega + \Omega_1} - (\Omega + \Omega_1) L(-\Omega_1 \Omega) \right] \times \right. \\ &\times \frac{1}{2EQ_c^2 Q_{c1}^2} \int_0^{Q_{c1}} \frac{Q dQ}{1 - Q^2} \arctg \frac{2Q_c^2 E(1 - Q^2)}{\Omega + \Omega_1} \left. \right\}, \end{aligned} \quad (51)$$

а выражение для Γ_c^{II} получим из (51), заменив $\Omega \leftrightarrow \Omega_1$, $Q_c \leftrightarrow Q_{c1}$.

Самосогласованная система уравнений (26)–(28) с учетом (43)–(45) приобретает вид

$$\begin{aligned}\bar{\Delta} = & \frac{2\pi}{\beta} \lambda \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} [1 + 2\lambda P_V(Q_c, \Omega\Omega_1) + \lambda P_c(Q_c, \Omega\Omega_1) + \\ & + \Gamma_c^I(Q_c Q_{c1}, \Omega\Omega_1) + \Gamma_c^{II}(Q_c Q_{c1}, \Omega\Omega_1) + \\ & + 2\Gamma_V(Q_c Q_{c1}, \Omega\Omega_1)] \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{\pi|\tilde{\Omega}_1|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}_1|},\end{aligned}\quad (52)$$

$$\tilde{\Delta}(\Omega) = \bar{\Delta}(\Omega) + 2\pi N_0 W_- [1 + 2\lambda P_V(\Omega\Omega)] \frac{\tilde{\Delta}(\Omega)}{\pi|\tilde{\Omega}|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}|}, \quad (53)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega} = & \Omega + \frac{2\pi}{\beta} \lambda \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} [1 + \lambda P_V(Q_c, \Omega\Omega_1)] \arctg \frac{E}{2\tilde{\Omega}_1} + \\ & + 2\pi N_0 W_+ [1 + 2\lambda P_V(\Omega\Omega)] \frac{1}{\pi} \arctg \frac{E}{2\tilde{\Omega}}.\end{aligned}\quad (54)$$

4. ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПЕРЕХОДА И ИЗОТОПИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

Проанализируем полученные в предыдущем разделе уравнения (52)–(54) для того, чтобы выяснить совместное влияние эффекта неадиабатичности и парамагнитной примеси на температуру сверхпроводящего перехода T_C и изотопический коэффициент α . С этой целью выполним ряд упрощений. Положим в квадратных скобках в этих уравнениях $\Omega = 0$, $\Omega_1 = \omega_0$ и рассмотрим приближение слабой связи $T_C/\omega_0 \ll 1$. В соответствии с этим введем обозначения

$$\begin{aligned}\lambda_\Delta = & \lambda [1 + 2\lambda P_V(m, Q_c) + \lambda P_c(m, Q_c) + \\ & + \Gamma_c^I(Q_c Q_{c1}, \omega_0) + \Gamma_c^{II}(Q_c Q_{c1}, \omega_0) + \Gamma_V(Q_c Q_{c1}, \omega_0)], \\ \lambda_z = & \lambda [1 + 2\lambda P_V(m, Q_c)], \quad \overline{W}_\pm = W_\pm [1 + 2\lambda P_V(\Omega, \Omega)_{\Omega=0}].\end{aligned}\quad (55)$$

На основании формул (50), (51) и (41) нетрудно видеть, что $\Gamma_{V,c}$ в этом приближении оказываются порядка $W_\pm/E \ll 1$, что позволяет в дальнейшем пренебречь этими членами в (55) и рассматривать величину λ_Δ как не зависящую от концентрации примеси. Учитывая этот факт, используем определения (55) и приведем уравнения (52)–(54) к виду

