Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Сергиенко, В. А. Рубаков, Фантомная темная энергия с тахионной нестабильностью: возмущения метрики, *ТМФ*, 2012, том 173, номер 3, 441–452

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8333>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.108.108

26 апреля 2023 г., 14:28:57

© 2012 г.

А. В. Сергиенко^{*†‡}, В. А. Рубаков^{†‡}

ФАНТОМНАЯ ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ С ТАХИОННОЙ НЕСТАБИЛЬНОСТЬЮ: ВОЗМУЩЕНИЯ МЕТРИКИ

Изучена эволюция возмущений метрики в модели УФ-стабильной фантомной темной энергии. Модель имеет тахионные неустойчивости при больших длинах волн. Найдено, что возмущения метрики, как и тахионные моды, экспоненциально растут со временем, начиная с очень маленьких значений, определяемых вакуумными флуктуациями, и могут стать значительными при поздних временах. Получены ограничения на параметры модели, которые следуют из требования, что амплитуды возмущений метрики не слишком большие в настоящую эпоху.

Ключевые слова: фантом, тахион, возмущения метрики.

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ данных наблюдений показывает, что Вселенная вошла в стадию ускоренного расширения вблизи значения красного смещения $z \sim 1$ [1]–[7]. Этот факт обычно интерпретируется как эффект темной энергии. Темная энергия может быть трех типов. Параметр в ее уравнении состояния w принимает значения $w > -1$ для квинтэссенции, $w = -1$ для космологической постоянной и $w < -1$ для фантома. Существующие данные [8], [9] не исключают возможности, что при относительно больших красных смещениях темная энергия представляет собой квинтэссенцию, а позже становится фантомом. Если бы фантом доминировал на поздних временах космологической эволюции, потенциально наблюдаемым свойством было бы ускорение ускоренного расширения Вселенной.

Наличие фантома подразумевает нарушение условия нулевой энергии, которое в общем случае сложно вместить в рамки теории поля. Например, простейшая модель, реализующая фантомное уравнение состояния, включает скалярное поле с отрицательным кинетическим членом [10]–[13]. Отрицательная кинетическая энергия приводит к квантовой неустойчивости вакуума в ультрафиолетовой (УФ) области

^{*}Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль, Россия.
E-mail: quantum.duckling@gmail.com

[†]Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия. E-mail: rubakov@inr.ac.ru

[‡]Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

[11]–[17], т. е. к катастрофическому рождению духов и нормальных частиц положительной энергии.

Есть два основных подхода к реализации фантомного эффективного уравнения состояния без патологического поведения в УФ-области. Первый подход – модификация гравитации на ультравысоких масштабах. Примерами этого подхода являются скалярно-тензорная гравитация [18]–[20], $f(R)$ -гравитация [21] и модели Гаусса–Бонне [22] (см. [23] в качестве обзора). Хотя эффективное фантомное поведение и возможно в этих теориях, сложно в общем случае его согласовать с ограничениями на временную зависимость ньютоновской гравитационной постоянной, следующими из локальных гравитационных и других экспериментов [20], [23]–[30]. Другой пример модифицированной гравитации – модель мира на бране Двали–Габададзе–Поррати (ДГП) [31] и ее расширение [32] с членом Гаусса–Бонне, которые позволяют получить значения $w < -1$ [33], [34]. Однако, как было показано в работе [35], самоускоряющееся решение модели ДГП приводит к появлению духов, которое бросает тень сомнения на его жизнеспособность.

Второй подход к построению фантома без УФ-патологии – введение новых легких полей без модификации уравнений Эйнштейна [36]–[39]. В этом случае идея состоит в том, чтобы иметь нарушение условия нулевой энергии только на больших масштабах, с остающимся здоровым УФ-поведением (т. е. без духов, тахионов или мод, распространяющихся со сверхсветовыми скоростями). Именно такого типа модель мы рассматриваем в настоящей статье. Эта модель описывает гравитацию Эйнштейна, взаимодействующую с векторным полем B_μ и скалярным полем ϕ . Даже в пространстве-времени Минковского фоновые значения этих полей нарушают лоренц-инвариантность; это общее свойство для второго класса моделей фантома. Модель имеет аттрактор де Ситтера, ответственный за ускорение на поздних временах. При ранних временах темная энергия, естественно, имеет нормальное уравнение состояния с $w > -1$, тогда как фантомное уравнение состояния может быть реализовано между пылевой стадией и финальной эпохой де Ситтера. Эта эволюция часто происходит в режиме медленного скатывания, т. е. отклонение w от -1 довольно мало, что согласуется с наблюдательными данными.

Возбуждения над лоренц-нарушающим фоном в пространстве-времени Минковского не содержат духов, тахионов и сверхсветовых мод в УФ-области (при пространственных импульсах от некоторого небольшого масштаба ϵ до масштаба УФ-обрезания), но тахионы (и духи) появляются в инфракрасной области при $\mathbf{p}^2 < \epsilon^2$. Упрощенный анализ эволюции возмущений в космологическом фоне указывает [38], что возмущения остаются достаточно маленькими при некоторых ограничениях на параметры модели. Таким образом, когда эти ограничения удовлетворены, модель жизнеспособна.

В настоящей статье мы изучаем эволюцию скалярных возмущений метрики, генерируемых возмущениями векторных и скалярных полей, которые имеют тахионные свойства. При этом не обнаружено ничего удивительного: так же как и тахионные моды, возмущения метрики экспоненциально растут со временем, начиная с очень маленьких значений, определяемых квантовой физикой вакуумных флуктуаций, и могут стать значительными при поздних временах. Нами получены соответствующие ограничения на параметры модели.

Статья организована следующим образом. Мы представляем модель и обсуждаем однородную эволюцию полей и метрики в разделе 2. В разделе 3 мы распознаем тахionные возмущения и показываем, что их динамика в лидирующем порядке по малым параметрам не включает гравитационный потенциал. В разделе 4 вычисляется гравитационный потенциал, генерируемый этими возмущениями. В разделе 5 подводятся итоги: выводятся ограничения на параметры модели, которые гарантирует малость гравитационного потенциала в настоящую эпоху.

