Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. М. Зупник, Связи для суперпотенциалов в гармонических калибровочных теориях с восемью суперзарядами, *ТМФ*, 1999, том 120, номер 2, 324–331

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf779>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.174.149.18

26 апреля 2023 г., 14:00:41

© 1999 г.

Б. М. Зупник*

СВЯЗИ ДЛЯ СУПЕРПОТЕНЦИАЛОВ В ГАРМОНИЧЕСКИХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ С ВОСЕМЬЮ СУПЕРЗАРЯДАМИ

Рассматриваются D -мерные суперсимметричные калибровочные теории с восемью суперзарядами ($D \leq 6$, $\mathcal{N} = 8$) в рамках гармонических суперпространств. Эффективное абелево низкоэнергетическое действие для $D = 5$ содержит свободный член и член Черна–Саймонса. Эффективные $\mathcal{N} = 8$ суперполевые действия для $D \leq 4$ могут быть выражены через суперпотенциалы, удовлетворяющие суперполевым связям и $(6 - D)$ -мерным уравнениям Лапласа. Обсуждается роль альтернативных гармонических структур.

1. ВВЕДЕНИЕ

Концепция гармонического суперпространства (HSS) была впервые введена для немассового описания материальных, калибровочных и гравитационных суперполевых теорий с $D = 4$, $N_4 = 2$ суперсимметрией [1, 2]. HSS-подход использовался также для последовательного описания гипермультиплетов и векторного мультиплета с $D = 6$, $N_6 = 1$ суперсимметрией [3]. Для классификации этих моделей в различных размерностях вместо числа спинорных представлений для суперзарядов N_D удобно использовать полное число суперзарядов $\mathcal{N} = 8$. Универсальность гармонических суперпространств связана с построением $\mathcal{N} = 8$ моделей для размерностей $D < 6$ посредством размерной редукции. HSS-действия для гипермультиплетов q^+ , ω и препотенциала Янга–Миллса V^{++} описываются универсальными формулами во всех размерностях $D \leq 6$. Тем не менее $\mathcal{N} = 8$ суперсимметрии имеют некоторые специфические свойства в каждой размерности, связанные с различиями в структуре групп Лоренца L_D , групп максимальных автоморфизмов R_D и множеств центральных зарядов Z_D . В частности, альтернативные HSS-структуры были найдены для случаев $D = 2$ [4] и $D = 3$ [5]. Мы будем изучать HSS-конструкции низкоэнергетических эффективных действий для абелевых калибровочных супермультиплетов в размерностях $D = 1, 2, 3, 5$ с помощью аналитического препотенциала V^{++} и $(6 - D)$ -компонентной напряженности $W(V^{++})$, удовлетворяющей суперполевым связям. Аналогичные проблемы обсуждались ранее в рам-

*Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Дубна, Московская обл., Россия. E-mail: zupnik@thsun1.jinr.dubna.su

ках компонентного полевого формализма или формализма с $\mathcal{N} = 4$, $D = 1, 2, 3$ суперполями (см. [6–9]).

Основным результатом этой работы является построение в полном $\mathcal{N} = 8$ суперпространстве для размерностей $D = 1, 2, 3, 5$ кулоновских эффективных действий, которые содержат произведение гармонических связностей и *суперпотенциалов* $f_D(W)$, удовлетворяющих $(6 - D)$ -мерным уравнениям Лапласа.

Взаимодействия суперполей с восемью суперзарядами имеют универсальные и специфические свойства в различных размерностях, однако решение большинства геометрических и динамических проблем упрощается в HSS-формализме. $(6 - D)$ -мерные уравнения Лапласа для низкоэнергетических суперпотенциалов вытекают из калибровочной инвариантности в HSS. Теоремы об отсутствии перенормировки связаны с поиском R_D -инвариантных решений этих уравнений. Анализ уравнений для суперпотенциалов связан с существованием альтернативных HSS-структур, использующих различные типы гармоник в $D \leq 3$, $\mathcal{N} = 8$ теориях, которые адекватно отражают свойства преобразований дуальности в этих моделях.