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}(\Omega) = & \frac{2\pi}{\beta} \lambda_\Delta^0 \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{\pi|\tilde{\Omega}_1|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}_1|}, \\ \tilde{\Delta}(\Omega) = & \bar{\Delta}(\Omega) + 2\pi N_0 \overline{W}_- \frac{\tilde{\Delta}(\Omega)}{\pi|\tilde{\Omega}|} \arctg \frac{E}{2|\tilde{\Omega}|}, \\ \tilde{\Omega} = & \Omega Z_0 + 2\pi N_0 \overline{W}_+ \frac{1}{\pi} \arctg \frac{E}{2\tilde{\Omega}},\end{aligned}\quad (56)$$

где

$$Z_0 = 1 + \frac{2\pi}{\beta\Omega} \lambda_z \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\tilde{\Omega}_1} = 1 + \frac{\lambda_z}{1+m}, \quad \lambda_\Delta^0 = \lambda_\Delta|_{c=0}. \quad (57)$$

Введем величину $u = \tilde{\Omega}/\tilde{\Delta}$ и приведем последние два из уравнений (56) к виду

$$u(\Omega) = \frac{\Omega Z_0}{\tilde{\Delta}} + \frac{2\pi N_0}{\tilde{\Delta}} [\overline{W}_+ - \overline{W}_-] \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\tilde{\Omega}}.$$

Имеем также

$$\tilde{\Delta}(\Omega) = \frac{2\pi}{\beta} \lambda_\Delta^0 \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{1}{\pi |u(\Omega_1)|} \operatorname{arctg} \frac{E}{2|\tilde{\Omega}_1|}. \quad (58)$$

Поскольку в (57) функция под знаком суммы быстро сходится, можно заменить $u(\Omega_1)$ его значением в области малых Ω_1 , т.е. положить

$$u(\Omega_1) = \frac{\Omega_1 Z_0}{\tilde{\Delta}} + \frac{\pi N_0}{\tilde{\Delta}} [\overline{W}_+ - \overline{W}_-] \operatorname{sign} \Omega_1. \quad (59)$$

С учетом (59) уравнение для параметра порядка $\tilde{\Delta}$ приведем к виду

$$\tilde{\Delta}(\Omega) = \frac{2\pi}{\beta} \lambda_\Delta^0 \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{Z_0 \Omega_1 + \pi N_0 [\overline{W}_+ - \overline{W}_-] \operatorname{sign} \Omega_1} \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\tilde{\Omega}_1}. \quad (60)$$

При получении этого уравнения мы пренебрегаем вкладами порядка $W_\pm/E \ll 1$. Далее выполним преобразования, аналогичные случаю адиабатической теории [10] (см. также [5]). Ядро уравнения (60) представим в виде

$$\frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \rightarrow \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2}. \quad (61)$$

Подставим это выражение в (60) и введем определение

$$A = \frac{2\pi}{\beta} \lambda_\Delta^0 \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{Z_0 \Omega_1 + \pi N_0 [\overline{W}_+ - \overline{W}_-] \operatorname{sign} \Omega_1} \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\tilde{\Omega}_1}, \quad (62)$$

тогда

$$\tilde{\Delta}(\Omega) = \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} A. \quad (63)$$

Подставляя в правую часть (62) выражение (63), получаем уравнение для определения температуры сверхпроводящего перехода

$$\frac{Z_0}{\lambda_\Delta^0} = \pi T_C \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^4}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \frac{1}{\Omega_1 + \bar{\gamma} \operatorname{sign} \omega_1} \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{E}{2\tilde{\Omega}_1} =$$

$$= 2\pi T_C \left\{ \sum_{\Omega_1 > 0} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{1}{\Omega_1 + \bar{\gamma}} - \sum_{\Omega_1 > 0} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{1}{\Omega_1 + \bar{\gamma}} \frac{2}{\pi} \arctg \frac{2\Omega_1}{E} - \right. \\ \left. - \sum_{\Omega_1 > 0} \frac{\omega_0^2 \Omega_1^2}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \frac{1}{\Omega_1 + \bar{\gamma}} + \sum_{\Omega_1 > 0} \frac{\omega_0^2 \Omega_1^2}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \frac{1}{\Omega_1 + \bar{\gamma}} \frac{2}{\pi} \arctg \frac{2\Omega_1}{E} \right\}, \quad (64)$$

