Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. М. Плакида, Теория сильной связи в многозонных сверхпроводниках, *ТМФ*, 2013, том 174, номер 2, 313–325

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8407>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.64.247

26 апреля 2023 г., 14:13:27

© 2013 г.

Н. М. Плакида*

ТЕОРИЯ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ В МНОГОЗОННЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Рассматривается микроскопическая теория сильной связи в многозонных сверхпроводниках с произвольным электрон-бозонным взаимодействием. На основе метода уравнений движения для двухвременных функций Грина выводится уравнение Дайсона с массовым оператором в виде многочастичной функции Грина, учитывающей взаимодействие электронов с фононами и спиновыми флуктуациями. Получена самосогласованная система уравнений для нормальной и аномальной компонент функции Грина и массового оператора, вычисленного в приближении непересекающихся диаграмм. Обсуждается приближенное решение системы уравнений при учете только диагональных по зонному индексу компонент массового оператора для исследования сверхпроводимости в соединениях на основе железа.

Ключевые слова: теория сверхпроводимости, приближение сильной связи, многозонные сверхпроводники, двухвременные функции Грина.

DOI: 10.4213/tmf8407

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория сверхпроводимости в многозонных сверхпроводниках первоначально была сформулирована для двух зон Москаленко [1] и независимо Сул с соавторами [2] в модели Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [3]. В рамках этой модели была исследована сверхпроводимость в купратных высокотемпературных сверхпроводниках при учете двух перекрывающихся зон на поверхности Ферми (см. обзор [4]) и в двузонной модели диборида магния (MgB_2) (см. обзор [5]). Как показали дальнейшие исследования, для корректного описания купратных сверхпроводников [6] и сверхпроводимости в MgB_2 [7] необходимо рассмотрение теории сильной связи, предложенной Элиашбергом для однозонной модели [8]. Общая теория сильной связи в купратных сверхпроводниках при учете сильных кулоновских корреляций в двузонной модели Хаббарда была сформулирована в работах [9], [10], а двузонная теория сильной связи для описания сверхпроводимости в MgB_2 рассматривалась в работе [11].

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская обл., Россия.
E-mail: plakida@theor.jinr.ru

Открытие сверхпроводимости в пниктидах – соединениях на основе железа с температурой перехода T_c , достигающей 55 К, – потребовало рассмотрения пятизонной модели металла [12]–[16]. Многозонная теория сильной связи Элиашберга для этих соединений была рассмотрена в ряде работ, где в простейшем приближении использовалась эффективная двухзонная модель (см., например, работы [17]). Эффективная трехзонная теория Элиашберга была предложена в работе [18]. Было показано, однако, что для корректного описания экспериментальных данных необходимо рассматривать четырехзонную модель (см., например, работы [19], [20]). При этом использовалась стандартная теория Элиашберга, где функции, описывающие многозонное взаимодействие электронов с бозонами (фононами и спиновыми флуктуациями), подбирались исходя из наилучшего согласия теоретических расчетов с экспериментальными данными.

В настоящей работе формулируется микроскопическая теория сильной связи многозонных сверхпроводников, использующая метод уравнений движения для двухвременных функций Грина (ФГ) [21], [22] при учете взаимодействия электронов с фононами и спиновыми флуктуациями. В то время как для описания взаимодействия электронов с фононами может быть использована стандартная диаграммная техника, взаимодействие электронов со спиновыми возбуждениями требует применения сложной спиновой диаграммной техники (см., например, книги [23], [24]). В методе уравнений движения для ФГ удастся относительно просто вывести точное уравнение Дайсона для ФГ и получить его решение в приближении первых скелетных диаграмм. Предложенный подход является обобщением теории сильной связи, рассмотренной в работе [25] для однозонной модели.

В разделе 2 формулируются основные уравнения теории. Приближенное решение уравнений сверхпроводимости рассматривается в разделе 3. В приложении приводятся детали вычислений.