2. МОДЕЛЬ

Модель темной энергии, которую мы изучаем в этой статье, – это гравитация Эйнштейна, взаимодействующая с векторным полем B_μ и скалярным полем ϕ . При ее построении используется комбинация двух идей. Первая идея [40] состоит в том, что в отсутствие калибровочной инвариантности теория векторного поля может все же иметь здоровый спектр при условии, что фоновое векторное поле нетривиально. Другая идея [41] связана с тем фактом, что с векторным полем (полями) можно построить в общем случае ковариантные члены с одной производной в лагранжиане, которые доминируют при малых импульсах и становятся незначительными при больших импульсах. Следовательно, лагранжиан для векторных и скалярных полей имеет вид [38]

$$L = -\frac{1}{2}\alpha(\xi)D_\mu B_\nu D^\mu B^\nu + \frac{1}{2}\beta(\xi)D_\mu B_\nu D^\mu B_\lambda \frac{B^\nu B^\lambda}{\Lambda^2} + \\ + \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \epsilon \partial_\mu \phi B^\mu + \frac{M^2}{2}B_\mu B^\mu - \frac{m^2}{2}\phi^2,$$

где $\xi = B_\mu B^\mu / \Lambda^2$, Λ – УФ-шкала обрезания, безразмерные параметры α и β – функции ξ , а ϵ – положительная постоянная размерности массы. После введения обозначения $B^2 = B_\mu B^\mu$ этот лагранжиан может быть переписан следующим образом:

$$L = -\frac{\alpha}{2}D_\mu B_\nu D^\mu B^\nu + \frac{\alpha + \gamma}{8} \frac{\partial_\mu (B^2) \partial^\mu (B^2)}{B^2} + \\ + \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \epsilon \partial_\mu \phi B^\mu + \frac{M^2}{2}B^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2, \quad (1)$$

где $\gamma(\xi) = (B^2/\Lambda^2)\beta(\xi) - \alpha(\xi)$. Чтобы упростить формулы, в дальнейшем будем предполагать, что $\alpha(\xi) = \text{const}$, $\gamma(\xi) = \text{const}$. Область параметров, в которой модель показывает фантомное поведение, есть

$$M \lesssim m \ll \epsilon, \quad (2)$$

и $\alpha \sim \gamma$. Пространственно плоский однородный фон в этой модели описывается величинами

$$g_{\mu\nu} = a^2(\eta)\eta_{\mu\nu}, \quad B_0 = a(\eta)X(\eta), \quad \phi = \varphi(\eta),$$

где η – конформное время. Важно, что временная компонента векторного поля не исчезает, это гарантирует, что выражение (1) имеет смысл, и спектр возмущений около этого фона здоровый [38] при высоких пространственных импульсах при условии $\alpha > \gamma > 0$. Как мы увидим ниже, одна из мод скалярных возмущений становится тахионом при достаточно малых импульсах.

Космология в этой модели с обычной и темной материями довольно интересна [38]. В широкой области начальных данных для X и φ эти поля становятся постоянными на ранней, пылевой стадии, и в соответствующем уравнении состояния параметр w принимает значение $w = -1$. Следовательно, они начинают эволюционировать, и уравнение состояния темной энергии сначала нормальное ($w > -1$), а затем фантомное ($w < -1$). Эволюция часто происходит в режиме медленного скатывания, так что $|w + 1|$ мало на протяжении всего космологического расширения. В итоге система приближается к аттрактору де Ситтера, который в лидирующем порядке по m/ϵ , M/ϵ характеризуется следующими значениями параметра Хаббла и полей:

$$H_A = \frac{M}{\sqrt{3\alpha}}, \quad X_A = -\frac{mM_{\text{Pl}}}{\sqrt{12\pi\epsilon}}, \quad \varphi_A = \frac{MM_{\text{Pl}}}{\sqrt{4\pi\alpha t}}.$$

Интересный режим, в котором темная энергия дает вклад в плотность полной энергии, происходит при

$$H \sim H_A, \quad X \sim X_A, \quad \varphi \sim \varphi_A. \quad (3)$$

В дальнейшем мы будем интересоваться именно этой областью космологических переменных.

3. ТАХИОННЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

Линеаризованные возмущения полей темной энергии распадаются на векторные и скалярные части. Векторный сектор – здоровый при всех пространственных импульсах, в то время как скалярный сектор имеет тахионы при относительно малых импульсах. Следовательно, мы сконцентрируем наше внимание на скалярном секторе. В пространстве-времени Минковского для импульсов, при которых одна из мод тахионная, справедливо $P \lesssim \epsilon$, и соответствующие “частоты” имеют тот же порядок [38]. В расширяющейся Вселенной мода заданного конформного импульса p становится тахионной, когда физический импульс падает до $P \equiv p/a \sim \epsilon$. Наша цель – вычислить возмущения метрики, генерируемые тахионными модами¹⁾.

С учетом скалярных возмущений поля и метрика в конформной ньютоновой калибровке даются выражениями

$$B_0(\eta, \mathbf{x}) = a(\eta)X(\eta) + b_0(\eta, \mathbf{x}), \quad B_i(\eta, \mathbf{x}) = b_i(\eta, \mathbf{x}), \quad \phi(\eta, \mathbf{x}) = \varphi(\eta) + \frac{\chi(\eta, \mathbf{x})}{a(\eta)},$$

$$ds^2 = a^2(\eta)[(1 + 2\Phi)d\eta^2 - (1 - 2\Phi)d\mathbf{x}^2],$$

где b_i – продольный вектор, и мы используем факт, что линеаризованный тензор энергии-импульса полей B^μ и ϕ имеет нулевое анизотропное натяжение.

Полные выражения для квадратичного действия и линейные уравнения для возмущений в режиме медленного скатывания (т. е. если пренебречь членами, подавленными X'' , X' , φ'' , φ' ; здесь и далее штрих обозначает $\partial/\partial\eta$) даны в приложении.