где

$$\bar{\gamma} = \frac{\pi N_0}{Z_0} [\overline{W}_+ - \overline{W}_-]. \quad (65)$$

Вклад первой из сумм в (64) может быть приведен к виду

$$2\pi T_C \sum_{\Omega_1 > 0} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2} \frac{1}{\Omega_1 + \bar{\gamma}} = \operatorname{Re} \psi \left(\frac{1}{2} + i \frac{\omega_0}{2\pi T_C} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} + \rho \right), \quad (66)$$

где

$$\rho = \frac{\Gamma}{2\pi T_C} f_c(m), \quad (67)$$

$$f_c(m) = \frac{1}{Z_0} \left(1 - 2\lambda \frac{m}{1+m} \right), \quad \Gamma = \frac{1}{2\tau_s} = \frac{1}{2} c N_0 \pi S (1+S), \quad (68)$$

ψ – диаграмма-функция, τ_s – время релаксации рассеяния на магнитной примеси. Другие суммы в (64) не содержат логарифмической особенности по температуре, и в приближении слабой связи ($T_C/\omega_0 \ll 1$) в них можно перейти к пределу $T_C \rightarrow 0$, выполнив интегрирование по Ω_1 обычным способом.

В результате этих вычислений, отбрасывая члены порядка $\Gamma/E \ll 1$, для температуры сверхпроводящего перехода T_C получаем

$$\ln \frac{T_C}{T_{C0}} = \psi \left(\frac{1}{2} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} + \rho \right). \quad (69)$$

Здесь

$$T_{C0} = \frac{2\omega_0 \gamma_\Delta}{\sqrt{e}(1+m)\pi} \exp \left[\frac{1}{2} \frac{m}{1+m} \right] \exp \left[-\frac{1 + \frac{\lambda_z}{1+m}}{\lambda_\Delta^0} \right] \quad (70)$$

и λ_z и λ_Δ^0 зависят от m (см. (55)). Уравнение (69) по виду совпадает с соответствующим уравнением Абрикосова и Горькова [8]. Однако величина T_{C0} и параметр рассеяния ρ в нашем уравнении переопределены и существенно зависят от параметра неадиабатичности m и импульса обрезания Q_c . На основании (69) имеем

$$T_C = T_{C0} - \frac{\pi^2}{2} \frac{\Gamma}{2\pi} f_c(m) \quad \text{при } \rho \ll 1, \\ T_C^2 = 6 \frac{\Gamma^2}{\pi^2} [f_c(m)]^2 \ln \frac{\pi T_{C0}}{\gamma_\Delta \Gamma f_c(m)} \quad \text{при } \rho \gg 1. \quad (71)$$

Отсюда для критической концентрации примеси, когда $T_C = 0$, получаем

$$\Gamma_{cr} = \frac{\pi T_{C0}}{2\gamma_{\Sigma} f_c(m)}. \quad (72)$$

Эти формулы отличаются от соответствующих выражений из работы [8] определением $T_{C0}(m)$ (70) и наличием функции $f_c(m)$. Таким образом, примесная зависимость величины T_C и значение Γ_{cr} зависят от параметра Мигдала m , а следовательно, от свойств основного вещества, в которое вводится магнитная примесь. Интересно, что за счет эффекта неадиабатичности происходит перенормировка не только величины T_{C0} , но и параметра рассеяния электронов на магнитной примеси ρ , которое уменьшается ($f_c(m) < 1$). Такой результат можно объяснить ослаблением распаривающего влияния парамагнитной примеси из-за дополнительного электрон-фоонного взаимодействия, возникающего из диаграмм с пересечением примесных и фоонных линий. Это приведет, в свою очередь, к более медленному убыванию величины T_C с ростом концентрации примеси по сравнению со случаем обычных сверхпроводников ($m = 0$). Слабое убывание T_C с ростом концентрации примеси обнаружено в иттриевых керамиках при замещении меди в плоскости CuO_2 парамагнитными примесями типа Ni [11, 12].