2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ

2.1. Многозонная модель металла. Рассмотрим многозонную модель металла для электронов, взаимодействующих с фононами и спиновыми возбуждениями:

$$H = \sum_{p,\alpha} \varepsilon_\alpha(p) a_{\alpha p}^\dagger a_{\alpha p} + \sum_{p,p',\alpha,\beta} W_{\alpha\beta}(p,p') a_{\alpha p}^\dagger a_{\beta p'}, \quad (1)$$

где $p = (\mathbf{p}, \sigma)$, $a_{\alpha p}^\dagger$ и $a_{\alpha p}$ – операторы рождения и уничтожения электрона с импульсом $\mathbf{p}$, спином σ и энергией $\varepsilon_\alpha(p) = \epsilon_\alpha(p) - \mu$ в зоне $\alpha = 1, \dots, n$, μ – химический потенциал. В более общей модели в гамильтониане (1) необходимо также учесть многозонное кулоновское взаимодействие. Взаимодействие электрона с фононами и спиновыми возбуждениями описывается матрицей $W_{\alpha\beta}(p,p')$, которая может быть записана в виде

$$W_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \sigma, \mathbf{p}', \sigma') = \sum_{\lambda, \alpha\beta} \delta_{\sigma, \sigma'} V_{\alpha\beta, \lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') Q_{\lambda, \mathbf{p}-\mathbf{p}'} + \sum_{\nu, \alpha, \beta} V_{\alpha\beta, \nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \vec{S}_{\nu, \mathbf{p}-\mathbf{p}'} \vec{\tau}_{\sigma, \sigma'}. \quad (2)$$

Матричный элемент $V_{\alpha\beta, \lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ определяет взаимодействие с фононами, которые характеризуются нормальной координатой $Q_{\lambda, \mathbf{q}} = Q_{\mathbf{q}}$ для фононной моды λ с квазиимпульсом $\mathbf{q}$. Рассеяние электронов на спиновых возбуждениях, которые описываются оператором спина $\vec{S}_{\nu, \mathbf{q}}$ в зоне ν , определяются матричным элементом

$V_{\alpha\beta,\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ и матрицами Паули $\vec{\tau}_{\sigma,\sigma'} = (\tau_{\sigma,\sigma'}^x, \tau_{\sigma,\sigma'}^y, \tau_{\sigma,\sigma'}^z)$. Далее мы рассмотрим случай спина $S = 1/2$, когда взаимодействие электронов со спиновыми возмущениями можно записать в виде, принятом для s - d -модели [24]:

$$H_{\text{sf}} = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \sum_{\nu} V_{\alpha\beta,\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') a_{\alpha,\mathbf{p}\sigma}^{\dagger} a_{\beta\mathbf{p}'\sigma'} \{ S_{\nu,\mathbf{p}-\mathbf{p}'}^z \delta_{\sigma,\sigma'} (\delta_{\sigma,\uparrow} - \delta_{\sigma,\downarrow}) + \\ + S_{\nu,\mathbf{p}-\mathbf{p}'}^+ \delta_{\sigma,\downarrow} \delta_{\sigma',\uparrow} + S_{\nu,\mathbf{p}-\mathbf{p}'}^- \delta_{\sigma,\uparrow} \delta_{\sigma',\downarrow} \}, \quad (3)$$

где $S_{\nu,\mathbf{q}}^{\pm} = S_{\nu,\mathbf{q}}^x \pm i S_{\nu,\mathbf{q}}^y$.

Вводя матричные обозначения для операторов рождения и уничтожения электронов

$$\mathbf{a}_p^{\dagger} = (a_{1,p}^{\dagger}, \dots, a_{n,p}^{\dagger}), \quad \tilde{\mathbf{a}}_p = (a_{1,p}, \dots, a_{n,p}), \\ \mathbf{a}_p = \begin{pmatrix} a_{1,p} \\ \vdots \\ a_{n,p} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{a}}_p^{\dagger} = \begin{pmatrix} a_{1,p}^{\dagger} \\ \vdots \\ a_{n,p}^{\dagger} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

многозонную модель (1) запишем в виде

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{p}, \sigma} \mathbf{a}_{\mathbf{p}\sigma}^{\dagger} \hat{\varepsilon}(p) \mathbf{a}_{\mathbf{p}\sigma} + \sum_{\mathbf{p}, \sigma, \mathbf{p}', \sigma'} \mathbf{a}_{\mathbf{p}\sigma}^{\dagger} \hat{W}(\mathbf{p}, \sigma, \mathbf{p}', \sigma') \mathbf{a}_{\mathbf{p}'\sigma'}. \quad (5)$$

Здесь матрица электронной энергии имеет диагональный вид, $\hat{\varepsilon}(p) = \delta_{\alpha,\beta} \varepsilon_{\alpha}(p)$, а матрица $\hat{W}(p, p') = W_{\alpha\beta}(p, p')$ включает и межзонные взаимодействия, $\alpha \neq \beta$.

