Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, Границы применимости двухуровневых моделей резонансного взаимодействия электронов с переменным электрическим полем в двухбарьерных структурах, *ТМФ*, 1999, том 120, номер 2, 332–341

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf780>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.197.8

26 апреля 2023 г., 16:45:11

© 1999 г.

Е. И. Голант*, А. Б. Пашковский*

ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ДВУХУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В ДВУХБАРЬЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

Проведен анализ применимости различных вариантов двухуровневого приближения к расчету электронных переходов в двухбарьерной структуре с токовой накачкой в резонансном электрическом поле конечной амплитуды. Показано, что решение, получающееся на основе простой итерации метода возмущений первого порядка по амплитуде поля, может быть существенно продолжено за область сходимости метода итераций. С другой стороны, показано, что само двухуровневое приближение становится неприменимым при значительно меньших амплитудах поля, чем обычно предполагается. Это ограничение обусловлено влиянием боковых сателлитов – нерезонансных компонент волновой функции.

1. ВВЕДЕНИЕ

Появившиеся в последнее время технологические возможности сделали весьма актуальными исследования процессов когерентного транспорта электронов в полупроводниковых наноструктурах. В качестве примера можно привести предложения по созданию когерентного квантового каскадного лазера [1–4] на переходах между уровнями размерного квантования в квантовой яме, не нарушающих когерентность прохождения электронами активного участка лазера. Ясно, что наблюдение и использование таких явлений требуют предварительного тщательного теоретического анализа и расчета. Даже максимально упростив задачу и сведя ее к одночастичному уравнению Шредингера (с гармонически зависящим от времени гамильтонианом) для электрона в квантовой яме со стенками в виде бесконечно тонких потенциальных барьеров, получить ее аналитическое решение удастся только в двухуровневом приближении, если считать квантовые переходы существенными только между двумя рабочими уровнями квантовой ямы [2, 4]. В этом приближении поиск решения по теории возмущений [2, 5] сводится к простой итерационной процедуре, когда каждое последующее приближение находится из предыдущего путем умножения на (отрицательный) параметр $-z$, где $z = (0,5q\mathcal{E}\langle 1 | x | 2 \rangle / \Gamma)^2$,

*ГНПП “Исток”, Фрязино, Московская область, Россия

$\mathcal{E}$ – амплитуда переменной составляющей электрического поля, q – заряд электрона, $\langle 1 | x | 2 \rangle$ – матричный элемент возмущения относительно рабочих уровней $| 1 \rangle$ и $| 2 \rangle$, $\Gamma = (\Gamma_1 \Gamma_2)^{1/2}$, Γ_1, Γ_2 – ширины соответствующих уровней (выражения Γ_1, Γ_2 через параметры структуры с δ -барьерами см. в работе [6]). Как известно, условием сходимости такого итерационного процесса является неравенство $|z| < 1$, при выполнении которого волновые функции на каждом уровне структуры имеют вид волновых функций приближения первого порядка, умноженных на величину $1/(1+z)$ (сумму геометрической прогрессии со знаменателем $-z$), определяющую зависимость волновых функций электрона в состояниях $| 1 \rangle$ и $| 2 \rangle$ от амплитуды поля.

Возникает вопрос, носит ли это ограничение фундаментальный физический характер или же просто является следствием того, что решение находится в виде степенного ряда, имеющего ограниченный радиус сходимости. Ясно, что с помощью доказательства аналитической зависимости решения исходной задачи от амплитуды поля можно было бы сразу сказать, что решение справедливо до тех пор, пока справедливо само двухуровневое приближение. Однако такое доказательство для рассматриваемой задачи о квантовых переходах в открытой системе с накачкой авторам неизвестно. Поэтому ниже в статье развиваются методы, позволяющие выйти за границу $|z| < 1$ и доказать аналитическую продолжаемость решения.