На основании (71) для изотопического коэффициента

$$\alpha = -\frac{d \ln T_C}{d \ln M} \quad \text{при } \rho \ll 1$$

получаем

$$\alpha = \frac{\alpha_0 - \frac{\pi \Gamma}{8 T_C} \frac{df_c(m)}{d \ln m}}{1 - \frac{\pi \Gamma}{4 T_C} f_c(m)}, \quad (73)$$

где

$$\alpha_0 = -\frac{d \ln T_{C0}}{d \ln M},$$

а $f_c(m)$ приближенно записывается в виде

$$f_c(m) \approx 1 - \lambda \frac{2m + 1}{m + 1}, \quad (74)$$

$$\frac{df_c(m)}{d \ln m} \approx -\lambda \frac{2m^2 - 1}{(m + 1)^2}. \quad (75)$$

Отсюда следует, что $f_c(m) < 1$, а

$$\frac{df_c(m)}{d \ln m} \begin{cases} > 0 & \text{при } 0 < m < \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ < 0 & \text{при } \frac{1}{\sqrt{2}} < m. \end{cases} \quad (76)$$

Следовательно, примесная зависимость изотопического коэффициента определяется параметром Мигдала m .

При $m = 0$ мы имеем рост коэффициента α с ростом концентрации примеси, и это соответствует случаю обычных сверхпроводников [11]. Если $0 < m < 1/\sqrt{2}$, то с ростом концентрации примеси происходит убывание как числителя, так и знаменателя выражения (73) и результат будет определяться значением параметра m . При $1/\sqrt{2} < m$ происходит рост величины α за счет роста числителя и убыли знаменателя выражения (73) с ростом концентрации примеси.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была поставлена задача определения температуры сверхпроводящего перехода и изотопического эффекта в неадиабатических сверхпроводниках (в которых энергия Ферми и энергия Дебая одного порядка) при наличии в системе хаотически распределенной магнитной примеси. Мы исходили из гамильтониана (1), в котором учитывали электрон-фононное и примесное взаимодействия. Применяя теорию возмущений по электрон-фононному и примесному взаимодействиям, усреднение по хаотически распределенным положениям примесных атомов и ориентациям их спинов, мы вывели уравнения для функций Грина (нормальной и аномальных) и выписали выражения для их массовых операторов, которые включают также и вершинные поправки электрон-фононного взаимодействия, а также вклады от диаграмм, содержащих пересечение электрон-фононных и электрон-примесных линий. Выполнив усреднение по поверхности Ферми, мы получили для массовых операторов формулы (24) и (25), отсюда следует самосогласованная система уравнений (26)–(28). Учет указанных выше дополнительных диаграмм приводит к перенормировке константы электрон-фононного взаимодействия, а также к перенормировке параметра электрон-примесного рассеяния (52)–(54). Для получения наглядных результатов мы перешли к случаю слабой электрон-фононной связи ($\omega_0/T_C \ll 1$), а также выполнили ряд других упрощений, как это делается в обычной неадиабатической теории. Мы показали, что примесное взаимодействие слабо перенормирует константу электрон-фононного взаимодействия. Учет же неадиабатичности приводит к существенному переопределению величины T_{C0} и параметра ρ рассеяния электронов на магнитной примеси (67). Так как $f(m) < 1$, мы имеем в уравнении (71) более слабое убывание величины T_C с ростом концентрации примеси при малых концентрациях, чем в случае обычных сверхпроводников. Определено также, что критические концентрации примеси (72), при которых T_C обращается в нуль, значительно больше, чем в случае обычных сверхпроводников, за счет больших значений T_{C0} и $f(m) < 1$.

