Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, Что происходит в окрестности сферы Шварцшильда при наличии массы покоя гравитона, *ТМФ*, 1999, том 121, номер 1, 4–24

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf795>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 12:28:41

© 1999 г. А. А. Логунов*, М. А. Мествиришвили*

ЧТО ПРОИСХОДИТ В ОКРЕСТНОСТИ СФЕРЫ ШВАРЦШИЛЬДА ПРИ НАЛИЧИИ МАССЫ ПОКОЯ ГРАВИТОНА

В рамках релятивистской теории гравитации подробно рассматривается решение для статического сферически-симметричного тела. Путем сравнения этого решения с решением Шварцшильда в общей теории относительности устанавливается их существенное различие в области, близкой к сфере Шварцшильда, которое и исключает возможность коллапса с образованием “черных дыр”.

Данный вопрос впервые был рассмотрен в релятивистской теории гравитации (РТГ) в работе [1], где было установлено, что в вакууме на сфере Шварцшильда метрический коэффициент эффективного риманова пространства g_{00} отличен от нуля, тогда как g_{11} имеет полюс. Эти изменения, возникшие в теории из-за массы гравитона, приводят к эффекту “отскока” падающих частиц и света от сингулярности на сфере Шварцшильда, а следовательно, к отсутствию “черных дыр”. В дальнейшем в работе [2] был проведен подробный анализ этой задачи в РТГ, который уточнил ряд вопросов, но в то же время показал, что “отскок” происходит вблизи сферы Шварцшильда. Ввиду важности данного вопроса мы вновь возвращаемся к его анализу с целью более просто и ясно показать, что в той точке в вакууме, где метрический коэффициент эффективного риманова пространства g_{11} имеет полюс, другой метрический коэффициент g_{00} не обращается в нуль.

В РТГ [3] гравитационное поле рассматривается как физическое поле в пространстве Минковского. Источником такого поля является универсальная сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса всей материи, включая и гравитационное поле. Именно это обстоятельство приводит к тому, что возникает эффективное риманово пространство из-за действия гравитационного поля. Движение вещества в пространстве Минковского под действием гравитационного поля происходит так, как если бы оно двигалось в эффективном римановом пространстве. Полевой подход к гравитации с необходимостью требует введения массы покоя гравитона. В РТГ, в отличие от общей теории относительности (ОТО), имеют место инерциальные системы координат, а следовательно, ускорение обладает абсолютным смыслом. Силы инерции и гравитации разделе-

*Институт физики высоких энергий, г. Протвино Московской области, Россия

ны, поскольку они совершенно разной природы. Специальный принцип относительности справедлив для всех физических полей, в том числе и для гравитационного. Из теории следует, что гравитационные силы в ньютоновом приближении являются силами притяжения. Поскольку физическое поле может быть описано в одной системе координат, это означает, что эффективное риманово пространство имеет простую топологию и задается в одной карте. В РТГ реализуется принцип Маха – инерциальная система координат определяется распределением материи. В теории справедлив принцип соответствия: при выключении гравитационного поля кривизна пространства исчезает, и мы оказываемся в пространстве Минковского в ранее заданной системе координат.

Уравнения РТГ имеют вид

$$R_{\nu}^{\mu} - \frac{1}{2}\delta_{\nu}^{\mu}R + \frac{1}{2}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\left(\delta_{\nu}^{\mu} + g^{\mu\alpha}\gamma_{\alpha\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\nu}^{\mu}g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}\right) = \kappa T_{\nu}^{\mu}, \quad (1)$$

$$D_{\mu}\tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu}$, $g = \det g_{\mu\nu}$, R_{ν}^{μ} – тензор Риччи, $\kappa = 8\pi G/c^2$, G – гравитационная постоянная, D_{μ} – ковариантная производная в пространстве Минковского, $\gamma_{\mu\nu}(x)$ – метрический тензор пространства Минковского в произвольных криволинейных координатах. Уравнения (1) и (2) общековариантны относительно произвольных координатных преобразований с якобианом, отличным от нуля. Они также лоренц-инвариантны относительно преобразований от одной инерциальной системы в галилеевых координатах к другой. Уравнение (2) исключает из тензорного поля представления, соответствующие спинам 1 и $0'$, оставляя лишь представления со спинами 2 и 0. Уравнения движения вещества являются следствиями уравнений (1) и (2). Определим теперь гравитационное поле, создаваемое сферически-симметричным статическим источником. Общий вид интервала эффективного риманова пространства для такого источника имеет вид

$$ds^2 = g_{00} dt^2 + 2g_{01} dt dr + g_{11} dr^2 + g_{22} d\Theta^2 + g_{33} d\Phi^2. \quad (3)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} g_{00}(r) &= U(r), & g_{01}(r) &= B(r), & g_{11}(r) &= -\left[V(r) - \frac{B^2(r)}{U(r)}\right], \\ g_{22}(r) &= -W^2(r), & g_{33}(r, \Theta) &= -W^2(r) \sin^2 \Theta. \end{aligned} \quad (4)$$

Компоненты контравариантного метрического тензора равны

$$\begin{aligned} g^{00}(r) &= \frac{1}{U}\left(1 - \frac{B^2}{UV}\right), & g^{01}(r) &= -\frac{B}{UV}, & g^{11}(r) &= -\frac{1}{V}, \\ g^{22}(r) &= -\frac{1}{W^2}, & g^{33}(r, \Theta) &= -\frac{1}{W^2 \sin^2 \Theta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Детерминант метрического тензора $g_{\mu\nu}$ имеет вид

$$g = \det g_{\mu\nu} = -UVW^4 \sin^2 \Theta. \quad (6)$$

Для решения, имеющего физический смысл, должно выполняться условие

$$g < 0. \quad (7)$$

Для сферических координат допускается обращение g в нуль только в точке $r = 0$. На основании (5) и (6) найдем компоненты плотности метрического тензора