Этот вопрос рассматривается на примере резонансного взаимодействия электронов с высокочастотным полем в простейшей симметричной двухбарьерной структуре [7] с приложенным к ней однородным высокочастотным полем. Полученные результаты могут быть обобщены на двухбарьерные структуры с произвольными рельефом дна зоны проводимости и толщинами барьеров, а также на другие многобарьерные структуры и другие формы возмущения.

2. МЕТОД ВОЗМУЩЕНИЙ, ОСНОВАННЫЙ НА ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ

Пусть моноэнергетический пучок электронов с энергией ε падает на симметричную двухбарьерную структуру шириной a с тонкими (δ -образными) барьерами толщиной b и высотой φ_b , к которой приложено однородное электрическое поле, изменяющееся со временем по закону $\mathcal{E} \cdot \cos \omega t = E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$, $\mathcal{E} = 2E$. Для определенности считаем, что электроны движутся слева направо. Тогда с учетом сделанных выше допущений нестационарное уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \alpha \delta(x) \psi + \alpha \delta(x-a) \psi + H(x, t) \psi, \quad (1)$$

где

$$H(x, t) = -qE[x\theta(x) - \theta(x-a) + a\theta(x-a)](e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}).$$

Здесь q, m^* – заряд и масса электрона, $\alpha = \varphi_b b$, $\theta(x)$ – функция Хевисайда.

Известно, что в двухбарьерных структурах коэффициент прохождения имеет четко выраженный резонансный характер, а в симметричных структурах с тонкими барьерами величина волнового вектора $k = (2m^*\varepsilon/\hbar^2)^{1/2}$, определяющего резонансные уровни,

на которых коэффициент прохождения равен 1, находится из решения трансцендентного уравнения [7]

$$\operatorname{tg} ka = -\frac{k\hbar^2}{\alpha m^*} = -\frac{2k}{y}. \quad (2)$$

Здесь для удобства введено обозначение $y = 2m^*\alpha/\hbar^2$. Пусть электроны проходят через N -резонансный уровень структуры, а частота высокочастотного поля соответствует переходам на уровень с номером L . Далее для простоты будем считать $N > L$. При $L > N$ вычисления аналогичны. В статье [5] при достаточно малых амплитудах высокочастотного поля и достаточно мощных барьерах ($y \gg k$) показано, что волновая функция электронов внутри структуры ($0 < x < a$, $\omega_0 = \varepsilon/\hbar$) имеет вид

$$\psi \approx \psi_N(x)e^{-i\omega_0 t} + \psi_L(x)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}, \quad (3)$$

здесь

$$\begin{aligned} \psi_N(x) &= \frac{1}{1+z} \begin{cases} (1+z)\exp(ikx) - z\exp(-ikx), & x < 0, \\ A_0 \sin(kx) + B_0 \cos(kx) + \chi_{2-}(x), & 0 < x < a, \\ C_0 \exp[ik(x-a)], & x > a, \end{cases} \\ \psi_L(x) &= \frac{1}{1+z} \begin{cases} D_- \exp(-ik_-x), & x < 0, \\ A_- \sin(k_-x) + B_- \cos(k_-x) + \chi_{1-}(x), & 0 < x < a, \\ C_- \exp[ik_-(x-a)], & x > a, \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{y}{k} + i, \quad B_0 = 1, \quad C_0 = (-1)^{N+1}, \quad D_0 = 0, \quad k_- = (2m^*(\varepsilon - \hbar\omega)\hbar^{-2})^{1/2}, \\ B_- &\approx D_{1-} \approx (-1)^{L+1}C_- \approx \frac{qEy^2}{im^*\omega^2 k_-}, \quad A_- \approx \frac{qEy^3}{im^*\omega^2 k_-^2}, \\ \chi_{1-}(x) &= \frac{qEx}{\hbar\omega}\psi_0(x) + \frac{qE}{m^*\omega^2}\psi'_0(x), \\ \chi_{2-}(x) &= -\frac{qEx}{\hbar\omega}\psi_-(x) + \frac{qE}{m^*\omega^2}\psi'_-(x), \\ \psi_0(x) &= A_0 \sin(kx) + B_0 \cos(kx), \\ \psi_-(x) &= A_- \sin(k_-x) + B_- \cos(k_-x). \end{aligned}$$