Таким образом, можно сказать, что теория Абрикосова и Горькова [8] работает также и в случае неадиабатических систем с той разницей, что T_{C0} и ρ переопределены и существенно зависят от параметра неадиабатичности m . Зависимость же T_C от концентрации примеси, которую можно определить экспериментально, приводит к существенным количественным различиям для различных сверхпроводников. Это связано с наличием параметра неадиабатичности m и импульса обрезания q_c , которые определяют свойства основного вещества. Существенным также оказывается наличие параметра Мигдала m и величины q_c в примесной зависимости изотопического коэффициента α .

Как уже отмечалось, мы исходили из простой модели – гамильтониана Фрелиха, учитывая наличие парамагнитной примеси в системе. Наряду со специфическими эффектами зонной структуры [13–16] во всех ВТСП-материалах существенную роль играют сильные электронные корреляции, индуцируемые кулоновским взаимодействием [17–19]. Многие свойства этих материалов могут быть поняты на основании модели типа Хаббардовской. Однако возможен и другой подход [3, 5], которого мы и придерживаемся.

ваемся в данной работе, а именно, включающий косвенный учет сильных электронных корреляций через их влияние на электрон-фоонное взаимодействие. Такое рассмотрение основывается на результатах исследований [20], согласно которым из-за сильных электронных корреляций константа электрон-фоонного взаимодействия $g(q)$ с обрезанием по импульсу q_c принимает вид, использованный в модельном представлении (29). В системах с сильными электронными корреляциями (малыми q_c) рассмотренные выше вершинные функции P_V и P_C являются положительными и, следовательно, благоприятными для появления высоких значений T_C (подробнее см. [3, 5]).

При решении поставленной задачи мы учитывали, что в системе нарушается теорема Мигдала ($\omega_D \sim E_F$), а также имеются сильные электронные корреляции (обрезание электрон-фоонного и электрон-примесного взаимодействий по малым q_c). Эти свойства присущи ВТСП-материалам. Следовательно, можно полагать, что предложенная теория улавливает качественное поведение величин T_C и α как функций от концентрации примеси.

В любом случае эта модель ближе к ВТСП-материалам, чем теория Абрикосова–Горькова [8], применимая к обычным сверхпроводникам. В частности, при $\omega_D = E_F$ на основании формул для коэффициента изотопического эффекта получаем для случая чистого сверхпроводника $\alpha \approx 0.2$ и рост этого коэффициента от 0.2 до 1.5 с ростом концентрации примеси, что наблюдается в лантановых керамиках [11, 21].

Отметим, что другой важной особенностью ВТСП-материалов является перекрытие энергетических полос на поверхности Ферми. Учет этой особенности приводит к возникновению дополнительной примесной зависимости величин T_C и α из-за канала межзонного рассеяния на примесном потенциале [22].

ПРИЛОЖЕНИЕ

При вычислении дополнительных примесных вкладов, возникающих при учете пересечений примесных и электрон-фоонных линий, используем нулевые функции Грина по взаимодействию.

Воспользуемся представлением

$$\begin{aligned}
 \Gamma_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= \left(\frac{2k_F}{q_{c1}}\right)^2 \frac{W_+}{N_0 V} \sum_{\vec{p}_2} \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \frac{1}{(i\Omega - \varepsilon_{\vec{p}_2})(i\Omega_1 - \varepsilon_{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}})} = \\
 &= W_+ \left(\frac{2k_F}{q_{c1}}\right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin \alpha d\alpha}{2} \int_{-E/2}^{E/2} d\varepsilon_{\vec{p}_2} \theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\
 &\quad \times \frac{1}{\varepsilon_{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}_2} + i(\Omega - \Omega_1)} \times \\
 &\quad \times \left[\frac{1}{\varepsilon_{\vec{p}_2} - i\Omega} - \frac{1}{\varepsilon_{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}} - i\Omega_1} \right]. \tag{П.1}
 \end{aligned}$$

Выберем линейный закон дисперсии ($p \sim p_1 \sim p_2 \sim k_F$):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\vec{p}_1+\vec{p}_2-\vec{p}} &= v_F |\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}| - \mu = \\ &= v_F \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p^2 - 2pp_2 \cos \alpha - 2pp_1 \cos \theta + 2p_1p_2 \cos \beta} - \mu.\end{aligned}$$