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g} g^{\mu\nu}. \quad (8)$$

Они имеют вид

$$\tilde{g}^{00} = \frac{W^2}{\sqrt{UV}} \left(V - \frac{B^2}{U} \right) \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{01} = -\frac{BW^2}{\sqrt{UV}} \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{11} = -\sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \sin \Theta, \quad (9)$$

$$\tilde{g}^{22} = -\sqrt{UV} \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{33} = -\frac{\sqrt{UV}}{\sin \Theta}. \quad (9')$$

Все рассмотрение будем вести в инерциальной системе в сферических координатах. Интервал в пространстве Минковского есть

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (10)$$

Отличные от нуля символы Кристоффеля в пространстве Минковского, определяемые по формуле

$$\gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} \gamma^{\lambda\sigma} (\partial_{\mu} \gamma_{\sigma\nu} + \partial_{\nu} \gamma_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma} \gamma_{\mu\nu}), \quad (11)$$

равны

$$\begin{aligned} \gamma_{22}^1 &= -r, & \gamma_{33}^1 &= -r \sin^2 \Theta, & \gamma_{12}^2 &= \gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \\ \gamma_{33}^2 &= -\sin \Theta \cos \Theta, & \gamma_{23}^3 &= \operatorname{ctg} \Theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Запишем уравнение (2) в развернутом виде

$$D_{\mu} \tilde{g}^{\mu\nu} = \partial_{\mu} \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\lambda\sigma}^{\nu} \tilde{g}^{\lambda\sigma} = 0. \quad (13)$$

В галилеевых координатах пространства Минковского они имеют вид

$$\partial_{\mu} \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (14)$$

В случае статического гравитационного поля получаем из (14)

$$\partial_i \tilde{g}^{i\nu} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (15)$$

С помощью тензорного закона преобразования можно выразить компоненты $\tilde{g}^{i0}$ в декартовых координатах через компоненты в сферических координатах

$$\tilde{g}^{i0} = -\frac{BW^2}{\sqrt{UV}} \frac{x^i}{r^3}, \quad \sqrt{-g} = \frac{1}{r^2} \sqrt{UV} W^2. \quad (16)$$

Здесь x^i – пространственные декартовы координаты. Полагая в (15) $\nu = 0$ и интегрируя по сферическому объему после применения теоремы Гаусса–Остроградского, получим интеграл по поверхности сферы

$$\oint \tilde{g}^{i0} ds_i = -\frac{BW^2}{r^3 \sqrt{UV}} \oint (\vec{x} d\vec{s}) = 0. \quad (17)$$

Принимая во внимание равенство

$$\oint (\vec{x} d\vec{s}) = 4\pi r^3, \quad (18)$$

получим

$$\frac{BW^2}{\sqrt{UV}} = 0. \quad (19)$$

Поскольку уравнение (14) справедливо как внутри вещества, так и вне его, (19) должно выполняться для любого значения r . Но т.к. в силу (7) U , V и W не могут всюду равняться нулю, то из (19) следует

$$B = 0. \quad (20)$$

Интервал (3) эффективного риманова пространства принимает вид

$$ds^2 = U dt^2 - V dr^2 - W^2 (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (21)$$

На основании (20) следует, что не существует статического решения уравнений Гильберта–Эйнштейна в гармонических координатах, содержащего в интервале член вида

$$B(r) dt dr. \quad (22)$$

Тензор энергии-импульса вещества имеет вид

$$T_\nu^\mu = \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) v^\mu v_\nu - \delta_\nu^\mu \frac{p}{c^2}. \quad (23)$$

В выражении (23) ρ – плотность массы вещества, p – изотропное давление, а

$$v^\mu = \frac{dx^\mu}{ds} \quad (24)$$

– четырехскорость, удовлетворяющая условию

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 1. \quad (25)$$

Из уравнений (1) и (2) следует

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu = 0, \quad (26)$$

где ∇_μ – ковариантная производная в эффективном римановом пространстве с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$. В случае статического тела

$$v^i = 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad v^0 = \frac{1}{\sqrt{U}}, \quad (27)$$

и поэтому

$$T_0^0 = \rho(r), \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{p(r)}{c^2}, \quad T_\nu^\mu = 0, \quad \mu \neq \nu. \quad (28)$$

Для интервала (21) символы Кристоффеля, отличные от нуля, равны

$$\begin{aligned} \Gamma_{01}^0 &= \frac{1}{2U} \frac{dU}{dr}, & \Gamma_{00}^1 &= \frac{1}{2V} \frac{dU}{dr}, & \Gamma_{11}^1 &= \frac{1}{2V} \frac{dV}{dr}, \\ \Gamma_{22}^1 &= -\frac{W}{V} \frac{dW}{dr}, & \Gamma_{33}^1 &= \sin^2 \Theta \Gamma_{22}^1, \\ \Gamma_{12}^2 &= \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{W} \frac{dW}{dr}, & \Gamma_{33}^2 &= -\sin \Theta \cos \Theta, & \Gamma_{23}^3 &= \operatorname{ctg} \Theta. \end{aligned} \quad (29)$$

Используя выражение для тензора Риччи

$$R_{\mu\nu} = \partial_\sigma \Gamma_{\mu\nu}^\sigma - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\sigma + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\sigma\lambda}^\lambda - \Gamma_{\mu\lambda}^\sigma \Gamma_{\sigma\nu}^\lambda, \quad R_\nu^\mu = g^{\mu\lambda} R_{\lambda\nu} \quad (30)$$

и подставляя в него выражения для символов Кристоффеля из (29), уравнение (1) для функций U , V и W можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{V} \right) + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = \kappa \rho, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{1}{UVW} \frac{dW}{dr} \frac{dU}{dr} + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = -\kappa \frac{p}{c^2}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{VW} W'' - \frac{1}{2UV} U'' + \frac{1}{2WV^2} W'V' + \frac{1}{4VU^2} (U')^2 + \\ + \frac{1}{4UV^2} U'V' - \frac{1}{2UVW} W'U' + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} + \frac{1}{V} \right) \right] = -\kappa \frac{p}{c^2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Уравнение (13) с учетом (12), (9) и (20) приводится к виду

$$\frac{d}{dr} \left(\sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \right) = 2r \sqrt{UV}. \quad (34)$$

Заметим, что в силу тождества Бьянки и уравнения (2) одно из уравнений (31)–(33) является следствием остальных. В дальнейшем в качестве независимых мы возьмем уравнения (31), (32) и (34).