2. ЭФФЕКТИВНЫЕ ДЕЙСТВИЯ В ПОЛНЫХ И АНАЛИТИЧЕСКИХ СУПЕРПРОСТРАНСТВАХ

2.1. Рассмотрим кратко гармоническое суперпространство с $D = 5$, $\mathcal{N} = 8$ суперсимметрией. Общее 5-мерное ($5D$) суперпространство имеет координаты $z = (x^{\mathbf{m}}, \theta_i^\alpha)$, где $\mathbf{m}$ и α – 5-векторные и 4-спинорные индексы группы Лоренца $L_5 = SO(4, 1)$, соответственно, а i – 2-спинорный индекс группы автоморфизмов $R_5 = SU(2)$. Антисимметричные $5D$ Γ -матрицы $(\Gamma_{\mathbf{m}})_{\alpha\gamma}$ и инвариантная симплектическая матрица $\Omega_{\alpha\rho}$ могут быть выражены через матрицы Вейля и ε -символы в $SL(2, C)$.

Удобно использовать биспинорные представления $5D$ координат и частных производных

$$x^{\alpha\rho} = \frac{1}{2}(\Gamma_{\mathbf{m}})^{\alpha\rho} x^{\mathbf{m}}, \quad \partial_{\alpha\rho} = \frac{1}{2}(\Gamma^{\mathbf{m}})_{\alpha\rho} \partial_{\mathbf{m}}. \quad (1)$$

Основные соотношения между спинорными производными D_α^k в общем $D = 5$, $\mathcal{N} = 8$ суперпространстве имеют следующий вид:

$$\{D_\alpha^k, D_\gamma^l\} = i\varepsilon^{kl} \left(\partial_{\alpha\gamma} + \frac{1}{2} \Omega_{\alpha\gamma} Z \right), \quad (2)$$

где Z – вещественный центральный заряд.

R_5 -инвариантные проекции спинорных производных $D_\alpha^\pm = u_i^\pm D_\alpha^i$ и координат гармонического суперпространства $\zeta = (x_A^{\mathbf{m}}, \theta^{\alpha+}, \theta^{\alpha-})$ могут быть определены с помощью $SU(2)/U(1)$ -гармоник $u_i^\pm$ по аналогии с тем, как это сделано в работе [1] (i – 2-спинорный индекс $SU(2)$ и $q = \pm 1$ – $U(1)$ -заряд). Аналитический абелев препотенциал $V^{++}(\zeta, u)$ описывает $5D$ векторный супермультиплет, который включает вещественное скалярное поле ϕ , максвелловское поле $A_{\mathbf{m}}$, изодублет 4-спиноров λ_i^α и вспомогательный изотриплет X^{ik} . Вещественное скалярное суперполе этой теории выражается

через гармоническую связность с $U(1)$ -зарядом -2 :

$$W = -\frac{i}{2} D^{+\alpha} D_{\alpha}^{+} \int du_1 \frac{V^{++}(x, u_1)}{(u^{+} u_1^{+})^2} = -2i D^{(+2)} V^{--}, \quad (3)$$

где $(u^{+} u_1^{+})^{-2}$ – гармоническая обобщенная функция [2]. Эти суперполя удовлетворяют следующим связям:

$$D^{++} V^{--} = D^{--} V^{++}, \quad D^{\pm\pm} W = 0, \quad (4)$$

$$D_{\alpha\rho}^{(+2)} W = 0, \quad D_{\alpha\rho}^{(+2)} = D_{\alpha}^{+} D_{\rho}^{+} - \frac{1}{4} \Omega_{\alpha\rho} D^{+\sigma} D_{\sigma}^{+}. \quad (5)$$

Нетрудно построить наиболее общее низкоэнергетическое $U(1)$ -калибровочное действие в полном $D = 5$, $\mathcal{N} = 8$ гармоническом суперпространстве

$$S_5 = \int d^5 x d^8 \theta du V^{++} V^{--} [g_5^{-2} + k_5 W], \quad (6)$$

где g_5 – константа связи размерности $1/2$, а k_5 – безразмерная константа $5D$ взаимодействия Черна–Саймонса.