¹⁾На самом деле поведение мод в пространстве-времени Минковского при $P \lesssim M$ немного сложнее [38]. Эта область импульсов не интересна для наших целей, так как она соответствует физическим импульсам и, следовательно, частотам, малым по сравнению с параметром Хаббла (см. соотношения (3)).

Здесь нам интересна область импульсов $P \sim \epsilon$. В соответствии с соотношениями (2), (3) интересные моды имеют относительно большие пространственные импульсы и частоты,

$$P, \Omega \gg m, M, \quad P, \Omega \gg H, \quad (4)$$

где Ω – физическая частота. Заметим, что в режиме (3) имеем $H \sim M$, так что второе из неравенств (4) – следствие первого. Для импульсов, подчиняющихся соотношениям (4), уравнения значительно упрощаются:

$$\chi'' - \Delta\chi + \epsilon ab'_0 - \epsilon a\partial_i b_i - 2\epsilon a^2 X\Phi' = 0, \quad (5)$$

$$\epsilon a\chi' - \gamma(b''_0 - \Delta b_0) + \gamma aX(\Phi'' - \Delta\Phi) = 0, \quad (6)$$

$$\epsilon a\partial_i \chi + \alpha(b''_i - \Delta b_i) - 2\alpha aX\partial_i \Phi' = 0, \quad (7)$$

$$-\frac{3M_{\text{Pl}}^2}{4\pi}a(\Phi'' - \Delta\Phi) - 2\epsilon aX\chi' + \gamma X(b''_0 - \Delta b_0) + 2\alpha X\partial_i b'_i = 0. \quad (8)$$

Теперь мы решим эти уравнения в приближении ВКБ, записав

$$\{\chi, b_0, b_i, \Phi\} \propto \exp\left(i \int \omega d\eta - i\mathbf{p}\mathbf{x}\right) \quad (9)$$

с медленно меняющимися амплитудами, где $\omega = a\Omega$ – конформная частота. Перед тем как это сделать, мы замечаем, что при $P, \Omega \sim \epsilon$ из уравнения (8) получается следующая оценка:

$$\Phi \sim \frac{X}{M_{\text{Pl}}^2 a} \{\chi, b_0, b_i\}.$$

Следовательно, последние члены в уравнениях (5)–(7), описывающие обратную реакцию гравитационного потенциала на полевые возмущения, подавлены по сравнению с другими членами фактором $X^2/M_{\text{Pl}}^2 \sim m^2/\epsilon^2$. Пренебрегая этими членами, мы приходим к системе уравнений для возмущений темной энергии, которые мы записываем в лидирующем порядке приближения ВКБ:

$$(\omega^2 - p^2)\chi - i\epsilon a\omega b_0 + i\epsilon a p b_L = 0,$$

$$i\epsilon a\omega\chi + \gamma(\omega^2 - p^2)b_0 = 0,$$

$$i\epsilon a p \chi - \alpha(\omega^2 - p^2)b_L = 0,$$

где $b_L = (p_i/p)b_i$. Это в основном та же самая система, что и полученная в пространстве-времени Минковского. Имеются три моды, две из которых являются нормальными при всех импульсах, а третья – тахионной при малых импульсах. В терминах физической частоты дисперсионное соотношение для поздней моды

$$\Omega^2 \equiv \frac{\omega^2}{a^2} = P^2 + \frac{\epsilon^2}{2\gamma} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4\zeta\gamma^2}{\epsilon^2} P^2}\right), \quad (10)$$

где $\zeta = 1/\alpha + 1/\gamma$. Как предполагалось, тахионный режим имеет место при

$$P < P_c \equiv \frac{\epsilon}{\sqrt{\alpha}}.$$

Соответствующее решение при $P > P_c$ дается выражениями

$$\begin{aligned}\chi &= C \frac{i(\omega^2 - p^2)}{\epsilon\omega} f(\eta) e^{i\pi/4}, \\ b_0 &= C \frac{a}{\gamma} f(\eta) e^{i\pi/4}, \\ b_L &= -C \frac{ap}{\alpha\omega} f(\eta) e^{i\pi/4},\end{aligned}\tag{11}$$

где $f(\eta)$ – медленно меняющаяся функция, C – общая постоянная, а фазовый фактор введен для удобства.

Функция $f(\eta)$ может быть найдена, если заметить, что в нашем приближении действие для возмущений полей имеет вид

$$\begin{aligned}S &= \int d\eta d\mathbf{x} \left[\frac{\alpha}{2} ((b'_i)^2 - (\partial_i b_j)^2) + \frac{\gamma}{2} ((b'_0)^2 - (\nabla b_0)^2) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} ((\chi')^2 - (\nabla \chi)^2) + \epsilon a (\chi' b_0 - \partial_i \chi b_i) \right].\end{aligned}\tag{12}$$

Соответствующий функционал энергии есть

$$E = \int d\mathbf{x} \left[\frac{\alpha}{2} ((b'_i)^2 + (\partial_i b_j)^2) + \frac{\gamma}{2} ((b'_0)^2 + (\nabla b_0)^2) + \frac{1}{2} ((\chi')^2 + (\nabla \chi)^2) + \epsilon a \partial_i \chi b_i \right].$$

В приближении ВКБ эта энергия сохраняется. Используя выражения (11) и требуя, чтобы энергия этого решения сохранялась, находим

$$f(\eta) = \left| \frac{\omega}{2((\omega^2 - p^2)^2/\epsilon^2 + \zeta a^2 p^2)} \right|^{1/2}.\tag{13}$$

Тот же самый результат может быть получен, если рассматривать сохранение вронскиана системы (5)–(7), который, в нашем приближении, имеет вид

$$W = -i(\chi^* \chi' + \gamma b_0^* b'_0 + \alpha b_L^* b'_L + \epsilon a \chi^* b_0 - \text{с.с.}).$$

Теперь, чтобы найти общую постоянную в решении (11), мы квантуем систему с действием (12) при ранних временах и получаем

$$C = \frac{A_{\mathbf{p}}^+}{(2\pi)^{3/2}},\tag{14}$$

где операторы рождения и уничтожения подчиняются стандартному коммутационному соотношению $[A_{\mathbf{p}}^-, A_{\mathbf{p}'}^+] = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$.