Уравнение (26) запишем в развернутом виде

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu \equiv \partial_\mu T_\nu^\mu + \Gamma_{\alpha\mu}^\mu T_\nu^\alpha - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha T_\alpha^\mu = 0. \quad (35)$$

Используя выражения (28) и (29), получим

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dr} = -\frac{\rho + \frac{p}{c^2}}{2U} \frac{dU}{dr}. \quad (36)$$

Принимая во внимание тождество

$$\frac{1}{W^2 \left(\frac{dW}{dr}\right)} \frac{d}{dr} \left[\frac{W}{V} \left(\frac{dW}{dr}\right)^2 \right] = \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr}\right)^2 + \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} + \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{V}\right), \quad (37)$$

уравнение (31) мы можем записать в форме

$$1 - \frac{d}{dW} \left[\frac{W}{V \left(\frac{dr}{dW}\right)^2} \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \left[W^2 - r^2 + \frac{W^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V}\right) \right] = \kappa W^2 \rho. \quad (38)$$

Аналогично преобразуем уравнение (32):

$$1 - \frac{W}{V \left(\frac{dr}{dW}\right)^2} \frac{d}{dW} \ln(UW) + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \left[W^2 - r^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V}\right) \right] = -\kappa \frac{W^2 p}{c^2}. \quad (39)$$

Уравнения (34) и (36) запишем в виде

$$\frac{d}{dW} \left(W^2 \sqrt{\frac{U}{V}} \right) = 2r \sqrt{UV} \frac{dr}{dW}, \quad (40)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dW} = -\left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dW}. \quad (41)$$

Перейдем в уравнениях (38)–(41) к безразмерным переменным. Пусть l – радиус Шварцшильда источника, масса которого равна M ,

$$l = \frac{2GM}{c^2}. \quad (42)$$

Введем новые переменные x и z :

$$W = lx, \quad r = lz. \quad (43)$$

Уравнения (38)–(41) принимают вид

$$1 - \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \right) + \varepsilon \left[x^2 - z^2 + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) \right] = \tilde{\kappa} x^2 \rho(x), \quad (38')$$

$$1 - \frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \frac{d}{dx} \ln(xU) + \varepsilon \left[x^2 - z^2 - \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) \right] = -\tilde{\kappa} \frac{x^2 p(x)}{c^2}, \quad (39')$$

$$\frac{d}{dx} \left(x^2 \sqrt{\frac{U}{V}} \right) = 2z \frac{dz}{dx} \sqrt{UV}, \quad (40')$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dx} = - \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dx}. \quad (41')$$

Здесь ε – безразмерная постоянная:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{2GMm}{\hbar c} \right)^2, \quad \tilde{\kappa} = \kappa l^2. \quad (44)$$

Сумма и разность уравнений (38') и (39') равны

$$2 - \frac{d}{dx} \left[\frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \right] - \frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \frac{d}{dx} \ln(xU) + 2\varepsilon(x^2 - z^2) = \tilde{\kappa} x^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right), \quad (45)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \right] - \frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \frac{d}{dx} \ln(xU) - \varepsilon x^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) = -\tilde{\kappa} x^2 \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right). \quad (46)$$

Введем новые функции A и η :

$$U = \frac{1}{x\eta A}, \quad V = \frac{x}{A \left(\frac{dz}{dx} \right)^2}. \quad (47)$$

В этих новых переменных уравнение (45) принимает вид

$$A \frac{d \ln \eta}{dx} + 2 + 2\varepsilon(x^2 - z^2) = \tilde{\kappa} x^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right). \quad (48)$$

Уравнение (38') записывается в форме

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \varepsilon(x^2 - z^2) + \varepsilon \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \tilde{\kappa} x^2 \rho(x). \quad (49)$$

Согласно условию причинности (см. дополнение)

$$\gamma_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = 0, \quad (50)$$

$$g_{\mu\nu} U^\mu U^\nu \leq 0 \quad (50')$$

легко установить неравенство

$$U \leq V. \quad (51)$$

Для нашей задачи можно ограничиться только значениями x и z из интервала

$$0 \leq x \ll \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}}, \quad 0 \leq z \ll \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}}. \quad (52)$$

Эти неравенства ограничивают сверху r, W значением

$$r, W \ll \frac{\hbar}{mc}. \quad (53)$$

При таком ограничении уравнение (49) принимает вид

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \varepsilon \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \tilde{\kappa} x^2 \rho(x). \quad (54)$$

Вне вещества имеем

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \varepsilon \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right). \quad (55)$$

По условию причинности (51) вне вещества имеет место неравенство

$$\frac{dA}{dx} \geq 1. \quad (56)$$

Интегрируя (54) в интервале $(0, x)$, получим

$$A(x) = x + \frac{\varepsilon}{2} \int_0^x x'^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) dx' - \tilde{\kappa} \int_0^x x'^2 \rho(x') dx'. \quad (57)$$

В (57) величина $A(0)$ положена равной нулю, поскольку если бы она была отлична от нуля, то функция $V(x)$ обратилась бы в нуль при x , стремящемся к нулю, что физически недопустимо. На основании (56) функция $A(x)$ вне вещества монотонно возрастает по x , а поэтому она может иметь только один корень

$$A(x_1) = 0, \quad x_1 > x_0. \quad (58)$$

На основании (57) имеем

$$x_1 = 1 - \frac{\varepsilon}{2} \int_0^{x_1} x'^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) dx'. \quad (59)$$

Здесь мы учли, что при выборе l в форме (42)

$$\tilde{\kappa} \int_0^{x_0} x'^2 \rho(x') dx' = 1.$$

Вещество сосредоточено в сфере $0 \leq x \leq x_0$.