Низкоэнергетическое $D = 4$, $\mathcal{N} = 8$ эффективное действие сохраняет группу автоморфизмов $SU(2)$ и нарушает $U_R(1)$ -симметрию. Соответствующий $D = 4$ суперпотенциал $f(W, \overline{W}) = [F(W) + \overline{F}(\overline{W})]$ удовлетворяет $2D$ уравнению Лапласа, которое имеет только голоморфные и антиголоморфные решения.

2.2. Аналогичная $D = 3$, $\mathcal{N} = 8$ калибровочная теория может быть построена в суперпространстве с группой автоморфизмов $R_3 = SU_l(2) \times SU_r(2)$. Рассмотрим координаты общего суперпространства $z = (x^{\alpha\beta}, \theta_{ia}^{\alpha})$, где используются двухкомпонентные индексы: $(\alpha, \beta, \dots)$ для пространственно-временной группы $SL(2, R)$, $(i, k, \dots)$ для группы $SU_l(2)$, $(a, b, \dots)$ для группы $SU_r(2)$. Соотношения между спинорными производными имеют вид

$$\{D_{\alpha}^{ka}, D_{\beta}^{lb}\} = i\varepsilon^{kl} \varepsilon^{ab} \partial_{\alpha\beta} + i\varepsilon^{kl} \varepsilon_{\alpha\beta} Z^{ab}, \quad (7)$$

где $\partial_{\alpha\beta} = \partial/\partial x^{\alpha\beta}$, а Z^{ab} – центральные заряды, которые коммутируют со всеми генераторами, за исключением генераторов $SU_r(2)$.

Мы будем использовать обозначения $u_i^{\pm} \equiv u_i^{(\pm 1, 0)}$ для гармоник группы $SU_l(2)$ и $v_a^{(0, \pm 1)}$ для $SU_r(2)$ -гармоник, а также обозначения $D_l^{\pm\pm}$ для l -гармонических производных и $V_l^{\pm\pm}$ для l -формы $3D$ гармонических калибровочных суперполей [5]. Обозначения с двумя $U(1)$ -зарядами будут применяться для бигармонических суперполей. Калибровочно-ковариантное $SU_r(2)$ -биспинорное суперполе $D = 3$, $\mathcal{N} = 8$ калибровочной теории содержит соответствующую гармоническую связность [5]

$$W^{ab} = -i D^{+\alpha a} D_{\alpha}^{+b} V_l^{--}, \quad (8)$$

где $D_{\alpha}^{+b} = u_i^{+} D_{\alpha}^{ib}$. Это суперполе не зависит от гармоник в абелевом случае.

$SL(2, R) \times SU_l(2)$ -инвариантное кулоновское эффективное действие может быть выражено через суперпотенциал $f_3(W^{ab})$:

$$S_3 = \int d^3x d^8\theta du V_l^{++} V_l^{--} f_3(W^{ab}). \quad (9)$$

Калибровочная инвариантность накладывает следующее условие связи:

$$D_\alpha^{+c} D_{c\beta}^+ f_3(W^{ab}) = 0. \quad (10)$$

Эта связь эквивалентна трехмерному уравнению Лапласа

$$\Delta_3^w f_3(W^{ab}) = 0, \quad \Delta_3^w = \frac{\partial}{\partial W^{ab}} \frac{\partial}{\partial W_{ab}}. \quad (11)$$

R_3 -инвариантное решение уравнения (11) имеет вид

$$f_3^R(w_3) = g_3^{-2} + k_3 w_3^{-1}, \quad w_3 = \sqrt{W^{ab} W_{ab}}, \quad (12)$$

где g_3 – константа связи размерности $d = -1/2$, а k_3 – безразмерная константа $\mathcal{N} = 8$ взаимодействия типа Весса–Зумино–Новикова–Виттена для векторного мультиплета. Это взаимодействие хорошо определено для ненулевых значений модуля центральных зарядов $|Z|_3 = \sqrt{Z^{ab} Z_{ab}}$, когда его разложение по $\widehat{W}_{ab} = W_{ab} - Z_{ab}$ несингулярно. Следует отметить, что суперполевые взаимодействия $3D$ векторных мультиплетов с безразмерными константами (члены Черна–Саймонса) были построены ранее для случаев $\mathcal{N} = 4$ [10] и $\mathcal{N} = 6$ [11, 5].