Нас интересует поведение возмущений в тахионном режиме. Экспоненциально растущая часть находится стандартным продолжением ВКБ выражений (9), (11), (13) в тахионную область. В итоге получаем в тахионном режиме

$$\begin{aligned}\chi &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{i(\omega^2 - p^2)}{\epsilon\omega} f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{э.с.} \right) \exp \left(\int |\omega| d\eta \right), \\ b_0 &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{a}{\gamma} f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{э.с.} \right) \exp \left(\int |\omega| d\eta \right), \\ b_i &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left(-\frac{p_i a}{\alpha\omega} f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{э.с.} \right) \exp \left(\int |\omega| d\eta \right),\end{aligned}$$

где $f(\eta)$ также дается формулой (13).

4. ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ

Гравитационный потенциал Φ определяется уравнением (8). В результате прямого вычисления мы получаем, что при $P > P_c$ явное выражение имеет вид

$$\Phi = -\sqrt{\frac{4\pi}{27}} \frac{m}{M_{\text{Pl}}\epsilon} \left(\frac{4\gamma P^2}{\epsilon^2} \frac{1}{\sqrt{1 + (4\zeta\gamma^2/\epsilon^2)P^2} - 1} - 1 \right) C f(\eta) e^{i\pi/4},$$

где C и $f(\eta)$ – те же самые, что и в (11). Продолжая в тахионную область, находим

$$\begin{aligned} \Phi = & -\sqrt{\frac{4\pi}{27}} \frac{m}{M_{\text{Pl}}\epsilon} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left[\left(\frac{4\gamma P^2}{\epsilon^2} \frac{1}{\sqrt{1 + (4\zeta\gamma^2/\epsilon^2)P^2} - 1} - 1 \right) f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{э.с.} \right] \times \\ & \times \exp\left(\int |\omega| d\eta\right). \end{aligned}$$

Это выражение упрощается к концу развития неустойчивости, т.е. при $P \ll \epsilon$ (но все еще $P \gg H \sim M$). В этом случае дисперсионное соотношение (10) дает

$$\omega^2 = -\frac{\gamma}{\alpha} p^2,$$

так что

$$f(\eta) = \frac{\gamma^{3/4} \alpha^{1/4}}{(\alpha + \gamma)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{2pa(\eta)}}.$$

Следовательно,

$$\Phi = -\sqrt{\frac{4\pi}{27}} \frac{m}{M_{\text{Pl}}\epsilon} \frac{\gamma^{3/4} \alpha^{1/4} (\alpha - \gamma)}{(\alpha + \gamma)^{3/2}} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2pa}} (A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{э.с.}) \exp\left(\int |\omega| d\eta\right).$$

Это гауссово случайное поле, изменение которого мы записываем в терминах физического импульса и частоты:

$$\langle \Phi^2(\mathbf{x}, t) \rangle = \frac{1}{27\pi} \frac{\gamma^{3/2} \alpha^{1/2} (\alpha - \gamma)^2}{(\alpha + \gamma)^3} \left(\frac{m}{M_{\text{Pl}}\epsilon} \right)^2 \int P dP \exp\left(2 \int_{t_c}^t |\Omega| dt\right), \quad (15)$$

где момент времени t_c соответствует началу тахионного режима, когда

$$P(t_c) \equiv \frac{p}{a(t_c)} = P_c.$$

Заметим, что фактор экспоненциального роста большой, но конечный, в формальном пределе $t \rightarrow \infty$. Например, для постоянного параметра H полный фактор роста

$$\int_{t_c}^{\infty} |\Omega(t)| dt = \frac{1}{H} \int_0^{P_c} |\Omega(P)| \frac{dP}{P} = d(\alpha, \gamma) \frac{\epsilon}{H},$$

где $d(\alpha, \gamma)$ порядка единицы (например, $d(1, 1/2) \approx 0.499$).

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы видели (см. соотношения (2) и (3)), что гравитационные потенциалы растут с очень маленьких значений, определяемых вакуумными флуктуациями на масштабе малых импульсов $P_c \sim \epsilon$, но они могут в конечном счете стать большими. С одной стороны, это приводит к ограничению на параметры модели, которое мы обсуждаем в этой статье: требуя, чтобы $\Phi \ll 1$ в настоящее время, мы получаем

$$\epsilon \lesssim \frac{1}{d(\alpha, \gamma)} H_0 \ln \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{H_0} \right) \simeq 280 H_0, \quad \alpha = 1, \quad \gamma = 0.5,$$

где H_0 – современное значение параметра Хаббла. Таким образом, модель может описывать темную энергию за счет очень точной по сравнению с обычной настройкой, требуемой для получения правильного значения космического ускорения. С другой стороны, даже с еще более точной настройкой индуцированные темной энергией гравитационные потенциалы могут иметь значительную величину (но все еще допустимо малую) в настоящую эпоху. Важным свойством здесь является то, что появление этих потенциалов должно быть достаточно недавним явлением: наибольшие значения экспоненциального фактора в (15) получены при поздних временах, когда $\Omega(t)$ меняется медленно. Кроме того, амплитуда возмущений достигала бы максимума при некотором импульсе P : для больших импульсов тахионный режим еще не начался, в то время как для малых импульсов интеграл под экспонентой в (15) много больше единицы при ранних временах и, следовательно, мал. Эти свойства могут быть потенциально наблюдаемыми. В частности, тахионные возмущения могут оставить след на космическом микроволновом фоне; этот аспект изучается в работах [42].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Полное действие и уравнения для возмущений