Из-за массы гравитона нуль функции A сдвинут вовнутрь сферы Шварцшильда. Поскольку при x , стремящемся к x_1 , $V(x)$ стремится к бесконечности, т.к. $A(x)$ стремится к нулю, то найдется такая окрестность точки x_1 :

$$x_1(1 - \lambda_1) \leq x \leq x_1(1 + \lambda_2), \quad \lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > 0 \quad (60)$$

(λ_1 и λ_2 принимают малые фиксированные значения), в которой будет иметь место неравенство

$$\frac{1}{U} \gg \frac{1}{V}. \quad (61)$$

В этом приближении получим

$$A(x) = x - x_1 + \frac{\varepsilon}{2} \int_{x_1}^x dx' x'^2 \frac{1}{U}. \quad (62)$$

Подставляя в это выражение U в форме (47), найдем

$$A(x) = x - x_1 + \frac{\varepsilon}{2} \int_{x_1}^x dx' x'^3 \eta(x') A(x'). \quad (63)$$

В области изменения x в интервале (60) в подынтегральном выражении можно заменить x^3 на x_1^3 :

$$A(x) = x - x_1 + \frac{\varepsilon}{2} x_1^3 \int_{x_1}^x \eta(x') A(x') dx'. \quad (64)$$

Отсюда получим

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} x_1^3 \eta(x) A(x). \quad (65)$$

В рассматриваемом приближении (52) уравнение (48) принимает вид

$$A \frac{d \ln \eta}{dx} + 2 = 0. \quad (66)$$

Введем новую функцию

$$f(x) = \frac{x_1^3}{2} \eta(x) A(x). \quad (67)$$

Уравнение (65) принимает вид

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \varepsilon f(x), \quad (68)$$

а уравнение (66) – форму

$$\frac{A}{f} \frac{df}{dx} - \frac{dA}{dx} = -2. \quad (69)$$

Из уравнений (68) и (69) находим

$$A(x) = - \frac{(1 - \varepsilon f)f}{\left(\frac{df}{dx}\right)}. \quad (70)$$

Из выражения (67) получим

$$\eta(x) = -\frac{2 \frac{df}{dx}}{x_1^3 (1 - \varepsilon f)}. \quad (71)$$

Подставляя (70) и (71) в (47), найдем

$$U = \frac{x_1^3}{2xf}, \quad V = -\frac{x \frac{df}{dx}}{f(1 - \varepsilon f) \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}. \quad (72)$$

Используя эти выражения, детерминант g можно записать в форме

$$g = \frac{x_1^3 \frac{df}{dx} x^4}{2f^2 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 (1 - \varepsilon f)} \sin^2 \Theta < 0. \quad (73)$$

Для выполнения условия (7) необходимо, чтобы выражения df/dx и $(1 - \varepsilon f)$ имели разные знаки. Подставляя (70) в (68), получим

$$\frac{d}{dx} \ln \left| \frac{df}{dx} \right| - \frac{d}{dx} \ln |f(1 - \varepsilon f)| = \frac{1 + \varepsilon f}{f(1 - \varepsilon f)} \frac{df}{dx}. \quad (74)$$

Отсюда находим

$$\frac{d}{dx} \ln \left| \frac{(1 - \varepsilon f) \frac{df}{dx}}{f^2} \right| = 0. \quad (75)$$

Таким образом,

$$\left| \frac{(1 - \varepsilon f) \frac{df}{dx}}{f^2} \right| = C_0 > 0. \quad (76)$$

Учитывая, что величины $(1 - \varepsilon f)$ и df/dx должны иметь разные знаки, находим

$$\frac{df}{dx} = -\frac{C_0 f^2}{(1 - \varepsilon f)}. \quad (77)$$

Подставляя это выражение в (70), получим

$$A(x) = \frac{(1 - \varepsilon f)^2}{C_0 f}, \quad A(x_1) = 0 \quad \text{при} \quad f = \frac{1}{\varepsilon}. \quad (78)$$

С учетом (78) выражение (47) для функции V принимает вид

$$V = \frac{C_0 x f}{(1 - \varepsilon f)^2 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}. \quad (79)$$

Интегрируя (77) и учитывая (78), получим

$$C_0 (x - x_1) = \frac{1}{f} + \varepsilon \ln \varepsilon |f| - \varepsilon. \quad (80)$$

Соотношение (80) найдено в области значений x , определяемой неравенствами (60), однако оно верно и в той области, где влиянием массы гравитона можно пренебречь. Согласно (60) область изменения $C_0(x - x_1)$ заключена в пределах

$$-C_0 x_1 \lambda_1 \leq C_0(x - x_1) \leq C_0 x_1 \lambda_2; \quad (81)$$

если f положительно, оно удовлетворяет неравенствам

$$\tilde{C} \leq f \leq \frac{1}{\varepsilon}. \quad (82)$$

Используя (80), согласно (81) имеем

$$\frac{1}{f} + \varepsilon \ln \varepsilon f - \varepsilon \leq C_0 x_1 \lambda_2.$$

Отсюда можно найти $\tilde{C}$:

$$\frac{1}{\tilde{C}} + \varepsilon \ln \varepsilon \tilde{C} - \varepsilon = C_0 x_1 \lambda_2. \quad (83)$$

Из выражения (83) получаем приближенное значение для $\tilde{C}$:

$$\tilde{C} = \frac{1}{C_0 x_1 \lambda_2}. \quad (84)$$

Для отрицательных значений f точке $x = x_1$ соответствует значение $|f|$, определяемое из уравнения

$$-\frac{1}{|f|} + \varepsilon \ln \varepsilon |f| - \varepsilon = 0. \quad (85)$$

Отсюда находим

$$|f| = \frac{a}{\varepsilon}, \quad \ln a = \frac{1+a}{a}. \quad (86)$$

Согласно (81) должно выполняться неравенство

$$-C_0 x_1 \lambda_1 \leq -\frac{1}{|f|} + \varepsilon \ln \varepsilon |f| - \varepsilon. \quad (87)$$