Связи для суперполя W^{ab} можно интерпретировать как альтернативную r -аналитичность следующей проекции этого суперполя в бигармоническом суперпространстве:

$$W^{(0,2)} = v_a^{(0,1)} v_b^{(0,1)} W^{ab} = -i D^{(2,2)} V_l^{(-2,0)}(x, u) = -i \int du D^{(-2,2)} V_l^{(2,0)}(x, u), \quad (13)$$

где $V_l^{(\pm 2,0)} \equiv V_l^{\pm \pm}$ и $D^{(\pm 2,2)} = u_i^{(\pm 1,0)} u_k^{(\pm 1,0)} v_a^{(0,1)} v_b^{(0,1)} D^{ia\alpha} D_\alpha^{kb}$.

$3D$ суперпотенциал (11) можно представить в виде интеграла по гармоникам $v_a^{(0,\pm 1)}$:

$$f_3(W^{ab}) = \int dv F_3[W^{(0,2)}, v^{(0,\pm 1)}], \quad (14)$$

где F_3 – произвольная функция с $q = (0, 0)$. Эффективное действие в полном суперпространстве (9) можно преобразовать в эквивалентное представление в r -аналитическом суперпространстве:

$$S_3 = \int d^3x D^{(0,-4)} dv [W^{(0,2)}]^2 F_3[W^{(0,2)}, v^{(0,\pm 1)}], \quad (15)$$

$$D^{(0,-4)} = D^{(2,-2)} D^{(-2,-2)}.$$

Зеркальная симметрия связывает l -векторный мультиплет $W^{(0,2)}(V^{(2,0)})$ с r -аналитическим гипермультиплетом ω_r .

2.3. Двумерные $(4, 4)$ суперполя и соответствующие σ -модели обсуждались для обычного суперпространства в [12, 13] и в рамках альтернативных гармонических суперпространств в [4]. Калибровочная теория $(4, 4)$ рассматривалась в формализме $(2, 2)$ суперпространства [7]. Мы будем изучать геометрию этой теории в рамках явно ковариантного гармонического формализма. В $(4, 4)$ суперпространстве с координатами $(y, \bar{y}, \theta^{i\alpha}, \bar{\theta}^{ia})$ будет использоваться группа автоморфизмов $R_2 = SU_c(2) \times SU_l(2) \times SU_r(2)$ (соответствующие обозначения спинорных индексов для этих групп: $c - i, k, \dots$; $l - \alpha, \beta, \dots$; $r - a, b, \dots$). Алгебра спинорных производных этого суперпространства

$$\{D_{k\alpha}, D_{l\beta}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{\alpha\beta}\partial_y, \quad (16)$$

$$\{\bar{D}_{ka}, \bar{D}_{lb}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{ab}\bar{\partial}_y, \quad (17)$$

$$\{D_{k\alpha}, \bar{D}_{lb}\} = i\varepsilon_{kl}Z_{\alpha b} \quad (18)$$

включает центральные заряды $Z_{\alpha b}$.

Суперполевые связи неабелевой $(4, 4)$ калибровочной теории имеют вид

$$\{\nabla_{k\alpha}, \nabla_{l\beta}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{\alpha\beta}\nabla_y, \quad (19)$$

$$\{\bar{\nabla}_{ka}, \bar{\nabla}_{lb}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{ab}\bar{\nabla}_y, \quad (20)$$

$$\{\nabla_{k\alpha}, \bar{\nabla}_{lb}\} = i\varepsilon_{kl}W_{\alpha b}. \quad (21)$$

В работе [4] обсуждаются три типа гармоник: $u_i^\pm = u^{(\pm 1, 0, 0)}$ для $SU_c(2)/U_c(1)$, $l_\alpha^{(0, \pm 1, 0)}$ для $SU_l(2)/U_l(1)$ и $r_a^{(0, 0, \pm 1)}$ для $SU_r(2)/U_r(1)$ (в наших обозначениях). Основные геометрические структуры калибровочной теории связаны главным образом с гармониками $u_i^\pm$ и соответствующими аналитическими координатами $\zeta_c = (y_c, \theta^{+\alpha})$ и $\bar{\zeta}_c = (\bar{y}_c, \bar{\theta}^{+a})$. $SO(4)$ -векторная суперполевая напряженность w_m для $2D$ аналитического калибровочного препотенциала $V_c^{++}(\zeta_c, \bar{\zeta}_c, u)$ (c -векторный мультиплет) может быть построена по аналогии со случаем $D = 3$:

$$W_{\alpha b} \equiv (\sigma^m)_{\alpha b} W_m = -iD_\alpha^+ \bar{D}_b^+ V_c^{--}, \quad (22)$$