Для полноты мы представляем здесь полные выражения для квадратичного действия и линейные уравнения для скалярных возмущений, справедливые в режиме медленного скатывания. Мы используем конформную ньютонову калибровку и пренебрегаем членами, подавленными X'' , X' , φ'' , φ' . Квадратичное действие

$$S^{(2)} = \int d\eta d\mathbf{x} a^4 L^{(2)}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} a^4 L^{(2)} = & -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{\pi} \left(-\frac{3}{8} a^2 \Phi \Delta \Phi - \frac{3}{2} a^3 H \Phi \Phi' - \frac{3}{2} a a'' \Phi^2 - \frac{3}{8} a^2 (\Phi')^2 \right) - \\ & - \frac{\alpha}{2} [-(b'_i - a X \partial_i \Phi - a H b_i)^2 - a^2 H^2 b_i^2 + 2aH(\partial_i b_0 - a X \partial_i \Phi) b_i] - \\ & - \frac{\alpha}{2} [(\partial_i b_j)^2 - 2a \partial_i b_i (H b_0 - X \Phi') + 3(-a H b_0 + 4a' X \Phi + a X \Phi')^2] - \\ & - \alpha a' X (\partial_i \Phi b_i - 3b_0 \Phi' - 6a' X \Phi^2 - 6a X \Phi \Phi') + \\ & + \frac{\gamma}{2} [(b'_0 - a H b_0 - a X \Phi')^2 - (\partial_i b_0 - a X \partial_i \Phi)^2] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2}(\chi' - \chi aH)^2 - \frac{1}{2}(\partial_i \chi)^2 + \epsilon a(\chi' - \chi aH)(b_0 - 2aX\Phi) - \epsilon a\partial_i \chi b_i + \\
 & + \frac{M^2 a^2}{2}(b_0^2 - 4aXb_0\Phi + 4a^2 X^2 \Phi^2 - b_i^2) - \frac{m^2 a^2}{2}\chi^2.
 \end{aligned}$$

Это дает уравнения для возмущений полей:

$$\begin{aligned}
 & \chi'' - \Delta\chi - \frac{a''}{a}\chi + m^2 a^2 \chi + \epsilon a b'_0 + 2\epsilon a' b_0 - \epsilon a\partial_i b_i - 2\epsilon a^2 X\Phi' - 6\epsilon a a' X\Phi = 0, \\
 & \epsilon(a\chi' - a'\chi) - \gamma\left(b''_0 - \Delta b_0 - \frac{a''}{a}b_0\right) + (M^2 - 3\alpha H^2)a^2 b_0 + 2\alpha aH\partial_i b_i + \\
 & + \gamma aX(\Phi'' - \Delta\Phi) + 2(3\alpha + \gamma)a'X\Phi' + 2(6\alpha H^2 - M^2)a^3 X\Phi = 0, \\
 & \epsilon a\partial_i \chi + 2\alpha aH\partial_i b_0 + \alpha\left(b''_i - \Delta b_i - \frac{a''}{a}b_i\right) + (M^2 - \alpha H^2)a^2 b_i - 2\alpha aX\partial_i \Phi' - \\
 & - 2\alpha a^2 HX\partial_i \Phi = 0, \\
 & - \frac{3M_{\text{Pl}}^2}{4\pi}\left[a^2(\Phi'' - \Delta\Phi) + 2aa'\Phi' - 2(aa'' - (a')^2)\Phi\right] - 2\epsilon aX(a\chi' - a'\chi) + \\
 & + \gamma aX(b''_0 - \Delta b_0) - 6\alpha a^2 HXb'_0 - \gamma a''Xb_0 - 2M^2 a^3 Xb_0 + 12\alpha a^3 H^2 Xb_0 - \\
 & - 6\alpha a''Xb_0 + 2\alpha aX\partial_i b'_i + a^2 X^2(3\alpha - \gamma)\Phi'' + (\gamma - \alpha)a^2 X^2 \Delta\Phi + \\
 & + 2(3\alpha - \gamma)a^3 HX^2 \Phi' + 6\alpha(aa'' - 5(a')^2)X^2 \Phi + 4M^2 a^4 X^2 \Phi = 0.
 \end{aligned}$$

Уравнения (5)–(8) следуют из последних уравнений в режиме (4), в то время как действие (16) в этом режиме сводится к (12).

Благодарности. Авторы признательны О. Хованской, М. Либанову и М. Сажину за полезные обсуждения. Работа частично поддержана РФФИ (грант № 12-02-0653_а) и грантом SCOPEs (B.P.).

Список литературы

- [1] A. G. Riess, L.-G. Strolger, S. Casertano et al., *Astrophys. J.*, **659**:1 (2007), 98–121, arXiv: astro-ph/0611572; S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al., *Astrophys. J.*, **517**:2 (1999), 565–586, arXiv: astro-ph/9812133; P. Astier, J. Guy, N. Regnault et al., *Astron. Astrophys.*, **447**:1 (2006), 31–48, arXiv: astro-ph/0510447; W. M. Wood-Vasey, G. Miknaitis, C. W. Stubbs et al., *Astrophys. J.*, **666**:2 (2007), 694–715, arXiv: astro-ph/0701041; A. G. Riess, L. Macri, S. Casertano et al., *Astrophys. J.*, **699**:1 (2009), 539–563, arXiv: 0905.0695; **730**:2 (2011), 119, 18 pp.; Erratum **732**:2 (2011), 129, arXiv: 1103.2976; R. Amanullah, C. Lidman, D. Rubin et al., *Astrophys. J.*, **716**:1 (2010), 712–738, arXiv: 1004.1711; N. Suzuki, D. Rubin, C. Lidman et al., *Astrophys. J.*, **746**:1 (2012), 85–118, arXiv: 1105.3470.
- [2] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris et al. [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.*, **148**:1 (2003), 175–194, arXiv: astro-ph/0302209; D. N. Spergel, R. Bean, O. Doré et al., *Astrophys. J. Suppl.*, **170**:2 (2007), 377–408, arXiv: astro-ph/0603449; D. Larson, J. Dunkley, G. Hinshaw et al., *Astrophys. J. Suppl.*, **192**:2 (2011), 16, 19 pp., arXiv: 1001.4635.
- [3] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald et al. [SDSS Collaboration], *Phys. Rev. D*, **71**:10 (2005), 103515, 20 pp., arXiv: astro-ph/0407372; M. Tegmark, D. J. Eisenstein, M. A. Strauss et al., *Phys. Rev. D*, **74**:12 (2006), 123507, 34 pp., arXiv: astro-ph/0608632; S. Cole, W. J. Percival, J. A. Peacock et al. [The 2dFGRS Collaboration], *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **362**:2 (2005), 505–534, arXiv: astro-ph/0501174.