Так как решение было получено в виде постоянного множителя и знакопеременного ряда

$$1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^{n+1}z^n + \dots, \quad (5)$$

где

$$z = \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{y^4}{kk_-},$$

который в области своей сходимости $|z| < 1$ представляет разложение функции $1/(1+z)$ по степеням z , то и область его применения ограничивается областью сходимости ряда (5). В соответствии с этим решение применимо при очень малых амплитудах высокочастотного поля, а функции $\chi_1-(x)$ и $\chi_2-(x)$ в статье [5] отбрасывались как малые поправки.

Для того чтобы понять, как происходит ограничение области сходимости весьма малыми амплитудами, следует проанализировать метод возмущений, примененный в статье [5]. За начальное (нулевое) приближение берется волновая функция электрона на основном рабочем уровне (по которому идет ток накачки) при полностью пустом втором уровне. Переход к следующему приближению оказывается эквивалентным (при удержании слагаемых только с максимальной степенью y) умножению предыдущего приближения на множитель $-z$, что приводит к методу простой итерации [8] – методу первого порядка, условием сходимости которого и является неравенство $|z| < 1$.

3. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ, ОСНОВАННАЯ НА РАЗЛОЖЕНИИ В РЯД АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Естественно попытаться построить теорию возмущений на основе безытерационного метода, т.е. прямым разложением в ряд аналитического решения уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - 2Ex\psi \cos \omega t, \quad (6)$$

для электрона в свободном пространстве с гармонически меняющимся во времени электрическим полем постоянной амплитуды $2E$. Точное установившееся решение уравнения (6), переходящее при $E = 0$ в плоскую монохроматическую волну, имеет вид [9]

$$\psi(x, t) = \exp \left\{ ikx - i\omega_0 t + \frac{2iqEx}{\hbar\omega} \sin \omega t + \frac{2iqEk}{m^*\omega^2} \cos \omega t - \frac{i(qE)^2}{m^*\hbar\omega^3} \left(\omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right) \right\} \quad (7)$$

(для уравнения Шредингера в квазиклассическом случае подобное решение найдено в работе [10], а для уравнения Дирака приведено, в частности, в книге [11]).

В рамках двухуровневого приближения искомая волновая функция представляется в виде линейной комбинации четырех волновых функций (7), соответствующих волнам, бегущим по уровням N и L в противоположных направлениях. Линеаризуя эту комбинацию по амплитуде поля E и оставляя члены только с $\exp(-i\omega_0 t)$ и $\exp[-i(\omega_0 - \omega)t]$ (двухуровневое приближение), для соответствующих волновых функций можно записать:

при $0 < x < a$

$$\begin{aligned}\psi_N(x, t) = & \left\{ A \sin(kx) + B \cos(kx) - \frac{qEx}{\hbar\omega} (A_- \sin(k_-x) + B_- \cos(k_-x)) + \right. \\ & \left. + \frac{qEk_-}{m^*\omega^2} (A_- \cos(k_-x) - B_- \sin(k_-x)) \right\} e^{-i\omega_0 t}, \\ \psi_L(x, t) = & \left\{ A_- \sin(k_-x) + B_- \cos(k_-x) + \frac{qEx}{\hbar\omega} (A \sin(kx) + B \cos(kx)) + \right. \\ & \left. + \frac{qEk}{m^*\omega^2} (A \cos(kx) - B \sin(kx)) \right\} e^{-i(\omega_0 - \omega)t};\end{aligned}\quad (8)$$

при $x < 0$

$$\psi(x, t) = (\exp(ikx) + D \exp(-ikx)) e^{-i\omega_0 t} + D_- \exp(-ik_-x) e^{-i(\omega_0 - \omega)t}; \quad (9)$$

