Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Славнов, Отщепление продольной поляризации
векторного поля в безмассовой модели Хиггса–Киббла,
ТМФ, 2013, том 174, номер 2, 326–330

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8382>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.156.22

26 апреля 2023 г., 13:06:00

© 2013 г.

А. А. Славнов*

ОТЩЕПЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ В БЕЗМАССОВОЙ МОДЕЛИ ХИГГСА–КИББЛА

Показано, что трехмерно-продольная компонента векторного поля отщепляется от всех физических компонент в безмассовом пределе неабелевой модели Хиггса.

Ключевые слова: поле Янга–Миллса, модель Хиггса–Киббла.

DOI: 10.4213/tmf8382

1. ВВЕДЕНИЕ

Давно было известно, что безмассовый предел теории массивного векторного поля, взаимодействующего с полями материи и инвариантного относительно глобальной $U(1)$ -симметрии, воспроизводит результаты квантовой электродинамики. В пределе $\mu \rightarrow 0$ трехмерно-продольная компонента векторного поля отщепляется от всех прочих возбуждений, и с полями материи взаимодействуют лишь две поперечные поляризации фотона.

Неабелева теория векторного поля качественно отличается от нейтральной теории. В пределе $\mu \rightarrow 0$ в массивной модели поля Янга–Миллса продольная поляризация векторного поля не отщепляется [1]. В одной петле она после стандартной перенормировки дает конечный вклад, а в высших петлях в пределе $\mu \rightarrow 0$ возникают полюсные сингулярности по массе. Естественно предположить, что к нулевой массе можно перейти в модели Хиггса–Киббла, в результате чего мы получим теорию безмассового скалярного поля, взаимодействующего с безмассовым мезоном Хиггса.

Недавно в работе [2] было сделано утверждение, что в пределе $\mu \rightarrow 0$ в неабелевой модели Хиггса продольная компонента векторного поля не отщепляется, а превращается в безмассовые скалярные поля, соответствующие голдстоуновским бозонам в модели Хиггса.

*Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва, Россия.
E-mail: slavnov@mi.ras.ru

В настоящей работе показано, что гипотеза об отщеплении продольной компоненты векторного поля в безмассовом пределе модели Хиггса–Киббла верна. Утверждение работы [2] относительно спектра безмассовой теории может быть реализовано в другой модели: для безмассового поля Янга–Миллса, взаимодействующего с комплексным скалярным дублетом с ненулевой вещественной массой, в пределе, когда масса дублета обращается в ноль. Если масса поля Янга–Миллса меньше чем точность эксперимента, то оба эти сценария соответствуют гипотетическому пределу $\mu \rightarrow 0$ теории Янга–Миллса, однако число наблюдаемых физических степеней свободы в этих двух сценариях различно, так что существует возможность различить их экспериментально.

2. ОТЩЕПЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ В МОДЕЛИ ХИГГСА–КИББЛА В ПРЕДЕЛЕ $\mu = 0$

Модель Хиггса–Киббла калибровочно-инвариантна, и ее можно рассматривать в унитарной калибровке $\varphi^a = 0$, где

$$\varphi = \left(\frac{i\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}, \frac{\sigma - i\varphi_3}{\sqrt{2}} \right).$$

Лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \frac{m_1^2}{2}A_\mu^a A_\mu^a + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial_\mu\sigma - \frac{m_2^2}{2}\sigma^2 + \frac{m_1 g}{2}\sigma A_\mu^2 + \\ & + \frac{g^2}{8}\sigma^2 A_\mu^2 - \frac{gm_2^2}{4m_1}\sigma^3 - \frac{g^2 m_2^2}{32m_1^2}\sigma^4, \quad m_1 = \frac{\mu g}{\sqrt{2}}, \quad m_2 = 2\lambda\mu. \end{aligned} \quad (1)$$

В этой калибровке спектр модели очевиден: девять массивных возбуждений, которые соответствуют массивному векторному полю A_μ^a , принадлежащему алгебре Ли группы $SU(2)$, и одно массивное скалярное поле σ . Голдстоуновские бозоны φ^a и динамические духовые поля $c, \bar{c}$ отсутствуют.

Известно, что, хотя в этой калибровке теория явно неперенормируема, при любой инвариантной регуляризации все неперенормируемые расходимости сокращаются при вычислении калибровочно-инвариантных амплитуд, и для вычисления наблюдаемых перенормированных амплитуд рассеяния достаточно переопределить параметры, входящие в лагранжиан (1): массы, заряд и нормировку волновых функций полей.

Нас будут интересовать амплитуды рассеяния полей с нулевой массой. Эти амплитуды содержат инфракрасные сингулярности, однако мы будем игнорировать эти логарифмические расходимости, предполагая, что параметр μ мал, но конечен. Эти расходимости отсутствуют в функциях Грина калибровочно-инвариантных операторов, которые после перенормировки также не зависят от калибровки.