2.2. Уравнения для ФГ. Для вывода уравнений сверхпроводимости в многозонной модели (5) применим метод уравнений движения для двухвременных ФГ [21], [22], рассмотренный в работе [25] для однозонной модели. Введем антикоммутаторную ФГ для матричных операторов (4):

$$\mathbf{G}_p(t - t') = \langle\langle \Psi_p(t) | \Psi_p^{\dagger}(t') \rangle\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \mathbf{G}_p(\omega) e^{-i\omega(t-t')}, \quad (6)$$

пользуясь операторами Намбу

$$\Psi_p = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_p \\ \tilde{\mathbf{a}}_{-p}^{\dagger} \end{pmatrix}, \quad \Psi_p^{\dagger} = (\mathbf{a}_p^{\dagger} \tilde{\mathbf{a}}_{-p}), \quad (7)$$

где $-p = (-\mathbf{p}, \bar{\sigma})$, $\bar{\sigma} = -\sigma$. Матричная ФГ (6) может быть представлена в виде

$$\mathbf{G}_p(\omega) = \begin{pmatrix} \langle\langle \mathbf{a}_p | \mathbf{a}_p^{\dagger} \rangle\rangle_{\omega} & \langle\langle \mathbf{a}_p | \tilde{\mathbf{a}}_{-p} \rangle\rangle_{\omega} \\ \langle\langle \tilde{\mathbf{a}}_{-p}^{\dagger} | \mathbf{a}_p^{\dagger} \rangle\rangle_{\omega} & \langle\langle \tilde{\mathbf{a}}_{-p}^{\dagger} | \tilde{\mathbf{a}}_{-p} \rangle\rangle_{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{G}_p(\omega) & \hat{F}_p(\omega) \\ \hat{F}_p^{\dagger}(\omega) & -\hat{G}_{-p}(-\omega) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\hat{G}_p(\omega) = G_{\alpha,\beta}(\mathbf{p}, \sigma, \omega)$ – нормальная и $\hat{F}_p(\omega) = F_{\alpha,\beta}(\mathbf{p}, \sigma, \omega)$ – аномальная компоненты ФГ (6), имеющие свойства симметрии:

$$\langle\langle \tilde{\mathbf{a}}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}}^{\dagger} | \tilde{\mathbf{a}}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}} \rangle\rangle_{\omega} = -\langle\langle \mathbf{a}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}} | \mathbf{a}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}}^{\dagger} \rangle\rangle_{-\omega}, \\ \langle\langle \tilde{\mathbf{a}}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}}^{\dagger} | \mathbf{a}_{\mathbf{p},\sigma}^{\dagger} \rangle\rangle_{\omega} = (\langle\langle \mathbf{a}_{\mathbf{p},\sigma} | \tilde{\mathbf{a}}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}} \rangle\rangle_{\omega})^{\dagger}. \quad (9)$$

Составим уравнения движения для ФГ (6), дифференцируя ее по времени t :

$$\left[i \frac{d}{dt} - \hat{\tau}_3 \hat{\varepsilon}(p) \right] G_p(t - t') = \delta(t - t') \hat{\tau}_1 \hat{I} + \sum_{p'} \left\langle \left\langle \left(\begin{array}{c} \widehat{W}(p, p') a_{p'} \\ -\widehat{W}^\dagger(-p, -p') \tilde{a}_{-p'}^\dagger \end{array} \right) \right| \Psi_p^\dagger(t') \right\rangle \right\rangle \equiv \\ \equiv \delta(t - t') \hat{\tau}_1 \hat{I} + \langle A_p(t) | \Psi_p^\dagger(t') \rangle_\omega, \quad (10)$$