при $x > a$ (см. [9])

$$\begin{aligned}\psi(x, t) = & (C \exp[ik(x-a)] - \frac{qEa}{\hbar\omega} C_- \exp[ik_-(x-a)]) e^{-i\omega_0 t} + \\ & + (C_- \exp[ik_-(x-a)] + \frac{qEa}{\hbar\omega} C \exp[ik(x-a)]) e^{-i(\omega_0 - \omega)t}.\end{aligned}\quad (10)$$

Подобрав неизвестные пока постоянные коэффициенты волновой функции (8)–(10) так, чтобы удовлетворить граничным условиям на барьерах, получим линейный член разложения точного решения по параметру

$$\frac{qEa}{\hbar\omega} \ll 1. \quad (11)$$

Следует отметить, что условие (11) выполняется при амплитудах поля гораздо больше тех, что удовлетворяют условию $|z| < 1$.

Сшивая волновую функцию на барьерах в каждый момент времени для коэффициентов $A, B, C, D, A_-, B_-, C_-, D_-$, можно получить систему уравнений

$$\begin{pmatrix} M(k) & S \\ W & M(k_-) \end{pmatrix} (\alpha_i) = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

здесь

$$\begin{aligned}M(k) = & \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ ik - y & k & 0 & 0 \\ 0 & \sin(ka) & \cos(ka) & -1 \\ 0 & -k \cos(ka) & k \sin(ka) & ik - y \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -1 \\ ik + y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ W = & \begin{pmatrix} 0 & w_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{23} & 0 \\ 0 & w_{32} & w_{33} & w_{34} \\ 0 & w_{42} & w_{43} & w_{44} \end{pmatrix}, \quad (\alpha_i) = \begin{pmatrix} P \\ P_- \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} D \\ A \\ B \\ C \end{pmatrix}, \quad y = \frac{2m^*\alpha}{\hbar^2},\end{aligned}\quad (13)$$

где

$$\begin{aligned}
 w_{12}(k) &= -\frac{qEk}{m^*\omega^2}, \quad w_{23} = -\frac{qE}{\hbar\omega} \left(\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega} \right), \quad w_{34} = -\frac{qEa}{\hbar\omega}, \\
 w_{32}(k) &= \frac{qEa}{\hbar\omega} \sin(ka) + \frac{qEk}{m^*\omega^2} \cos(ka), \quad w_{44}(k) = -\frac{qEa}{\hbar\omega} (ik - y), \\
 w_{33}(k) &= \frac{qEa}{\hbar\omega} \cos(ka) - \frac{qEk}{m^*\omega^2} \sin(ka), \\
 w_{42}(k) &= \frac{qE}{\hbar\omega} \left(\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega} \right) \sin(ka) - \frac{qEak}{\hbar\omega} \cos(ka), \\
 w_{43}(k) &= \frac{qE}{\hbar\omega} \left(\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega} \right) \cos(ka) + \frac{qEak}{\hbar\omega} \sin(ka).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Матрица S имеет тот же вид, что и матрица W , с той лишь разницей, что

$$\begin{aligned}
 s_{12} &= w_{12}(k_-), \quad s_{23} = w_{23}, \quad s_{34} = -w_{34}, \quad s_{44} = -w_{44}(k_-), \\
 s_{32} &= -\frac{qEa}{\hbar\omega} \sin(k_-a) + \frac{qEk_-}{m^*\omega^2} \cos(k_-a), \\
 s_{33} &= \frac{qEa}{\hbar\omega} \cos(k_-a) + \frac{qEk_-}{m^*\omega^2} \sin(k_-a), \\
 s_{42} &= \frac{qE}{\hbar\omega} \left(\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega} \right) \sin(k_-a) + \frac{qEak_-}{\hbar\omega} \cos(k_-a), \\
 s_{43} &= \frac{qE}{\hbar\omega} \left(\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega} \right) \cos(k_-a) - \frac{qEak_-}{\hbar\omega} \sin(k_-a).
 \end{aligned} \tag{15}$$