Чтобы избежать необходимости следить за сокращением неперенормируемых расходимостей в наблюдаемых калибровочно-инвариантных амплитудах, воспользуемся не унитарной, а явно перенормируемой лоренцевой калибровкой $\partial_\mu A_\mu^a = 0$. В

этой калибровке эффективный лагранжиан выглядит следующим образом:

$$L_{\text{eff}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + D_\mu(\varphi - \hat{\mu})^* D_\mu(\varphi - \hat{\mu}) - \kappa \left[(\varphi^* - \hat{\mu})(\varphi - \hat{\mu}) - \frac{\mu^2}{g^2} \right]^2 + \\ + \lambda^a \partial_\mu A_\mu^a + i\bar{c}^a \partial_\mu D_\mu c^a, \quad \hat{\mu} = \left(0, \frac{\mu\sqrt{2}}{g} \right). \quad (2)$$

Здесь $\bar{c}^a$ и c^a – это духи Фаддеева–Попова, описываемые антикоммутирующими скалярными полями. В этой калибровке спектр теории включает, помимо физических возбуждений, также нефизические компоненты векторного поля, духи Фаддеева–Попова и голдстоуновские бозоны, которым соответствуют поля φ^a .

В то же время лагранжиан (2) инвариантен относительно БРСТ-преобразований

$$\delta A_\mu^a = (D_\mu c)^a, \quad \delta \varphi^a = \mu c^a + \frac{g}{2} \varepsilon^{abd} \varphi^b c^d + \frac{g}{2} \sigma c^a, \\ \delta \bar{c}^a = \lambda^a, \quad \delta c^a = g \varepsilon^{abd} \bar{c}^b c^d, \quad \delta \sigma = -\frac{g}{2} \varphi^a c^a, \quad \delta \lambda^a = 0. \quad (3)$$

Согласно теореме Нётер эта инвариантность порождает сохраняющийся заряд Q , и физические асимптотические состояния выделяются условием $Q^0|\varphi\rangle_{\text{as}} = 0$, где Q^0 обозначает асимптотический БРСТ-заряд.

Для любого $\mu \neq 0$ инвариантность лагранжиана (2) относительно преобразований (3) приводит к отщеплению девяти физических возбуждений, отвечающих векторному полю, и возбуждения, соответствующего скалярному полю σ , от возбуждений, соответствующих нефизическим компонентам векторного поля, духам Фаддеева–Попова и голдстоуновским бозонам φ^a [3]. Поле A_μ^a можно разложить на компоненты, отвечающие различным поляризациям,

$$A_i^a(\mathbf{k}) = e_i^1 a_a^1 + e_i^2 a_a^2 + \frac{k_i k_0}{|k| m_1} a_a^3, \quad A_0^a(\mathbf{k}) = \frac{|k|}{m_1} a_a^3.$$

В этой формуле e^1 и e^2 – это единичные векторы, ортогональные друг другу и импульсу $\mathbf{k}$. Принимая во внимание, что пропагатор поля Янга–Миллса в лоренцевой калибровке записывается как

$$D_{\mu\nu}^{ab}(k) = \delta^{ab} \frac{g_{\mu\nu} - k^\mu k^\nu k^{-2}}{k^2 - m_1^2},$$

мы видим, что амплитуды, описывающие переходы из одного поперечно поляризованного состояния в другое, конечны в пределе $\mu = 0$. Легко заметить, что матричные элементы переходов между состояниями, включающими продольные компоненты векторного поля, вообще говоря, сингулярны в пределе $\mu \rightarrow 0$. Тем не менее мы покажем, что в пределе $\mu \rightarrow 0$ продольные состояния отщепляются, и матрица рассеяния унитарна в пространстве, включающем только трехмерно-поперечные поляризации векторного поля и безмассовый скаляр Хиггса.

Рассмотрим процесс рассеяния вперед состояний, которые не содержат продольных поляризаций векторного поля. Как следует из рассуждений, приведенных выше, можно определить унитарную матрицу рассеяния с помощью проекторов на состояния, содержащие только три физических поляризации массивного векторного

поля и массивный мезон Хиггса: $\tilde{S} = PSP$. Матричный элемент, описывающий рассеяние вперед трехмерно-поперечных поляризаций векторного поля и мезонов Хиггса, стремится к определенному конечному пределу (с точностью до уже упоминавшихся инфракрасных расхождений) при $\mu \rightarrow 0$. Согласно оптической теореме мнимая часть амплитуды рассеяния вперед пропорциональна полному сечению процесса. Это значит, что

$$\sum_l |\langle n|\tilde{S}|l\rangle|^2 \sim \text{Im}\langle n|\tilde{S}|n\rangle, \quad (4)$$

где векторы $|n\rangle$ не включают продольных поляризаций, а векторы $|l\rangle$ образуют полное пространство (т. е. пространство, содержащее продольные поляризации векторного поля), в котором действует матрица рассеяния. Правая часть соотношения (4) имеет определенный предел при $\mu \rightarrow 0$, и этот предел, очевидно, совпадает с мнимой частью соответствующей амплитуды в безмассовой теории. Как известно, эта теория унитарна в пространстве, содержащем только поперечные поляризации векторного поля и безмассовый мезон Хиггса. Все состояния, описывающие физические компоненты векторного поля, и поле, соответствующее мезону Хиггса, имеют положительные нормы. Таким образом, мы приходим к выводу, что амплитуды $\langle n|\tilde{S}|m\rangle$ обращаются в ноль, если вектор $|m\rangle$ содержит по крайней мере один продольно поляризованный квант. Это означает, что, как и в случае нейтрального векторного поля, продольные поляризации массивного поля Янга–Миллса отщепляются в пределе $\mu \rightarrow 0$, и результирующая теория описывает в этом пределе безмассовое поле Янга–Миллса, взаимодействующее с безмассовым бозоном Хиггса.