где $(\sigma^m)_{\alpha b}$ — $SO(4)$ -матрицы Вейля. $W_{\alpha b}$ удовлетворяет суперполевым связям, аналогичным связям так называемого твистованного мультиплета [12].

В полном $(4, 4)$ суперпространстве можно построить эффективное действие $U(1)$ -калибровочной теории:

$$S_2 = \int d^2x d^8\theta du V_c^{++} V_c^{--} f_2(W_m), \quad (D^+)^2 f_2(W_m) = (\bar{D}^+)^2 f_2(W_m) = 0. \quad (23)$$

Общий $(4, 4)$ суперпотенциал удовлетворяет $4D$ уравнению Лапласа

$$\Delta_4^w f_2(W_m) = 0, \quad \Delta_4^w = \frac{\partial}{\partial W_m} \frac{\partial}{\partial W_m}. \quad (24)$$

R_2 -инвариантное решение для $(4, 4)$ суперпотенциала определяется однозначно:

$$f_2^R(w_2) = g_2^{-2} + k_2 w_2^{-2}, \quad w_2 = \sqrt{W_m W_m}. \quad (25)$$

Аналогичная функция рассматривалась при изучении R_2 -инвариантного $(2, 2)$ кэлера-ва потенциала $D = 2$ калибровочной теории $(4, 4)$ [7]. Явно $(4, 4)$ ковариантный формализм гармонической калибровочной теории упрощает доказательство теоремы об отсутствии перенормировки.

Бигармоническое представление $(4, 4)$ суперпотенциала естественно для решений уравнения (24)

$$f_2(W^{\alpha a}) = \int dl dr F_2[W^{(0,1,1)}, l, r], \quad W^{(0,1,1)} = l_{\alpha}^{(0,1,0)} r_a^{(0,0,1)} W^{\alpha a}, \quad (26)$$

где F_2 — вещественная rl -аналитическая функция с нулевыми $U(1)$ -зарядами.

Эта проекция векторного мультиплета (22) удовлетворяет условиям rl -аналитичности в тригармоническом суперпространстве

$$u_i^{(\pm 1, 0, 0)} l_{\alpha}^{(0, 1, 0)} D^{i\alpha} W^{(0, 1, 1)} \equiv D^{(\pm 1, 1, 0)} W^{(0, 1, 1)} = 0, \quad (27)$$

$$u_i^{(\pm 1, 0, 0)} r_a^{(0, 0, 1)} \overline{D}^{ia} W^{(0, 1, 1)} \equiv \overline{D}^{(\pm 1, 0, 1)} W^{(0, 1, 1)} = 0 \quad (28)$$

и гармоническим условиям

$$D_c^{(\pm 2, 0, 0)} W^{(0, 1, 1)} = D_l^{(0, 2, 0)} W^{(0, 1, 1)} = D_r^{(0, 0, 2)} W^{(0, 1, 1)} = 0, \quad (29)$$

которые аналогичны связям для суперполя $q^{(1,1)}$, полученным в работе [4] (в этом обозначении не указан $U_c(1)$ -заряд). Отметим, что векторный мультиплет $W^{(0,1,1)}$ содержит $2D$ векторное поле вместо вспомогательной скалярной компоненты суперполя $q^{(1,1)}$.