Из него можно найти нижнюю границу для $|f| = D$:

$$-C_0 x_1 \lambda_1 = -\frac{1}{D} + \varepsilon \ln \varepsilon D - \varepsilon. \quad (88)$$

Из выражения (88) получаем приближенное значение для D :

$$D = \frac{1}{C_0 x_1 \lambda_1}. \quad (89)$$

Это означает, что величина $|f|$ удовлетворяет неравенству

$$|f| \geq D = \frac{1}{C_0 x_1 \lambda_1}. \quad (89')$$

Установим теперь зависимость переменной z от x . Подставляя (47) в (40') и учитывая (48), получаем

$$A \frac{d}{dx} \left(x \frac{dz}{dx} \right) = 2z - x \frac{dz}{dx} \left[1 + \varepsilon (x^2 - z^2) - \frac{1}{2} \tilde{\kappa} x^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right) \right]. \quad (90)$$

В приближении (52) вне вещества уравнение (90) принимает вид

$$A \frac{d}{dx} \left(x \frac{dz}{dx} \right) + x \frac{dz}{dx} - 2z = 0. \quad (91)$$

Нам необходимо найти регулярное решение $z(x)$ уравнения (91). В уравнении (91) перейдем от переменной x к f . Записывая соотношение (80) в форме

$$x = \frac{1}{C_0 f} [C_0 x_1 f + 1 - \varepsilon f + \varepsilon f \ln \varepsilon |f|] \quad (92)$$

и учитывая (65), (66) и (83), уравнение (91) можно представить в виде

$$\frac{d^2 z}{df^2} + \frac{C_0 x f + \varepsilon f - 1}{C_0 f^2 x} \frac{dz}{df} - \frac{2z}{C_0 f^3 x} = 0. \quad (93)$$

Прямой подстановкой можно установить, что выражение

$$z = \frac{x_1}{2} + \frac{1}{C_0 f} [1 - \varepsilon f + \varepsilon f \ln \varepsilon |f|] \quad (94)$$

удовлетворяет уравнению (93) с точностью до величины

$$\varepsilon \frac{1 - \varepsilon f + \ln \varepsilon |f|}{C_0^2 x f^3}, \quad (95)$$

которая чрезвычайно мала в окрестности точки x_1 . Из выражений (92) и (94) находим

$$z = x - \frac{x_1}{2}. \quad (96)$$

Учитывая это соотношение, а также (79) и (72), получим

$$U = \frac{x_1^3}{2xf}, \quad V = \frac{C_0 x f}{(1 - \varepsilon f)^2}. \quad (97)$$

Для отрицательных значений f условие причинности (51) принимает вид

$$(2x^2 C_0 - \varepsilon^2 x_1^3) - 2\varepsilon x_1^3 |f| - x_1^3 \leq 0. \quad (98)$$

Неравенство (98) не выполняется, поскольку оно не удовлетворяет неравенству (89'). Таким образом, в области отрицательных значений f нарушается принцип причинности. Это означает, что в области $x_1(1 - \lambda_1) \leq x < x_1$ решение не имеет физического

смысла. При $x_0 < x_1(1 - \lambda_1)$ возникает ситуация, когда физическое решение внутри тела $0 \leq x \leq x_0$ невозможно сшить с физическим решением в области $x > x_1$, поскольку существует промежуточная область $x_1(1 - \lambda_1) \leq x < x_1$, в которой решение не удовлетворяет принципу причинности. Отсюда с необходимостью следует, что $x_0 \geq x_1$. С физической точки зрения следует исключить и равенство $x_0 = x_1$, т.к. решение внутри тела должно непрерывно переходить во внешнее решение. Следовательно, переменная f принимает только положительные значения, а x_0 не может быть меньше, чем x_1 . Для значений из области $x \geq x_1(1 + \lambda_2)$ в уравнениях (38') и (39') можно опустить члены, содержащие малый параметр ε . Тем самым мы придем к внешнему решению Шварцшильда

$$z_s = (x - \omega) \left[1 + \frac{b}{2\omega} \ln \frac{x - 2\omega}{x} \right], \quad (99)$$

$$V_s = \frac{x}{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 (x - 2\omega)}, \quad U_s = \frac{x - 2\omega}{x}. \quad (100)$$

Здесь ω и b — некоторые постоянные, которые определяются из условия сшивания решения (96), (97) с решением (99), (100). В точке $x = x_1(1 + \lambda_2)$ функция z из (96) имеет вид

$$z = x_1 \left(\frac{1}{2} + \lambda_2 \right), \quad (101)$$

в этой же точке

$$z_s = [x_1(1 + \lambda_2) - \omega] \left[1 + \frac{b}{2\omega} \ln \frac{x_1(1 + \lambda_2) - 2\omega}{x_1(1 + \lambda_2)} \right]. \quad (102)$$

Из условия сшивания (101) и (102) находим

$$\omega = \frac{x_1}{2}, \quad b = 0. \quad (103)$$

В точке $x = x_1(1 + \lambda_2)$ функция U из (97) принимает вид

$$U = \frac{x_1^3}{2x_1(1 + \lambda_2)\tilde{C}}, \quad (104)$$

поскольку согласно (84)

$$\tilde{C} = \frac{1}{C_0 x_1 \lambda_2}. \quad (105)$$

Подставляя (105) в (104), получим

$$U = \frac{C_0 x_1^3 \lambda_2}{2(1 + \lambda_2)}, \quad (106)$$

в той же точке с учетом (103)

$$U_s = \frac{\lambda_2}{1 + \lambda_2}. \quad (107)$$

Из условия сшивания (106) и (107) находим

$$C_0 = \frac{2}{x_1^3}. \quad (108)$$

В точке $x = x_1(1 + \lambda_2)$ функция V из (97) равна

$$V = C_0 x_1 (1 + \lambda_1) \tilde{C}. \quad (109)$$

Подставляя в (109) значение $\tilde{C}$ из (105), получим

$$V = \frac{1 + \lambda_2}{\lambda_2}, \quad (110)$$

в той же точке V_s с учетом (99) и (103) равна

$$V_s = \frac{1 + \lambda_2}{\lambda_2}, \quad (111)$$

т.е. решение для V сшивается с решением для V_s .