При малых значениях q_c и Q_{c1} это выражение можно представить в виде [5]

$$\varepsilon_{\vec{p}_1+\vec{p}_2-\vec{p}} = \varepsilon_{\vec{p}_2} + EQ^2(1 - \cos \alpha) + EQ\sqrt{1 - Q^2} \sin \alpha \cos \varphi \approx \varepsilon_{\vec{p}_2} + EQ\alpha \cos \varphi. \quad (\text{П.2})$$

Здесь

$$Q = \frac{q}{2k_F}$$

и $q = |\vec{p} - \vec{p}_1|$ — передаваемый импульс.

Для малых q_{c1} заменяем

$$\theta(q_{c1} - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \cong \theta(\cos \alpha + 2Q_{c1}^2 - 1) \approx \theta(2Q_{c1} - \alpha). \quad (\text{П.3})$$

Тогда (П.1) с учетом (П.2) и (П.3) приводится к виду

$$\begin{aligned}\Gamma_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= W_+ \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{2Q_{c1}} \frac{\alpha d\alpha}{2} \frac{1}{EQ\alpha \cos \varphi + i(\Omega - \Omega_1)} \times \\ &\times \left[\int_{-E/2}^{E/2} \frac{d\varepsilon_{\vec{p}_2}}{\varepsilon_{\vec{p}_2} - i\Omega} - \int_{-E/2}^{E/2} \frac{d\varepsilon_{\vec{p}_2}}{\varepsilon_{\vec{p}_2} + EQ\alpha \cos \varphi - i\Omega_1} \right] = \\ &= W_+ \left(\frac{2k_F}{q_{c1}} \right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{2Q_{c1}} \frac{\alpha d\alpha}{2} \times \\ &\times \frac{K(\Omega\Omega_1) + L(\Omega\Omega_1)(EQ\alpha \cos \varphi)^2}{(EQ\alpha \cos \varphi)^2 + (\Omega - \Omega_1)^2},\end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

где

$$\begin{aligned}K(\Omega\Omega_1) &= 2(\Omega - \Omega_1) \left[\arctg \frac{E}{2\Omega} - \arctg \frac{E}{2\Omega_1} \right], \\ L(\Omega\Omega_1) &= \frac{E(\Omega - \Omega_1)}{\Omega_1^3 \left(1 + \frac{E^2}{4\Omega_1^4} \right)^2} - \frac{E}{\frac{E^2}{4} + \Omega_1^2}.\end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Выполнив интегрирования в (П.4), получаем

$$\begin{aligned}\Gamma_V(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) &= W_+ \left\{ L(\Omega\Omega_1) + \frac{1}{2E^2Q^2Q_{c1}^2} [K(\Omega\Omega_1) - (\Omega - \Omega_1)^2 L(\Omega\Omega_1)] \times \right. \\ &\times \left. \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2EQQ_{c1}}{\Omega - \Omega_1} \right)^2} - 1 \right] \right\}.\end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Выражение для Γ_c^I представим в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_c^I(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = & W_- \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin \alpha d\alpha}{2} \int_{-E/2}^{E/2} d\varepsilon_{\vec{p}_2} \theta(q_c - |\vec{p} - \vec{p}_2|) \times \\ & \times \frac{1}{\varepsilon_{\vec{p}_2} - \varepsilon_{\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}} - i(\Omega - \Omega_1)} \times \\ & \times \left[\frac{1}{\varepsilon_{\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}} + i\Omega_1} - \frac{1}{\varepsilon_{\vec{p}_2} - i\Omega} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Здесь [5]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}} &= v_F |\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}| - \mu = \\ &= v_F \sqrt{p_2^2 + p_1^2 + p^2 - 2p_2 p_1 \cos \beta - 2p_2 p \cos \alpha + 2p_1 p \cos \theta} - \mu \approx \\ &\approx \varepsilon_{\vec{p}_2} + \eta, \quad \eta = E(1 - Q^2) \frac{\alpha^2}{2} - EQ \sqrt{1 - Q^2} \alpha \cos \beta. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