где было использовано уравнение для оператора Намбу (49) (см. приложение, п. II.1). Здесь и далее для сокращения записи мы будем использовать матрицу $\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Неоднородный член в уравнении определяется единичной матрицей

$$\langle \{ \Psi_{\mathbf{p},\sigma}, \Psi_{\mathbf{p},\sigma}^\dagger \} \rangle = \left\langle \left\{ \left(\begin{array}{c} a_{\mathbf{p},\sigma} \\ \tilde{a}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}}^\dagger \end{array} \right), (a_{\mathbf{p},\sigma}^\dagger, \tilde{a}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}}) \right\} \right\rangle = \begin{pmatrix} \hat{I} & 0 \\ 0 & \hat{I} \end{pmatrix} = \hat{\tau}_1 \hat{I}, \quad (11)$$

где были использованы правила коммутации для матричных операторов и введена единичная матрица $\hat{I}$ (см. приложение, формулы (46), (47)). Для фурье-компоненты ФГ (6) получаем уравнение

$$(\hat{\tau}_1 \hat{I} \omega - \hat{\tau}_3 \hat{\varepsilon}(p)) G_p(\omega) = \hat{\tau}_1 \hat{I} + \langle A_p | \Psi_p^\dagger \rangle_\omega. \quad (12)$$

Дифференцируя многочастичную ФГ в правой части уравнения (10) по правому времени t' и используя уравнение для оператора Намбу (50) (см. приложение), получим второе уравнение для ФГ (6):

$$\langle A_p | \Psi_p^\dagger \rangle_\omega (\hat{\tau}_1 \hat{I} \omega - \hat{\tau}_3 \hat{\varepsilon}(p)) = \\ = \left\langle \left\langle A_p \left| \sum_{p''} (a_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p''), -\tilde{a}_{-p''} \widehat{W}(-p, -p'')) \right. \right\rangle \right\rangle_\omega. \quad (13)$$

Введем нулевую ФГ

$$G_p^{(0)}(\omega) = \{ \hat{\tau}_1 \hat{I} \omega - \hat{\tau}_3 \hat{\varepsilon}(p) \}^{-1} \hat{\tau}_1 \hat{I} = \begin{pmatrix} (\hat{I} \omega - \hat{\varepsilon}(p))^{-1} \hat{I} & 0 \\ 0 & (\hat{I} \omega + \hat{\varepsilon}(p))^{-1} \hat{I} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Умножая уравнение (12) слева и уравнение (13) справа на обратную матрицу $\{ \hat{\tau}_1 \hat{I} \omega - \hat{\tau}_3 \hat{\varepsilon}(p) \}^{-1}$, решение системы уравнений (12) и (13) запишем в виде

$$G_p(\omega) = G_p^{(0)}(\omega) + G_p^{(0)}(\omega) T_p(\omega) G_p^{(0)}(\omega), \quad (15)$$

где матрица рассеяния $T_p(\omega)$ определяется многочастичной ФГ:

$$T_p(\omega) = \sum_{p', p''} \left\langle \left\langle \left(\begin{array}{c} \widehat{W}(p, p') a_{p'} \\ -\widehat{W}^\dagger(-p, -p') \tilde{a}_{-p'}^\dagger \end{array} \right) \right| a_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p''), -\tilde{a}_{-p''} \widehat{W}(-p, -p'') \right\rangle \right\rangle_\omega. \quad (16)$$

Собственная часть матрицы рассеяния $T_p(\omega)^{(\text{pp})}$ (pp – proper part), не содержащая одиночных нулевых ФГ, определяет массовый оператор $\Sigma_p(\omega)$ согласно уравнению

$$T_p(\omega) = \Sigma_p(\omega) + \Sigma_p(\omega) G_p^{(0)}(\omega) T_p(\omega). \quad (17)$$

При этом уравнение (15) для ФГ может быть записано в виде уравнения Дайсона:

$$G_p(\omega) = G_p^{(0)}(\omega) + G_p^{(0)}(\omega) \Sigma_p(\omega) G_p(\omega). \quad (18)$$

Для получения замкнутой системы уравнений для ФГ (6) необходимо использовать определенное приближение при вычислении многочастичной ФГ в уравнении (16) для массового оператора.