Рассмотрим (92) для значений εf , близких к единице:

$$f = \frac{1}{\varepsilon \left(1 + \frac{y}{\varepsilon}\right)}, \quad \frac{y}{\varepsilon} \ll 1. \quad (112)$$

Подставляя это выражение в (92) и разлагая по y/ε , получим

$$y^2 = 2\varepsilon C_0 (x - x_1). \quad (113)$$

Неравенство (112) означает, что величина $(x - x_1) = \delta \ll \varepsilon$, т.е.

$$\frac{y}{\varepsilon} = \sqrt{2C_0} \sqrt{\frac{x - x_1}{\varepsilon}} \ll 1. \quad (114)$$

Подставляя (113) в (112), а затем f в (97), получим для U и V следующие выражения:

$$U = \frac{x_1^3 \left[\varepsilon + \sqrt{2\varepsilon C_0 (x - x_1)} \right]}{2x}, \quad V = \frac{x \left[\varepsilon + \sqrt{2\varepsilon C_0 (x - x_1)} \right]}{2\varepsilon (x - x_1)}. \quad (115)$$

Отсюда в области переменной x , удовлетворяющей неравенству (114), имеем

$$U = \frac{\varepsilon x_1^3}{2x}, \quad V = \frac{x}{2(x - x_1)}. \quad (116)$$

Мы видим, что наличие массы гравитона существенно изменяет характер решения в области, близкой к гравитационному радиусу. В той точке, где функция V согласно (116) имеет полюс, функция U отлична от нуля, тогда как в ОТО она равна нулю.

Именно в силу этого обстоятельства и возникает в ОТО неотвратимый гравитационный коллапс, в ходе которого и возникают “черные дыры”. В РТГ “черные дыры” невозможны.

Если учесть (42), (43), (96) и пренебречь вторым членом в (59), то выражения (116) для U и V принимают вид

$$U = \left(\frac{GMm}{\hbar c} \right)^2, \quad V = \frac{1}{2} \frac{r + \frac{GM}{c^2}}{r - \frac{GM}{c^2}}, \quad (117)$$

что совпадает с формулами (18) работы [1]. Заметим, что вычет в полюсе у функции V при $\varepsilon \neq 0$ равен GM/c^2 , тогда как при $\varepsilon = 0$ он равен $2GM/c^2$. Это вызвано тем, что в случае $\varepsilon = 0$ полюс функции V в точке $x = x_1$ возникает из-за функции f , которая имеет в этой точке полюс, а при $\varepsilon \neq 0$ он появляется из-за функции $(1 - \varepsilon f)$, которая согласно (92) обращается в нуль в точке $x = x_1$.

Сравним теперь характер движения пробных тел в эффективном римановом пространстве с метрикой (117) и метрикой Шварцшильда. Интервал (21) риманова пространства запишем в форме

$$ds^2 = U dt^2 - \tilde{V} dW^2 - W^2 (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (118)$$

Здесь $\tilde{V}$ равна

$$\tilde{V}(W) = V \left(\frac{dr}{dW} \right)^2. \quad (119)$$

Движение пробного тела происходит по геодезической риманова пространства

$$\frac{dv^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu v^\alpha v^\beta = 0, \quad (120)$$

где

$$v^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}, \quad (121)$$

четыре-вектор скорости v^μ удовлетворяет условию

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 1. \quad (122)$$

Рассмотрим радиальное движение, когда

$$v^\Theta = v^\Phi = 0. \quad (123)$$

Учитывая (29), из уравнения (120) находим

$$\frac{dv^0}{ds} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dW} v^0 v^1 = 0, \quad (124)$$

где

$$v^1 = \frac{dW}{ds}. \quad (125)$$

Из уравнения (124) получаем

$$\frac{d}{dW} \ln(v^0 U) = 0. \quad (126)$$

Отсюда имеем

$$v^0 = \frac{dx^0}{ds} = \frac{U_0}{U}, \quad (127)$$

где U_0 – постоянная интегрирования.

С учетом (127) условие (122) для радиального движения принимает вид

$$\frac{U_0^2}{U} - 1 = \tilde{V} \left(\frac{dW}{ds} \right)^2. \quad (128)$$

Если принять, что скорость падающего пробного тела на бесконечности была равна нулю, то получим $U_0 = 1$. Из (128) находим

$$\frac{dW}{ds} = -\sqrt{\frac{1-U}{U\tilde{V}}}. \quad (129)$$

Принимая во внимание (79), (96), (97) и (108), имеем

$$U = \frac{x_1^3}{2xf}, \quad \tilde{V} = \frac{2xf}{x_1^3(1-\varepsilon f)^2}.$$

Подставляя эти выражения в (129), получим

$$\frac{dW}{ds} = -\sqrt{1-U}(1-\varepsilon f). \quad (130)$$

Используя (108), (112) и (113), в окрестности точки x_1 имеем

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{2}{x_1} \sqrt{\frac{x-x_1}{\varepsilon x_1}}. \quad (131)$$

Переходя от переменной x к W , с учетом (43) и (44) получим

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{\hbar c^2}{mGM} \sqrt{\frac{W}{GM} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 W} \right)}. \quad (132)$$

Отсюда очевидно, что возникает точка поворота. Дифференцируя (132) по s , найдем

$$\frac{d^2 W}{ds^2} = \frac{1}{2GM} \left(\frac{\hbar c^2}{mGM} \right)^2. \quad (133)$$

В точке поворота ускорение (133) весьма велико и положительно, т.е. имеет место отталкивание. Интегрируя (132), получим

$$W = \frac{2GM}{c^2} + \left(\frac{\hbar c^2}{2mGM} \right)^2 \frac{1}{GM} (s-s_0)^2. \quad (134)$$