В результате после интегрирования по энергии получаем

$$\Gamma_c^I(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = W_- \left(\frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{2Q_c} \frac{\alpha d\alpha}{2} \frac{K(-\Omega_1\Omega) + \eta^2 L(-\Omega_1\Omega)}{\eta^2 + (\Omega + \Omega_1)^2}. \quad (\text{П.9})$$

Выполнив в этом выражении интегрирование подобно тому, как это было сделано в [5], получаем

$$\begin{aligned} \Gamma_c^I(\vec{p}\vec{p}_1, \Omega\Omega_1) = & W_- \left\{ L(-\Omega_1\Omega) + \frac{1}{2EQ_c^2(1 - Q^2)} \left[\frac{K(-\Omega_1\Omega)}{\Omega + \Omega_1} - (\Omega + \Omega_1)L(-\Omega_1\Omega) \right] \times \right. \\ & \left. \times \operatorname{arctg} \frac{2EQ_c^2(1 - Q^2)}{\Omega + \Omega_1} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

Нетрудно видеть, что если в приведенных выше формулах положить $\Omega = 0$, а $\Omega_1 = \omega_0$, то получим $\Gamma_V \sim W_+/\omega_0 \ll 1$ и $\Gamma_c \sim W_-/\omega_0 \ll 1$.

Список литературы

- [1] *G. J. Uemura et al.* Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66. P. 2665.
- [2] *V. Z. Kresin, S. A. Wolf.* Phys. Rev. B. 1987. V. 41. P. 4278.
- [3] *L. Pietronero, S. Strässler, C. Grimaldi.* Phys. Rev. B. 1995. V. 52. P. 10516.
- [4] *А. Б. Муздал.* ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 1438.
- [5] *C. Grimaldi, L. Pietronero, S. Strässler.* Phys. Rev. B. 1995. V. 52. P. 10530.
- [6] *А. С. Элиашберг.* ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 966.
- [7] *P. W. Anderson.* J. Phys. Chem. Solids. 1959. V. 11. P. 26.
- [8] *А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков.* ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1781.
- [9] *А. А. Абрикосов, Л. Д. Горьков, И. Е. Дзялошинский.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Наука, 1962.
- [10] *W. L. McMillan.* Phys. Rev. 1968. V. 167. P. 331.
- [11] *Н. Н. Пластида.* Высокотемпературные сверхпроводники. М.: Междунар. прогр. образования, 1996.
- [12] *J. M. Taracson et al.* Phys. Rev. B. 1988. V. 37. P. 7458.
- [13] *В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк.* УФН. 1991. Т. 161. С. 155.
- [14] *Ф. Г. Кочорбэ, М. Е. Палистрант.* ЖЭТФ. 1993. Т. 104. С. 3084; ТМФ. 1993. Т. 96. С. 459.
- [15] *H. Krakauer, W. E. Pickett.* Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1665.
- [16] *J. F. Herman, R. V. Kasowski, W. J. Hsau.* Phys. Rev. B. 1987. V. 36. P. 6904.
- [17] *P. W. Anderson, J. R. Schrieffer.* Phys. Today. 1991. V. 20. P. 84.
- [18] *P. Fulde.* Physica C. 1988. V. 153–155. P. 1769.
- [19] *R. W. Lof.* Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 3924.
- [20] *M. L. Kubic, R. Zeyher.* Phys. Rev. B. 1984. V. 49. P. 4395; Physica B. 1994. V. 199–200. P. 358.
- [21] *N. Babushkina, A. Inushkin, V. Ozhogin et al.* Physica C. 1991. V. 185–189. P. 901; 1994. V. 235–240. P. 845.
- [22] *В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант.* ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 770; ДАН СССР. 1965. Т. 162. С. 539.

Поступила в редакцию 3.XI.1998 г.