2.3. Массовый оператор. Запишем массовый оператор $\Sigma_p(\omega)$, как и ФГ (8), в виде матрицы:

$$\begin{aligned} \Sigma_p(\omega) &= \sum_{p', p''} \left\langle \left\langle \left(-\widehat{W}(p, p') \mathbf{a}_{p'} \right) \left[\mathbf{a}_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p''), -\widetilde{\mathbf{a}}_{-p''} \widehat{W}(-p, -p'') \right] \right\rangle \right\rangle_\omega^{(\text{pp})} \equiv \\ &\equiv \begin{pmatrix} \widehat{M}_p(\omega) & \widehat{\Phi}_p(\omega) \\ \widehat{\Phi}_p^\dagger(\omega) & -\widehat{M}_{-p}(-\omega) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $\widehat{M}_p(\omega) = M_{\alpha, \beta}(\mathbf{p}, \sigma, \omega)$ – нормальная и $\widehat{\Phi}_p(\omega) = \Phi_{\alpha, \beta}(\mathbf{p}, \sigma, \omega)$ – аномальная компоненты массового оператора:

$$\widehat{M}_p(\omega) = \sum_{p', p''} \left\langle \left\langle \widehat{W}(p, p') \mathbf{a}_{p'} \mid \mathbf{a}_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p'') \right\rangle \right\rangle_\omega^{(\text{pp})}, \quad (20)$$

$$\widehat{\Phi}_p(\omega) = - \sum_{p', p''} \left\langle \left\langle \widehat{W}(p, p') \mathbf{a}_{p'} \mid \widetilde{\mathbf{a}}_{-p''} \widehat{W}(-p, -p'') \right\rangle \right\rangle_\omega^{(\text{pp})}. \quad (21)$$

При этом в определении (19) мы использовали свойства симметрии антикоммутирующих ФГ [22]:

$$\begin{aligned} \left\langle \left\langle \widehat{W}^\dagger(-p, -p') \widetilde{\mathbf{a}}_{-p'}^\dagger \mid \widetilde{\mathbf{a}}_{-p''} \widehat{W}(-p, -p'') \right\rangle \right\rangle_\omega &= \\ &= - \left\langle \left\langle \widehat{W}(-p, -p'') \mathbf{a}_{-p''} \mid \mathbf{a}_{-p'}^\dagger \widehat{W}^\dagger(-p, -p') \right\rangle \right\rangle_{-\omega}, \\ \left\langle \left\langle \widehat{W}^\dagger(-p, -p') \widetilde{\mathbf{a}}_{-p'}^\dagger \mid \mathbf{a}_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p'') \right\rangle \right\rangle_\omega &= \\ &= \left(\left\langle \left\langle \widehat{W}(p, p'') \mathbf{a}_{p''} \mid \widetilde{\mathbf{a}}_{-p'} \widehat{W}(-p', -p) \right\rangle \right\rangle_\omega \right)^\dagger. \end{aligned} \quad (22)$$

Для вычисления массового оператора воспользуемся приближением непересекающихся диаграмм, которое известно также как самосогласованное борновское приближение, или приближение взаимодействующих мод. В этом приближении распространение фермионных $\Psi_{\mathbf{p}, \sigma}$ и бозонных фононов Q_q или спиновых $S_{\nu, \mathbf{q}}^\alpha$ возбуждений в многочастичной ФГ (20), (21) рассматривается независимо, и поэтому многочастичная временная корреляционная функция может быть записана как произведение соответствующих одночастичных временных корреляционных функций. При этом для нормальной и аномальной компонент матрицы массового оператора получим соответственно

$$\left\langle \left\langle \widehat{W}(p, p')(t) \mathbf{a}_{p'}(t) \mid \mathbf{a}_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p'') \right\rangle \right\rangle = \delta_{p', p''} \left\langle \widehat{W}(p, p')(t) \widehat{W}^\dagger(p, p') \right\rangle \left\langle \mathbf{a}_{p'}(t) \mathbf{a}_{p'}^\dagger \right\rangle, \quad (23)$$