Можно показать, что с учетом условия (11) определитель системы (12)

$$\Delta = \Delta(M(k))\Delta(M(k_-))(1 + z + \gamma). \tag{16}$$

При этом, т.к. $y/k \gg 1$, то выполняется неравенство $z \gg \gamma$, и, таким образом, получаем

$$\Delta = \Delta(M(k))\Delta(M(k_-))(1 + z). \tag{17}$$

Далее можно убедиться, что определители для расчета неизвестных коэффициентов волновой функции (8)–(10) методом Крамера ($\alpha_i = \Delta_{\alpha_i}(E)/\Delta$) представляются в виде

$$\Delta_{\alpha_i}(E) = \Delta_{\alpha_i}(E=0) \left(1 + \rho_i \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 y^2 \right), \tag{18}$$

где ρ – численный множитель порядка единицы. Из формул (17), (18) следует, что, по крайней мере при выполнении условия

$$\left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 y^2 \ll 1, \tag{19}$$

волновая функция (8)–(10), соответствующая первому приближению теории возмущений, которая основана на аналитическом решении (7), полностью совпадает с волновой

функцией (3), (4), полученной суммированием бесконечного ряда теории возмущений, основанной на итерационном методе [5].

Поскольку условие применимости итерационного метода [5]

$$z = \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{y^4}{kk_-} \leq 1 \quad (20)$$

в y^2/kk_- раз более жесткое, чем условие (19), то решение (3), (4) может быть продолжено далеко за область сходимости ряда (5).

4. РАСПАДАЮЩАЯСЯ КВАНТОВАЯ СИСТЕМА С ЭЛЕКТРОННОЙ НАКАЧКОЙ

При достаточно высоких барьерах двухбарьерную структуру можно рассматривать как типичную распадающуюся квантовую систему [12], время распада которой τ определяется туннелированием через барьеры

$$\tau^{-1} = \frac{\Gamma}{\hbar} = \frac{\hbar k}{2am^*} (|T_1|^2 + |T_2|^2), \quad (21)$$

где $|T_1|$, $|T_2|$ представляют собой электронные прозрачности (коэффициенты прохождения) первого и второго барьеров, соответственно. В случае δ -барьера эти прозрачности приближенно равны k/y . В двухуровневом приближении волновую функцию такой системы можно представить в виде

$$\psi(x, t) = b_N(t)\psi_N(x)e^{-i\omega_N t} + b_L(t)\psi_L(x)e^{-i\omega_L t}, \quad (22)$$

где $\psi_N(x)$, $\psi_L(x)$ – нормированные на единицу собственные функции, соответствующие энергетическим уровням структуры с полностью непрозрачными барьерами $|T_1| \approx |T_2| \approx 0$. По аналогии с замкнутой квантовой системой динамику распадающейся двухуровневой системы с накачкой можно описать уравнениями

$$\begin{aligned} \hbar \frac{db_N}{dt} + \Gamma_N(b_N - b_0) &= -ib_L qE \langle N | x | L \rangle e^{-i(\omega_N - \omega_L + \omega)t}, \\ \hbar \frac{db_L}{dt} + \Gamma_L b_L &= -ib_N qE \langle L | x | N \rangle e^{-i(\omega_L - \omega_N - \omega)t}, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\langle N | x | L \rangle = \langle L | x | N \rangle = \frac{a}{\pi^2} \frac{NL}{(N^2 - L^2)^2} \quad (24)$$

есть матричный элемент x в квантовой яме, b_0 – параметр, характеризующий накачку.

С другой стороны, если электроны накачки поступают в структуру с энергией ω_0 , достаточно близкой к ω_N , а монохроматическое возмущающее поле имеет частоту $\omega \approx \omega_N - \omega_L$, то в установившемся режиме при $t \rightarrow \infty$ волновая функция должна иметь вид

$$\psi(x, t) = c_N \psi_N(x) e^{-i\omega_0 t} + c_L \psi_L(x) e^{-i(\omega_0 - \omega)t} \quad (25)$$

при

$$\frac{dc_N}{dt} = \frac{dc_L}{dt} = 0.$$

Сравнивая соотношения (22) и (25), находим

$$b_N = c_N e^{-i(\omega_0 - \omega_N)t}, \quad b_L = c_L e^{-i(\omega_0 - \omega - \omega_L)t} \quad (26)$$

и представляем параметр накачки в виде

$$b_0 = c_0 e^{-i(\omega_0 - \omega_N)t}, \quad (27)$$

где $dc_0/dt = 0$.