Формулы (132)–(134) совпадают с формулами работы [1]. Присутствие постоянной Планка в формуле (132) связано с волновой природой материи, в нашем случае гравитонов, имеющих массу покоя. Из формулы (134) очевидно, что пробное тело никогда не может пересечь сферу Шварцшильда. В ОТО ситуация совершенно другая. Из решения Шварцшильда и выражения (129) следует, что пробное тело пересечет сферу Шварцшильда и образуется “черная дыра”. Пробные тела или свет могут пересекать сферу Шварцшильда лишь вовнутрь, при этом они уже никогда не могут выйти из сферы Шварцшильда. Тот же результат мы получим, если перейдем в синхронную систему свободно падающих пробных тел с помощью преобразований

$$\tau = t + \int dW \left[\frac{\tilde{V}(1-U)}{U} \right]^{1/2}, \quad (135)$$

$$R = t + \int dW \left[\frac{\tilde{V}}{U(1-U)} \right]^{1/2}. \quad (136)$$

В этом случае интервал (118) принимает вид

$$ds^2 = d\tau^2 - (1-U) dR^2 - W^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (137)$$

В такой форме исчезают особенности метрических коэффициентов как для решения Шварцшильда при $\varepsilon = 0$, так и для решения в нашем случае при $\varepsilon \neq 0$.

Вычитая из выражения (136) выражение (135), получим

$$R - \tau = \int dW \sqrt{\frac{U\tilde{V}}{(1-U)}}. \quad (138)$$

Дифференцируя равенство (138) по τ , находим

$$\frac{dW}{d\tau} = -\sqrt{\frac{(1-U)}{U\tilde{V}}}. \quad (139)$$

Таким образом, мы приходим к тому же исходному уравнению (129), на основании которого и были получены формулы (132)–(134). При этом совершенно очевидно, что переход к синхронной падающей системе координат не устраняет особенности, которая возникает из-за наличия массы гравитона, т.е. когда $\varepsilon \neq 0$. В том случае, если $\varepsilon = 0$, шварцшильдская особенность в метрике не сказывается на движении пробного тела как в исходной системе координат, так и в падающей синхронной системе. При этом падающие частицы пересекают сферу Шварцшильда лишь в одном направлении вовнутрь. Вычислим теперь время распространения светового сигнала от некоторой точки W_0 до точки $W_1 = 2GM/c^2$. Для решения Шварцшильда из выражения $ds^2 = 0$ имеем

$$\frac{dW}{dt} = -c \left(1 - \frac{2GM}{c^2 W} \right). \quad (140)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$W_0 - W + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{W_0 - \frac{2GM}{c^2}}{W - \frac{2GM}{c^2}} = c(t - t_0). \quad (141)$$

Отсюда очевидно, что в ОТО для достижения гравитационного радиуса $W_1 = 2GM/c^2$ требуется бесконечное время по часам удаленного наблюдателя. В РТГ, как мы ранее установили, решение Шварцшильда имеет место до точки $W = W_1(1 + \lambda_2)$, а поэтому время достижения этой точки равно

$$c(t - t_0) = W_0 - W_1(1 + \lambda_2) + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{W_0 - \frac{2GM}{c^2}}{\lambda_2 \frac{2GM}{c^2}}. \quad (142)$$

Время распространения светового луча от точки $W = W_1(1 + \lambda_2)$ до точки W_1 можно вычислить, используя формулы (97) и (108). В этом промежутке имеем

$$\frac{dW}{dt} = -c \frac{x_1^3}{2xf} (1 - \varepsilon f). \quad (143)$$

Отсюда получим после интегрирования и замены переменной

$$\frac{2MG}{c^2} \int_f^{1/\varepsilon} \frac{x df}{f} = c(t_1 - t). \quad (144)$$

Согласно (84) и (108) нижняя граница интегрирования равна

$$f = \tilde{C} = \frac{x_1^2}{2\lambda_2}. \quad (145)$$

Интеграл (144) легко вычисляется и с хорошей точностью приводит к следующему соотношению:

$$c(t_1 - t) = W_1 \lambda_2 + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{2\lambda_2}{\varepsilon}. \quad (146)$$

На основании (142) и (146) время, которое необходимо световому сигналу, чтобы пройти расстояние от точки W_0 до точки $W_1 = 2GM/c^2$, равно сумме выражений (142) и (146):

$$c(t_1 - t_0) = W_0 - W_1 + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{W_0 - \frac{2GM}{c^2}}{\varepsilon \frac{GM}{c^2}}. \quad (147)$$

Отсюда видно, что в РТГ, в отличие от ОТО, время распространения светового луча до сферы Шварцшильда конечно и по часам удаленного наблюдателя. Из формулы (147) ясно, что время распространения сигнала не сильно увеличивается из-за действия гравитационного поля.

На основании изложенного очевидно, что при наличии массы гравитона, когда $\varepsilon \neq 0$, решение в РТГ существенно отличается от решения Шварцшильда из-за присутствия

на сфере Шварцшильда сингулярности, которая не может быть устранена выбором системы координат. Именно по этой причине, как мы показали выше, физическое решение для статического сферически-симметричного тела возможно лишь в том случае, если точка x_1 находится внутри тела. Этот вывод сохраняется и для синхронной системы координат, когда метрические коэффициенты (см. (134)) являются функциями времени. Таким образом, согласно РТГ как полевой теории гравитации тело любой массы не может неограниченно сжиматься, а поэтому гравитационный коллапс с образованием “черной дыры” невозможен. В ОТО при сферически-симметричной аккреции вещества на “черную дыру” энергосодержание достаточно мало, поскольку падающее вещество уносит энергию в “черную дыру”.