Используя уравнения (26) и (23), можно получить следующее эквивалентное представление эффективного $(4, 4)$ действия в rl -аналитическом суперпространстве:

$$S_2 = \int dl dr d^2 x D^{(1, -1, 0)} D^{(-1, -1, 0)} \overline{D}^{(1, 0, -1)} \times \\ \times \overline{D}^{(-1, 0, -1)} [W^{(0, 1, 1)}]^2 F_2[W^{(0, 1, 1)}, l, r], \quad (30)$$

где

$$W^{(0, 1, 1)} = -i D^{(1, 1, 0)} \overline{D}^{(1, 0, 1)} V^{(-2, 0, 0)} = -i \int du D^{(-1, 1, 0)} \overline{D}^{(-1, 0, 1)} V^{(2, 0, 0)}. \quad (31)$$

Действие $q^{(1,1)}$ мультиплета с аналогичной структурой $(4, 4)$ σ -модели построено в [4]. Этот мультиплет дуален rl -аналитическому мультиплету $\omega^{(\pm 1, \mp 1)}$.

2.4. Одномерные σ -модели рассматривались в $\mathcal{N} = 4$ суперпространстве [14, 15]. Это суперпространство использовалось также для доказательства теоремы об отсутствии перенормировки в $\mathcal{N} = 8$ калибровочной теории [6].

Мы будем рассматривать $D = 1$, $\mathcal{N} = 8$ суперпространство, которое основано на группе автоморфизмов $R_1 = SU_c(2) \times \text{Spin}(5)$ и имеет координаты (t, θ_i^α) , где i – 2-спинорный индекс, а α – 4-спинорный индекс группы $\text{Spin}(5) = U\text{Sp}(4)$. Алгебра спинорных производных

$$\{D_\alpha^k, D_\rho^l\} = i\varepsilon^{kl}\Omega_{\alpha\rho}\partial_t + i\varepsilon^{kl}Z_{\alpha\rho} \quad (32)$$

включает центральные заряды $Z_{\alpha\rho}$.

Связи для $1D$ векторного мультиплетта соответствуют условиям интегрируемости для c -аналитичности. Аналитические $1D$ координаты $\zeta_c = (t_c, \theta^{+\alpha})$ можно определить через стандартные гармоники $u_i^\pm \equiv u_i^{(\pm 1, 0, 0)}$. Обозначения и алгебра гармонизованных спинорных производных $D_\alpha^\pm$ подобны для случаев $D = 1$ и $D = 5$. Суперполевая напряженность для соответствующих гармонических калибровочных связностей $V_c^{\pm\pm}$ представляет собой 5-вектор $W_{\mathbf{m}}$ (или бесследовый биспинор $W_{\alpha\rho}$) по отношению к $\text{Spin}(5)$:

$$W_{\alpha\rho} \equiv \frac{1}{2}(\Gamma^{\mathbf{m}})_{\alpha\rho}W_{\mathbf{m}} = -iD_{\alpha\rho}^{(+2)}V_c^{--}, \quad D^{(+2)}W_{\alpha\rho} = 0, \quad (33)$$

где использованы $\text{Spin}(5)$ Γ -матрицы и обозначения (5).

В абелевой калибровочной группе четыре компоненты этого биспинора являются твистованными суперполями, например $D_1^\pm W_{13} = D_3^\pm W_{13} = 0$.

Эффективное действие в полном суперпространстве $D = 1$ имеет следующий вид:

$$S_1 = \int dt d^8\theta du V_c^{++} V_c^{--} f_1(W_{\mathbf{m}}). \quad (34)$$

Калибровочная инвариантность S_1 эквивалентна 5-мерному уравнению Лапласа для суперпотенциала

$$D^{(+2)}f_1(W_{\mathbf{m}}) = 0 \longrightarrow \Delta_5^w f_1(W_{\mathbf{m}}) = 0. \quad (35)$$

R_1 -инвариантный 1-мерный суперпотенциал

$$f_1^R(w_1) = g_1^{-2} + k_1 w_1^{-3} \quad (36)$$

выражается через длину 5-вектора:

$$w_1 = (W^{\rho\sigma}W_{\rho\sigma})^{1/2}. \quad (37)$$

Отметим, что подобная функция определяет кэлеров потенциал $D = 1$ калибровочной теории в $\mathcal{N} = 4$ суперполевым формализме [6].