- [4] D. J. Eisenstein, I. Zehavi, D. W. Hogg et al. [SDSS Collaboration], *Astrophys. J.*, **633**:2 (2005), 560–574, arXiv:astro-ph/0501171; W. J. Percival, B. A. Reid, D. J. Eisenstein et al. [SDSS Collaboration], *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **401**:4 (2010), 2148–2168, arXiv:0907.1660; Erratum **417**:4, 3101–3102.
- [5] A. Vikhlinin, A. V. Kravtsov, R. A. Burenin et al., *Astrophys. J.*, **692**:2 (2009), 1060–1074, arXiv:0812.2720; R. A. Burenin, A. A. Vikhlinin, *Cosmological parameters constraints from galaxy cluster mass function measurements in combination with other cosmological data*, arXiv:1202.2889.
- [6] V. Sahni, A. A. Starobinsky, *Internat. J. Modern Phys. D*, **9**:4 (2000), 373–443, arXiv:astro-ph/9904398; **15**:12 (2006), 2105–2132, arXiv:astro-ph/0610026; V. Sahni, “Dark matter and dark energy”, *The Physics of the Early Universe*, Lecture Notes in Physics, **653**, eds. E. Papantonopoulos, Springer, Berlin, 2005, 141–179, arXiv:astro-ph/0403324; S. M. Carroll, *Living Rev. Relativ.*, **4** (2001), 1, 56 pp., arXiv:astro-ph/0004075; T. Padmanabhan, *Phys. Rep.*, **380**:5–6 (2003), 235–320, arXiv:hep-th/0212290; P. J. E. Peebles, B. Ratra, *Rev. Mod. Phys.*, **75**:2 (2003), 559–606, arXiv:astro-ph/0207347; S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Internat. J. Geom. Meth. Modern Phys.*, **4**:1 (2007), 115–145, arXiv:hep-th/0601213.
- [7] E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, *Internat. J. Modern Phys. D*, **15**:11 (2006), 1753–1935, arXiv:hep-th/0603057.
- [8] V. Sahni, A. Shafieloo, A. A. Starobinsky, *Phys. Rev. D*, **78**:10 (2008), 103502, 11 pp., arXiv:0807.3548.
- [9] J.-Q. Xia, H. Li, G.-B. Zhao, X. Zhang, *Phys. Rev. D*, **78**:8 (2008), 083524, 9 pp., arXiv:0807.3878.
- [10] R. R. Caldwell, *Phys. Lett. B*, **545**:1–2 (2002), 23–29, arXiv:astro-ph/9908168.
- [11] S. M. Carroll, M. Hoffmanm, M. Trodden, *Phys. Rev. D*, **68**:2 (2003), 023509, 11 pp., arXiv:astro-ph/0301273.
- [12] G. W. Gibbons, *Phantom matter and the cosmological constant*, arXiv:hep-th/0302199; P. Singh, M. Sami, N. Dadhich, *Phys. Rev. D*, **68**:2 (2003), 023522, 7 pp., arXiv:hep-th/0305110; S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B*, **562**:3–4 (2003), 147–152, arXiv:hep-th/0303117; *Phys. Rev. D*, **72**:2 (2005), 023003, 12 pp., arXiv:hep-th/0505215; *Phys. Lett. B*, **565** (2003), 1–9, arXiv:hep-th/0304131; J. G. Hao, X. Z. Li, *Phys. Rev. D*, **67**:10 (2003), 107303, arXiv:gr-qc/0302100; P. F. González-Díaz, *Phys. Rev. D*, **68**:2 (2003), 021303, 3 pp., arXiv:astro-ph/0305559; L. P. Chimento, R. Lazkoz, *Phys. Rev. Lett.*, **91**:21 (2003), 211301, 3 pp., arXiv:gr-qc/0307111; M. P. Dabrowski, T. Stachowiak, M. Szydlowski, *Phys. Rev. D*, **68**:10 (2003), 103519, 10 pp., arXiv:hep-th/0307128; S. Tsujikawa, *Class. Quant. Grav.*, **20**:11 (2003), 1991–2014, arXiv:hep-th/0302181; M. Sami, A. Toporensky, *Modern Phys. Lett. A*, **19**:20 (2004), 1509–1517, arXiv:gr-qc/0312009; E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Phys. Rev. D*, **70**:4 (2004), 043539, 20 pp., arXiv:hep-th/0405034; H. Štefančić, *Phys. Lett. B*, **586**:1–2 (2004), 5–10, arXiv:astro-ph/0310904; V. B. Johri, *Phys. Rev. D*, **70**:4 (2004), 041303, 5 pp., arXiv:astro-ph/0311293; Z. K. Guo, Y. S. Piao, Y. Z. Zhang, *Phys. Lett. B*, **594**:3–4 (2004), 247–251, arXiv:astro-ph/0404225; J. M. Aguirregabiria, L. P. Chimento, R. Lazkoz, *Phys. Rev. D*, **70**:2 (2004), 023509, 5 pp., arXiv:astro-ph/0403157; S. Nojiri, S. D. Odintsov, S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D*, **71**:6 (2005), 063004, 16 pp., arXiv:hep-th/0501025; L. Perivolaropoulos, *Phys. Rev. D*, **71**:6 (2005), 063503, 7 pp., arXiv:astro-ph/0412308; T. Chiba, *JCAP*, **03** (2005), 008, 7 pp., arXiv:gr-qc/0502070; M. Bouhmadi-López, J. A. Jiménez Madrid, *JCAP*, **05** (2005), 005, arXiv:astro-ph/0404540; V. Faraoni, *Class. Quant. Grav.*, **22**:16 (2005), 3235–3246, arXiv:gr-qc/0506095; L. P. Chimento, *Phys. Lett. B*, **633**:1 (2006), 9–13, arXiv:gr-qc/0503049; L. P. Chimento, D. Pavon, *Phys. Rev. D*, **73**:6 (2006), 063511, 5 pp., arXiv:gr-qc/0505096; O. Hrycyna, M. Szydlowski, *Phys. Lett. B*, **651**:1 (2007), 8–14, arXiv:0704.1651.
- [13] A. Vikman, *Phys. Rev. D*, **71**:2 (2005), 023515, 14 pp., arXiv:astro-ph/0407107; Z. K. Guo, Y. S. Piao, X. M. Zhang, Y. Z. Zhang, *Phys. Lett. B*, **608**:3–4 (2005), 177–182,