Следует заметить, что такой же результат можно получить и в унитарной калибровке. Нужно помнить, однако, что в унитарной калибровке переменные A_0^a не являются динамическими, и их следует исключить до квантования, решив уравнения связи. Уравнение для A_0 не содержит производных канонических переменных по времени:

$$\left(m_1 + \frac{g\sigma}{2}\right)^2 A_0 = D_k F_{0k}, \quad F_{0k} = P_k. \quad (5)$$

Решая это уравнение и подставляя решение в лагранжиан (2), мы получим теорию, описываемую невырожденным лагранжианом, которую можно квантовать обычным образом. Уравнение (5) в пределе $\mu \rightarrow 0$ становится сингулярным, и необходимо убедиться в компенсации сингулярностей, порождаемых решением уравнения (5), и сингулярностей, возникающих при разложении поля A_μ на состояния с различной поляризацией. Использование лоренцевой калибровки позволяет избежать этой сложной процедуры.

Безмассовое поле Янга–Миллса, взаимодействующее с безмассовым скаляром, может быть описано и другой моделью. Рассмотрим теорию поля Янга–Миллса с нулевой массой, взаимодействующего с комплексным скалярным дублетом с вещественной массой. Эта теория также обладает БРСТ-инвариантностью, но в данном случае скалярные поля φ^a не дают вклада в асимптотический БРСТ-заряд, который выглядит следующим образом:

$$\hat{Q}_B^0 = \int d^3k [(a_0^+ + a_3^+)c^- + c^+(a_0^- + a_3^-)].$$

Как обычно, можно ввести оператор

$$\hat{K} = \int d^3k [(a_0^+ - a_3^+)\bar{c}^- + \bar{c}^+(a_0^- - a_3^-)].$$

Оператор числа частиц для нефизических состояний можно представить как антикоммутатор операторов $\hat{Q}_0$ и $\hat{K}$,

$$\hat{N}_{\text{unph}} = [\hat{Q}_0, \hat{K}]_+.$$

Если число нефизических состояний отлично от нуля, то

$$\frac{\hat{N}}{N}|\varphi\rangle_{\text{as}} = \hat{Q}_0|\chi\rangle, \quad \text{где} \quad |\chi\rangle = \hat{K}|\varphi\rangle_{\text{as}}.$$

Следовательно, любое состояние, аннигилируемое оператором $\hat{Q}_0$, можно представить в виде $|\varphi\rangle = |\varphi\rangle_{\text{ph}} + Q_0|\chi\rangle$, где состояние $|\varphi\rangle_{\text{ph}}$ содержит только трехмерно-поперечные компоненты поля A_μ^a и возбуждения, отвечающие комплексному дублету скалярных мезонов.

В пределе, когда массы всех скалярных мезонов исчезают, возникает модель, спектр частиц которой в точности совпадает со спектром, описанным в работе [2]. Если параметр μ мал (меньше чем точность эксперимента), то невозможно экспериментально различить поперечные поляризации поля Янга–Миллса в этих моделях, но число физических степеней свободы в этих моделях различно. В первом случае в пределе $\mu \rightarrow 0$ продольно поляризованные кванты отщепляются, в то время как во втором случае заряженные скалярные бозоны взаимодействуют с безмассовым полем Янга–Миллса даже в пределе $\mu \rightarrow 0$.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что трехмерно-продольная компонента векторного поля отщепляется от всех прочих возбуждений в безмассовом пределе неабелевой модели Хиггса–Киббла. В этом отношении неабелева модель вполне аналогична абелевой. Безмассовая теория поля Янга–Миллса, взаимодействующего с безмассовыми скалярными полями, может быть также получена из модели поля Янга–Миллса с нулевой массой, взаимодействующего с комплексным дублетом с вещественной массой, в пределе, когда масса дублета стремится к нулю. В этом случае число наблюдаемых степеней свободы больше: в спектре присутствуют заряженные скалярные мезоны нулевой массы.

Благодарности. Я хочу поблагодарить Р. Феррари за многочисленные дискуссии, которые привели к появлению этой статьи. Работа частично поддержана РФФИ (гранты № 11-01-00296_а и 11-01-12037-офи_м), Программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-4612.2012.1) и программой РАН “Нелинейная динамика”.

Список литературы

- [1] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *ТМФ*, **3:1** (1970), 18–23.
- [2] R. Ferrari, *Acta Phys. Pol. B.*, **43:8** (2012), 1735, 33 pp., arXiv: 1106.5537.
- [3] T. Kugo, I. Ojima, *Progr. Theor. Phys. Suppl.*, **66** (1979), 1–130.