Бигармоническая конструкция общего 5D суперпотенциала (35) требует использования гармоник $v_\alpha^{(0, \pm 1, 0)}$, $v_\alpha^{(0, 0, \pm 1)}$ группы $U\text{Sp}(4)$ [16] и соответствующей гармонической проекции биспинорного суперполя

$$f_1(W^{\alpha\rho}) = \int dv F_1[W^{(0, 1, 1)}, v_\alpha], \quad (38)$$

$$W^{(0, 1, 1)} = v_\alpha^{(0, 1, 0)} v_\rho^{(0, 0, 1)} W^{\alpha\rho}, \quad (39)$$

где рассматривается вещественная функция F_1 суперполя $W^{(0,1,1)}$ и v -гармоник. Связи для суперполя $W^{\alpha\rho}$ эквивалентны условиям v -аналитичности

$$u_i^{(\pm 1,0,0)} v_\alpha^{(0,1,0)} D^{i\alpha} W^{(0,1,1)} = u_i^{(\pm 1,0,0)} v_\alpha^{(0,0,1)} D^{i\alpha} W^{(0,1,1)} = 0 \quad (40)$$

совместно с гармоническими условиями по u - и v -переменным

$$D_c^{(\pm 2,0,0)} W^{(0,1,1)} = D_v^{(0,2,0)} W^{(0,1,1)} = 0, \quad (41)$$

$$D_v^{(0,0,2)} W^{(0,1,1)} = D_v^{(0,1,1)} W^{(0,1,1)} = 0. \quad (42)$$

По аналогии со случаями $D = 2, 3$ мы можем анализировать эквивалентную форму S_1 в v -аналитическом суперпространстве и соответствующие преобразования дуальности.

Благодарности. Автор признателен Е. А. Иванову за стимулирующие обсуждения.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 96-02-17634, РФФИ-НННО № 96-02-00180, INTAS № 93-127-ext и INTAS № 96-0308, а также грантом Узбекского фонда фундаментальных исследований № 11/97.

Список литературы

- [1] A. Galperin, E. Ivanov, S. Kalitzin, V. Ogievetsky, E. Sokatchev. Class. Quantum Gravit. 1984. V. 1. P. 469.
- [2] A. Galperin, E. Ivanov, V. Ogievetsky, E. Sokatchev. Class. Quantum Gravit. 1985. V. 2. P. 601.
- [3] Б. М. Зупник. ЯФ. 1986. Т. 44. С. 793; B. M. Zupnik. Phys. Lett. B. 1987. V. 183. P. 175.
- [4] E. Ivanov, A. Sutulin. Nucl. Phys. B. 1994. V. 432. P. 246; Class. Quantum Gravit. 1997. V. 14. P. 843.
- [5] B. M. Zupnik. Harmonic superspaces for three-dimensional theories, hep-th/9804167.
- [6] D.-E. Diaconescu, R. Entin. A non-renormalization theorem for the $d = 1$, $N = 8$ vector multiplet, hep-th/9706059.
- [7] D.-E. Diaconescu, N. Seiberg. J. High Ener. Phys. 1997. V. 7. P. 1.
- [8] O. Aharony, A. Hanany, K. Intriligator, N. Seiberg, M. J. Strassler. Nucl. Phys. B. 1997. V. 499. P. 67.
- [9] N. Seiberg. Phys. Lett. B. 1997. V. 388. P. 753.
- [10] Б. М. Зупник, Д. Г. Пак. ТМФ. 1988. Т. 77. С. 97.
- [11] Б. М. Зупник, Д. В. Хецелуц. ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1147.
- [12] S. J. Gates, C. M. Hull, M. Roček. Nucl. Phys. B. 1984. V. 248. P. 157.
- [13] O. Gorovoy, E. Ivanov. Nucl. Phys. B. 1992. V. 381. P. 394.
- [14] V. P. Berezovoj, A. I. Pashnev. Class. Quantum Gravit. 1991. V. 8. P. 2141.
- [15] E. A. Ivanov, A. V. Smilga. Phys. Lett. B. 1991. V. 257. P. 79.
- [16] E. Ivanov, S. Kalitzin, Nguen Ai Viet, V. Ogievetsky. J. Phys. A. 1985. V. 18. P. 3433.

Поступила в редакцию 9. II. 1999 г.