Следует отметить, что при точном резонансе $b_N = c_N$, $b_L = c_L$, $b_0 = c_0$. Подставляя выражения для b_N , b_L и b_0 в уравнения (23), находим связь между постоянными коэффициентами c_N , c_L и c_0 :

$$\begin{aligned} -i\hbar(\omega_0 - \omega_N)c_N + \Gamma_N(c_N - c_0) &= -ic_L q E a \langle N | x | L \rangle, \\ -i\hbar(\omega_0 - \omega - \omega_L)c_L + \Gamma_L c_L &= -ic_N q E a \langle L | x | N \rangle. \end{aligned} \quad (28)$$

После несложных вычислений, получаем следующую искомую связь амплитуд волновой функции (25) с параметром c_0 , характеризующим накачку:

$$\begin{aligned} c_N &= c_0(\Delta\omega) \left\{ 1 + \frac{(qE \langle N | x | L \rangle)^2}{(\Gamma_N - i\hbar(\omega_0 - \omega_N))(\Gamma_L - i\hbar(\omega_0 - \omega - \omega_L))} \right\}^{-1}, \\ c_L &= c_N \frac{qE \langle N | x | L \rangle}{(\Gamma_L - i\hbar(\omega_0 - \omega - \omega_L))}, \quad c_0(\Delta\omega) = c_0 \frac{\Gamma_N}{(\Gamma_N - i\hbar(\omega_0 - \omega_N))}. \end{aligned} \quad (29)$$

Для строго резонансного случая при $\omega_0 = \omega_N$, $\omega = \omega_N - \omega_L$ можно показать, что волновая функция (25) с коэффициентами (29) совпадает с волновой функцией, полученной ранее методом возмущений (4), в частности $c_N/c_0 = 1/(1+z)$, где $z = (qE \langle N | x | L \rangle / \Gamma)^2$, $\Gamma = (\Gamma_N \Gamma_L)^{1/2}$. Следует отметить, что приведенный подход к данной задаче, как к задаче о резонансном взаимодействии переменного поля с распадающейся квантовой системой с электронной накачкой, справедлив при любой форме барьеров, ограничивающих квантовую яму. Кроме того, путем замены матричного элемента $\langle N | x | L \rangle$ на $\langle N | f(x) | L \rangle$ этот подход позволяет рассчитывать структуры с произвольной формой переменного поля $f(x)$. Ясно, что такой подход, в отличие от рассмотренных ранее методов возмущений, не содержит внутренних ограничений на величину амплитуды приложенного поля.

5. ПРИМЕНИМОСТЬ ДВУХУРОВНЕВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Возникает вопрос, при каких амплитудах высокочастотного поля вообще справедливо приближение двухуровневой системы. Чтобы ответить на это, оценим амплитуду поля, при которой станут существенными переходы в область нерезонансных энергий. Для этого предположим, что одним из рассмотренных выше методов получена волновая функция ψ резонансной двухуровневой системы, и оценим поправку второго порядка ψ_2 , возникающую при учете квазиэнергетического состояния, отстоящего на величину $\hbar\omega$ от резонансного уровня. Предварительно необходимо отметить, что возможность учета лишь близлежащих нерезонансных квазиэнергетических уровней обусловлена применением только двух первых порядков теории возмущений по параметру (11). С помощью результатов работы [5] легко показать, что максимальная степень большого параметра y/k в поправке к волновой функции, оставаясь неизменной при переходах на нерезонансный квазиэнергетический уровень, увеличивается на 2 при переходах на резонансный. Таким образом, поправка второго порядка к волновой функции двухуровневой системы вследствие переходов электронов в нерезонансную область и обратно пропорциональна $(y/k)^2$, т.е.