- arXiv:astro-ph/0410654; W. Hu, *Phys. Rev. D*, **71**:4 (2005), 047301, 4 pp., arXiv:astro-ph/0410680; R. R. Caldwell, M. Doran, *Phys. Rev. D*, **72**:4 (2005), 043527, 6 pp., arXiv:astro-ph/0501104; H. Wei, R.-G. Cai, D.-F. Zeng, *Class. Quant. Grav.*, **22**:16 (2005), 3189–3202, arXiv:hep-th/0501160; G.-B. Zhao, J.-Q. Xia, M. Li, B. Feng, X. Zhang, *Phys. Rev. D*, **72**:12 (2005), 123515, 16 pp., arXiv:astro-ph/0507482; S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D*, **72**:8 (2005), 083512, 8 pp., arXiv:astro-ph/0508542; I. Y. Aref'eva, A. S. Koshelev, S. Y. Vernov, *Phys. Rev. D*, **72**:6 (2005), 064017, 11 pp., arXiv:astro-ph/0507067; B. McInnes, *Nucl. Phys. B*, **718**:1–2 (2005), 55–82, arXiv:hep-th/0502209; L. P. Chimento, R. Lazkoz, R. Maartens, I. Quiros, *JCAP*, **09** (2006), 004, 11 pp., arXiv:astro-ph/0605450; R. Lazkoz, G. Leon, *Phys. Lett. B*, **638**:4 (2006), 303–309, arXiv:astro-ph/0602590; X.-F. Zhang, T. Qiu, *Phys. Lett. B*, **642**:3 (2006), 187–191, arXiv:astro-ph/0603824; W. Zhao, *Phys. Rev. D*, **73**:12 (2006), 123509, 12 pp., arXiv:astro-ph/0604460; H. Mohseni Sadjadi, M. Alimohammadi, *Phys. Rev. D*, **74**:4 (2006), 043506, 9 pp., arXiv:gr-qc/0605143; Z.-K. Guo, Y.-S. Piao, X. Zhang, Y.-Z. Zhang, *Phys. Rev. D*, **74**:12 (2006), 127304, 4 pp., arXiv:astro-ph/0608165; I. Y. Aref'eva, A. S. Koshelev, *JHEP*, **02** (2007), 041, 19 pp., arXiv:hep-th/0605085; Y.-F. Cai, M. Li, J.-X. Lu, Y.-S. Piao, T. Qiu, X. Zhang, *Phys. Lett. B*, **651**:1 (2007), 1–7, arXiv:hep-th/0701016.
- [14] J. M. Cline, S. Jeon, G. D. Moore, *Phys. Rev. D*, **70**:4 (2004), 043543, 4 pp., arXiv:hep-ph/0311312.
- [15] F. Piazza, S. Tsujikawa, *JCAP*, **07** (2004), 004, 26 pp., arXiv:hep-th/0405054.
- [16] R. V. Buniy, S. D. H. Hsu, *Phys. Lett. B*, **632**:4 (2006), 543–546, arXiv:hep-th/0502203.
- [17] S. Dubovsky, T. Gregoire, A. Nicolis, R. Rattazzi, *JHEP*, **03** (2006), 025, 43 pp., arXiv:hep-th/0512260.
- [18] J. P. Uzan, *Phys. Rev. D*, **59**:12 (1999), 123510, 10 pp., arXiv:gr-qc/9903004; L. Amendola, *Phys. Rev. D*, **60**:4 (1999), 043501, 8 pp., arXiv:astro-ph/9904120; T. Chiba, *Phys. Rev. D*, **60**:8 (1999), 083508, 4 pp., arXiv:gr-qc/9903094; N. Bartolo, M. Pietroni, *Phys. Rev. D*, **61**:2 (2000), 023518, 6 pp., arXiv:hep-ph/9908521; F. Perrotta, C. Baccigalupi, S. Matarrese, *Phys. Rev. D*, **61**:2 (2000), 023507, 12 pp., arXiv:astro-ph/9906066; A. Riazuelo, J. P. Uzan, *Phys. Rev. D*, **66**:2 (2002), 023525, 18 pp., arXiv:astro-ph/0107386; D. F. Torres, *Phys. Rev. D*, **66**:4 (2002), 043522, 13 pp., arXiv:astro-ph/0204504; V. Faraoni, *Internat. J. Modern Phys. D*, **11**:4 (2002), 471–481, arXiv:astro-ph/0110067; L. Perivolaropoulos, *JCAP*, **10** (2005), 001, 17 pp., arXiv:astro-ph/0504582; M. X. Luo, Q. P. Su, *Phys. Lett. B*, **626**:1–4 (2005), 7–14, arXiv:astro-ph/0506093; J. Martin, C. Schmid, J. P. Uzan, *Phys. Rev. Lett.*, **96**:6 (2006), 061303, 4 pp., arXiv:astro-ph/0510208.
- [19] B. Boisseau, G. Esposito-Farèse, D. Polarski, A. A. Starobinsky, *Phys. Rev. Lett.*, **85**:11 (2000), 2236–2239, arXiv:gr-qc/0001066.
- [20] R. Gannouji, D. Polarski, A. Ranquet, A. A. Starobinsky, *JCAP*, **09** (2006), 016, 28 pp., arXiv:astro-ph/0606287.
- [21] S. Capozziello, V. F. Cardone, S. Carloni, A. Troisi, *Internat. J. Modern Phys. D*, **12**:10 (2003), 1969–1982, arXiv:astro-ph/0307018; S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden, M. S. Turner, *Phys. Rev. D*, **70**:4 (2004), 043528, 5 pp., arXiv:astro-ph/0306438.
- [22] S. Nojiri, S. D. Odintsov, M. Sasaki, *Phys. Rev. D*, **71**:12 (2005), 123509, 7 pp., arXiv:hep-th/0504052; M. Sami, A. Toporensky, P. V. Tretjakov, S. Tsujikawa, *Phys. Lett. B*, **619**:3–4 (2005), 193–200, arXiv:hep-th/0504154; G. Calcagni, S. Tsujikawa, M. Sami, *Class. Quant. Grav.*, **22**:19 (2005), 3977–4006, arXiv:hep-th/0505193; I. P. Neupane, B. M. N. Carter, *JCAP*, **06** (2006), 004, 33 pp., arXiv:hep-th/0512262.
- [23] A. Silvestri, M. Trodden, *Rept. Prog. Phys.*, **72**:9 (2009), 096901, 28 pp., arXiv:0904.0024; A. De Felice, S. Tsujikawa, *Living Rev. Rel.*, **13** (2010), 3, 161 pp., arXiv:1002.4928.
- [24] G. Esposito-Farèse, D. Polarski, *Phys. Rev. D*, **63**:6 (2001), 063504, 20 pp., arXiv:gr-qc/0009034.
- [25] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski, S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D*, **75**:8 (2007), 083504, 22 pp., arXiv:gr-qc/0612180; L. Amendola, D. Polarski, S. Tsujikawa, *Phys. Rev. Lett.*,