Согласно РТГ ситуация кардинально изменяется, т.к. при аккреции падающее вещество ударяется о поверхность тела, а поэтому энергосодержание будет уже значительным. Полевой подход к гравитации принципиально изменяет представления, сложившиеся под влиянием ОТО. Это, в частности, сказывается на том, что эффективное риманово пространство, возникшее в результате действия гравитационного поля, имеет только простую топологию, поскольку гравитационное поле в пространстве Минковского, как и любое другое физическое поле, может быть описано в одной галилеевой системе координат. В ОТО риманово пространство может иметь сложную топологию, оно описывается атласом карт. Далее следует особо отметить, что действие гравитационного поля, как и любого другого физического поля, не выводит траекторию движения пробного тела за пределы конуса причинности пространства Минковского. Именно это обстоятельство позволяет выбором ускоренной системы координат уравновесить трехмерную силу гравитации силой инерции. Между силами гравитации и силами инерции существует принципиальная разница. Силы инерции всегда можно сделать равными нулю, выбрав инерциальную систему координат, тогда как силу гравитации, возникшую из-за наличия гравитационного поля, никогда нельзя, даже локально, сделать равной нулю выбором системы координат. Если ОТО утверждает, что гравитация есть следствие искривленности (римановости) пространства-времени, то согласно РТГ эффективное риманово пространство-время – это следствие наличия гравитационного поля, обладающего плотностью энергии-импульса, источником которого является плотность тензора энергии-импульса всей материи, включая и гравитационное поле. Пространство-время было и есть пространство Минковского, а все остальное, в том числе и гравитация, это физические поля. Именно при таком представлении и имеют место основные физические принципы – интегральные законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения.

Полевой подход к гравитации с необходимостью требует введения массы гравитона, что, в свою очередь, делает невозможным гравитационный коллапс и приводит к циклическому развитию однородной и изотропной Вселенной. При этом однородная и изотропная Вселенная является “плоской”, и предсказывается существование во Вселенной “скрытой массы” темной материи [3]. Из теории непосредственно следует, что современная плотность вещества во Вселенной должна быть

$$\rho(\tau) = \rho_c(\tau) + \rho_g, \quad (148)$$

где ρ_c – критическая плотность, определяемая “постоянной” Хаббла $H(\tau)$ и равная

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (149)$$

а ρ_g определяется массой гравитона m :

$$\rho_g = \frac{1}{16\pi G} \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right)^2. \quad (150)$$

Поскольку критическая плотность ρ_c во много раз превышает видимую плотность вещества во Вселенной, то согласно равенству (148) во Вселенной должна быть темная материя.

ДОПОЛНЕНИЕ

В сферических координатах пространства Минковского интервалы пространства Минковского и эффективного риманова пространства имеют вид

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2), \quad (Д.1)$$

$$ds^2 = U(r) dt^2 - V(r) dr^2 - W^2(r)(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (Д.2)$$

Введем вектор скорости

$$v^i = \frac{dx^i}{dt}, \quad v^i = v e^i \quad (x^i = r, \Theta, \Phi), \quad (Д.3)$$

где e^i – единичный вектор относительно метрики пространственной части пространства Минковского

$$\kappa_{ik} e^i e^k = 1. \quad (Д.4)$$

В общем случае

$$\kappa_{ik} = -\gamma_{ik} + \frac{\gamma_{0i}\gamma_{0k}}{\gamma_{00}}. \quad (Д.5)$$

В случае (Д.1)

$$\kappa_{ik} = -\gamma_{ik}. \quad (Д.6)$$

Условие (Д.4) для метрики (Д.1) имеет вид

$$(e^1)^2 + r^2[(e^2)^2 + \sin^2 \Theta (e^3)^2] = 1. \quad (Д.7)$$

Определим четырехвектор скорости равенством

$$v^\mu = (1, v e^i) \quad (Д.8)$$

и потребуем, чтобы он был изотропным в пространстве Минковского:

$$\gamma_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 0. \quad (Д.9)$$

Подставляя (Д.8) в (Д.9) и учитывая (Д.7), находим

$$v = 1. \quad (\text{Д.10})$$

Таким образом, изотропный четырехвектор v^μ равен

$$v^\mu = (1, e^i). \quad (\text{Д.11})$$

Так как согласно специальной теории относительности движение всегда происходит внутри или на границе конуса причинности Минковского, то для гравитационного поля имеет место принцип причинности

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu \leq 0, \quad (\text{Д.12})$$

т.е.

$$U - V(e^1)^2 - W^2[(e^2)^2 + (e^3)^2 \sin^2 \Theta] \leq 0. \quad (\text{Д.13})$$

Учитывая (Д.7), выражение (Д.13) можно записать в виде

$$U - \frac{W^2}{r^2} - \left(V - \frac{W^2}{r^2} \right) (e^1)^2 \leq 0. \quad (\text{Д.14})$$

Пусть

$$V - \frac{W^2}{r^2} \geq 0. \quad (\text{Д.15})$$

В силу произвольности $0 \leq (e^1)^2 \leq 1$ неравенство (Д.14) будет выполняться, только если

$$U - \frac{W^2}{r^2} \leq 0. \quad (\text{Д.16})$$

Из неравенств (Д.15) и (Д.16) следует

$$U \leq V. \quad (\text{Д.17})$$

В том случае, если

$$V - \frac{W^2}{r^2} < 0, \quad (\text{Д.18})$$

то можно записать неравенство (Д.14) в форме

$$U - V - \left(\frac{W^2}{r^2} - V \right) (1 - (e^1)^2) \leq 0. \quad (\text{Д.19})$$

В силу произвольности e^1 (Д.19) будет выполняться для любых значений $0 \leq (e^1)^2 \leq 1$ только при

$$U \leq V. \quad (\text{Д.20})$$

Таким образом, принцип причинности РТГ приводит во всех случаях к неравенству

$$U(r) \leq V(r). \quad (\text{Д.21})$$

Список литературы

- [1] *А. А. Власов, А. А. Логунов.* ТМФ. 1989. Т. 78. № 3. С. 323–329.
- [2] *Ю. М. Лоскутов.* ТМФ. 1990. Т. 82. № 2. С. 304–312.
- [3] *А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 1989; *А. А. Логунов.* УФН. 1995. Т. 165. № 2. С. 187–203; ЭЧАЯ. 1998. Т. 29. № 1. С. 5–81.

Поступила в редакцию 23.IV.1999 г.