$$\psi_2 \sim \psi \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 y^2. \quad (30)$$

Отметим, что для переходов между резонансными уровнями функция (30) имеет порядок $\psi_2 \sim (y/k)^4 \psi$. Таким образом, влияние нерезонансных переходов на волновую функцию основного состояния несущественно при выполнении условия (19) или

$$z \ll \frac{y^2}{kk_-} \approx |T|^{-2}, \quad (31)$$

что и может служить критерием применимости двухуровневого приближения в рассматриваемой задаче. Заметим, что полученный критерий, совпадающий с условием применимости (19) описанного выше метода разложения в ряд, с одной стороны, существенно более мягкий (в $|T|^{-2}$ раз) по сравнению с условием сходимости ряда теории возмущений $|z| < 1$, а, с другой стороны, приблизительно в $|T|^{-1}$ раз более жесткий по сравнению с критерием (11), используемым на основе иных соображений в работе [4].

Другими словами, амплитуда энергии переменного электрического поля $2qEa$, допускающая сходимость итерационного метода, ограничивается неравенством $2qEa \leq \Gamma a / \langle N | x | L \rangle$, в то время как применимость двухуровневого приближения имеет вид $2qEa \ll (|T| |T_-|)^{-1/2} \Gamma a / \langle N | x | L \rangle$, где $\langle N | x | L \rangle$ определяется формулой (24). Легко видеть, что $\Gamma \rightarrow 0$ при $|T| \rightarrow 0$ и максимально допустимая энергия поля в обоих случаях стремится к нулю. Таким образом, чем меньше ширина уровня, тем при меньших энергиях поля “работает” двухуровневое приближение. Однако, как было показано в статьях [2, 5], как раз при амплитудах порядка $\Gamma a / \langle N | x | L \rangle$ происходит наиболее существенное перераспределение электронов между уровнями под действием переменного поля. Поэтому весьма важно было показать применимость двухуровневого приближения в этих условиях.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше был проведен анализ применимости различных вариантов двухуровневого приближения к расчету электронных переходов в двухбарьерной структуре с токовой накачкой в резонансном электрическом поле конечной амплитуды. Показано, что решение, получающееся на основе простой итерации метода возмущений первого порядка по амплитуде поля типа $1/(1+z)$, может быть существенно продолжено за границу области сходимости метода итераций $|z| = 1$. С другой стороны, показано, что само двухуровневое приближение становится неприменимым при значительно меньших амплитудах поля, чем обычно предполагается, причем это ограничение обусловлено влиянием нерезонансных компонент волновой функции. Тем самым решение на основе ряда теории возмущений оказывается справедливым при всех амплитудах поля, когда вообще справедливо двухуровневое приближение.

Благодарности. Данная работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 97-02-16652, и Научного совета по программе “Физика твердотельных наноструктур”, грант № 97-1094.

Список литературы

- [1] *Е. И. Голант, А. Б. Паиковский, А. С. Тагер.* Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20(21). С. 74.
- [2] *Е. И. Голант, А. Б. Паиковский.* ЖЭТФ. 1997. Т. 112. № 1. С. 237.
- [3] *M. Kira.* Phys. Rev. B. 1996. V. 53. P. 15789.
- [4] *В. Ф. Елесин.* ЖЭТФ. 1997. Т. 112. № 2. С. 483.
- [5] *Е. И. Голант, А. Б. Паиковский.* Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. № 7. С. 559.
- [6] *И. В. Беляева, Е. И. Голант, А. Б. Паиковский.* ФТП. 1997. Т. 31. № 2. С. 137.
- [7] *В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган.* Задачи по квантовой механике. М.: Наука, 1981.
- [8] *Н. Н. Калиткин.* Численные методы. М.: Наука, 1978.
- [9] *А. Б. Паиковский.* ЖЭТФ. 1996. Т. 109. № 5. С. 1779.
- [10] *В. В. Вьюков, В. И. Рыжий.* ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 3. С. 1158.
- [11] *В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
- [12] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 27.XI.1998 г.