- 98:13** (2007), 131302, 4 pp., arXiv: astro-ph/0603703; *Internat. J. Modern Phys. D*, **16:10** (2007), 1555–1561, arXiv: astro-ph/0605384.
- [26] T. Koivisto, D. F. Mota, *Phys. Lett. B*, **644:2–3** (2007), 104–108, arXiv: astro-ph/0606078; *Phys. Rev. D*, **75:2** (2007), 023518, 20 pp., arXiv: hep-th/0609155; S. Tsujikawa, M. Sami, *JCAP*, **01** (2007), 006, 26 pp., arXiv: hep-th/0608178; B. M. Leith, I. P. Neupane, *JCAP*, **05** (2007), 019, 43 pp., arXiv: hep-th/0702002.
- [27] L. Amendola, C. Charmousis, S. C. Davis, *JCAP*, **12** (2006), 020, 16 pp., arXiv: hep-th/0506137.
- [28] A. De Felice, M. Hindmarsh, M. Trodden, *JCAP*, **08** (2006), 005, 17 pp.; G. Calcagni, B. de Carlos, A. De Felice, *Nucl. Phys. B*, **752:3** (2006), 404–438, arXiv: hep-th/0604201; Z. K. Guo, N. Ohta, S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D*, **75:2** (2007), 023520, 13 pp., arXiv: hep-th/0610336.
- [29] T. Faulkner, M. Tegmark, E. F. Bunn, Y. Mao, *Phys. Rev. D*, **76:6** (2007), 063505, 17 pp., arXiv: astro-ph/0612569.
- [30] L. Amendola, S. Tsujikawa, *Phys. Lett. B*, **660:3** (2008), 125–132, arXiv: 0705.0396.
- [31] G. R. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, *Phys. Lett. B*, **485:1–3** (2000), 208–214, arXiv: hep-th/0005016.
- [32] G. Kofinas, R. Maartens, E. Papantonopoulos, *JHEP*, **10** (2003), 066, 16 pp., arXiv: hep-th/0307138.
- [33] V. Sahni, Y. Shtanov, *JCAP*, **11** (2003), 014, 27 pp., arXiv: astro-ph/0202346.
- [34] A. Lue, G. D. Starkman, *Phys. Rev. D*, **70:10** (2004), 101501, 5 pp., arXiv: astro-ph/0408246.
- [35] D. Gorbunov, K. Koyama, S. Sibiryakov, *Phys. Rev. D*, **73:4** (2006), 044016, 8 pp., arXiv: hep-th/0512097.
- [36] N. Arkani-Hamed, H.-C. Cheng, M. A. Luty, S. Mukohyama, *JHEP*, **05** (2004), 074, 36 pp., arXiv: hep-th/0312099.
- [37] L. Senatore, *Phys. Rev. D*, **71:4** (2005), 043512, 8 pp., arXiv: astro-ph/0406187; P. Creminelli, M. A. Luty, A. Nicolis, L. Senatore, *JHEP*, **12** (2006), 080, 30 pp., arXiv: hep-th/0606090.
- [38] В. А. Рубаков, *ТМФ*, **149:3** (2006), 409–426, arXiv: hep-th/0604153; M. Libanov, V. Rubakov, E. Papantonopoulos, M. Sami, S. Tsujikawa, *JCAP*, **08** (2007), 010, 30 pp., arXiv: 0704.1848.
- [39] A. Nicolis, R. Rattazzi, E. Trincherini, *Phys. Rev. D*, **79:6** (2009), 064036, 21 pp., arXiv: 0811.2197; C. Deffayet, G. Esposito-Farese, A. Vikman, *Phys. Rev. D*, **79:8** (2009), 084003, 6 pp., arXiv: 0901.1314; C. Deffayet, S. Deser, G. Esposito-Farèse, *Phys. Rev. D*, **80** (2009), 064015, 5 pp., arXiv: 0906.1967; P. Creminelli, A. Nicolis, E. Trincherini, *JCAP*, **11** (2010), 021, 27 pp., arXiv: 1007.0027.
- [40] B. M. Gripcios, *JHEP*, **10** (2004), 069, 10 pp., arXiv: hep-th/0408127.
- [41] M. V. Libanov, V. A. Rubakov, *JHEP*, **08** (2005), 001, 16 pp., arXiv: hep-th/0505231.
- [42] М. В. Либанов, В. А. Рубаков, О. С. Сажина, М. В. Сажин, *ЖЭТФ*, **135:2**, 253–264, arXiv: 0812.1459; M. V. Libanov, V. A. Rubakov, O. S. Sazhina, M. V. Sazhin, *Phys. Rev. D*, **79:8** (2009), 083521, 13 pp., arXiv: 0812.1459.

Поступила в редакцию 12.03.2012