$$\left\langle \left\langle \widehat{W}(p, p')(t) \mathbf{a}_{p'}(t) \mid \widetilde{\mathbf{a}}_{-p''} \widehat{W}(-p, -p'') \right\rangle \right\rangle = \delta_{p', p''} \left\langle \widehat{W}(p, p')(t) \widehat{W}(-p, -p') \right\rangle \left\langle \mathbf{a}_{p'}(t) \widetilde{\mathbf{a}}_{-p'} \right\rangle. \quad (24)$$

Вычисляя корреляционные функции в (23), (24) через соответствующие запаздывающие ФГ (см. приложение, п. II.2), получаем следующее представление для компонент (20) и (21) массового оператора:

$$\begin{aligned} M_{\alpha, \beta}(\mathbf{p}, \sigma, \omega) &= \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\zeta, \gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 K_{\alpha, \zeta; \gamma, \beta}^{(+)}(\omega, \omega_1 \mid \mathbf{p}, \mathbf{p}') \times \\ &\times \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{\zeta, \gamma}(\mathbf{p}', \sigma, \omega_1) \right], \end{aligned} \quad (25)$$

$$\Phi_{\alpha,\beta}(\mathbf{p}, \sigma, \omega) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\zeta, \gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 K_{\alpha,\zeta;\gamma,\beta}^{(-)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') \times \\ \times \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} F_{\zeta,\gamma}(\mathbf{p}', \sigma, \omega_1) \right]. \quad (26)$$

Нормальная компонента массового оператора $M_p(\omega + i\epsilon) = \text{Re } M_p(\omega) + i \text{Im } M_p(\omega) \equiv M'_p(\omega) + M''_p(\omega)$ определяет перенормировку спектра квазичастиц $M'_p(\omega)$ и их затухание $\Gamma_p(\omega) = -M''_p(\omega) > 0$. Аномальная компонента $\Phi_p(\omega)$ определяет зависящие от частоты и квазиимпульса $\mathbf{p}$ сверхпроводящие щели в соответствующих зонах. Подчеркнем, что спектральные функции в выражениях (25) и (26) определяются полными фермионными (8) и бозонными ФГ, что соответствует вычислению массового оператора в приближении первой скелетной диаграммы. При этом нам не потребовался явный вид бозонного гамильтониана, который необходим лишь при вычислении бозонной ФГ.

Ядро интегральных уравнений (25), (26) имеет такую же форму, как и в однозонной теории сильной связи Элиашберга [8]:

$$K_{\alpha,\zeta;\gamma,\beta}^{(\pm)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \frac{1 - n(\omega_1) + N(\Omega)}{\omega - \omega_1 - \Omega} \lambda_{\alpha,\zeta;\gamma,\beta}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \Omega), \quad (27)$$

где $n(\omega) = [e^{\omega/T} + 1]^{-1}$ и $N(\omega) = [e^{\omega/T} - 1]^{-1}$. Для матричных элементов взаимодействия для нормальной и аномальной компонент массового оператора получаем соотношения (см. приложение, п. II.2)

$$\lambda_{\alpha,\zeta;\gamma,\beta}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \Omega) = \pm \sum_{\lambda, \lambda'} V_{\alpha,\zeta,\lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') V_{\gamma,\beta,\lambda'}^{\text{ph}}(-\mathbf{p}, -\mathbf{p}') \frac{1}{\pi} \text{Im} \chi_{\lambda,\lambda'}^{\text{ph}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \Omega) + \\ + \sum_{\nu, \nu'} V_{\alpha,\zeta,\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') V_{\gamma,\beta,\nu'}^{\text{sf}}(-\mathbf{p}, -\mathbf{p}') \frac{1}{\pi} \text{Im} \chi_{\nu,\nu'}^{\text{sf}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \Omega), \quad (28)$$

где введены динамические восприимчивости для фононных и спиновых возбуждений:

$$\chi_{\lambda,\lambda'}^{\text{ph}}(\mathbf{q}, \omega) = -\langle\langle Q_{\lambda,\mathbf{q}} | Q_{\lambda',\mathbf{q}}^\dagger \rangle\rangle_\omega, \quad (29)$$

$$\chi_{\nu,\nu'}^{\text{sf}}(\mathbf{q}, \omega) = -3\langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) \rangle\rangle_\omega. \quad (30)$$

Таким образом, мы получили замкнутую систему уравнений для ФГ (8) и массового оператора (25), (26).

3. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Самосогласованное решение системы матричных уравнений для ФГ и массового оператора в общем случае представляет сложную задачу. Учитывая, что недиагональные матричные компоненты массового оператора вносят вклад более высокого порядка по взаимодействию, мы можем рассмотреть приближенную систему уравнений, в которой учитываются лишь диагональные компоненты массового оператора и соответствующие ФГ:

$$G_{\alpha,\beta}(p, \omega) = \delta_{\alpha,\beta} G_\alpha(p, \omega), \quad F_{\alpha,\beta}(p, \omega) = \delta_{\alpha,\beta} F_\alpha(p, \omega), \\ M_{\alpha,\beta}(p, \omega) = \delta_{\alpha,\beta} M_\alpha(p, \omega), \quad \Phi_{\alpha,\beta}(p, \omega) = \delta_{\alpha,\beta} \Phi_\alpha(p, \omega). \quad (31)$$

Подобное приближение обычно используется для описания сверхпроводимости в сверхпроводниках на основе железа (см., например, работы [17]–[20]). В этом приближении мы получаем следующие уравнения для диагональных компонент массового оператора:

$$M_\alpha(\mathbf{p}, \sigma, \omega) = \frac{1}{N} \sum_{\beta, \mathbf{p}'} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 K_{\alpha, \beta}^{(+)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} G_\beta(\mathbf{p}', \sigma, \omega_1) \right], \quad (32)$$

$$\Phi_\alpha(\mathbf{p}, \sigma, \omega) = \frac{1}{N} \sum_{\beta, \mathbf{p}'} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 K_{\alpha, \beta}^{(-)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} F_\beta(\mathbf{p}', \sigma, \omega_1) \right], \quad (33)$$

где функция взаимодействия определяется формулами

$$K_{\alpha, \beta}^{(\pm)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \frac{1 - n(\omega_1) + N(\Omega)}{\omega - \omega_1 - \Omega} \lambda_{\alpha, \beta}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \Omega), \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\alpha, \beta}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \Omega) = & \pm \sum_{\lambda} |V_{\alpha\beta, \lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 \frac{1}{\pi} \text{Im} \chi_{\lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \Omega) + \\ & + \sum_{\nu} |V_{\alpha\beta, \nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 \frac{1}{\pi} \text{Im} \chi_{\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \Omega). \end{aligned} \quad (35)$$

В выражении для функции взаимодействия мы учли также только диагональные компоненты динамических восприимчивостей (29), (30): $\lambda = \lambda'$, $\nu = \nu'$.

Учитывая матричное представление $\Phi\Gamma$ (8) в уравнении Дайсона (18) и матричное представление (19) для диагональных компонент массового оператора (32), (33), решение системы уравнений для нормальной и аномальной компонент $\Phi\Gamma$ в парамагнитной фазе может быть записано в виде (см. приложение, п. П.3)

$$G_\alpha(\mathbf{p}, \omega) = \frac{\omega + \varepsilon_\alpha(\mathbf{p}) + M_\alpha(\mathbf{p}, -\omega)}{D_\alpha(\mathbf{p}, \omega)}, \quad (36)$$

$$F_\alpha(\mathbf{p}, \sigma, \omega) = -\frac{\Phi_\alpha(\mathbf{p}, \sigma, \omega)}{D_\alpha(\mathbf{p}, \omega)}, \quad (37)$$

где

$$D_\alpha(\mathbf{p}, \omega) = [\omega - \varepsilon_\alpha(\mathbf{p}) - M_\alpha(\mathbf{p}, \omega)] [\omega + \varepsilon_\alpha(\mathbf{p}) + M_\alpha(\mathbf{p}, -\omega)] - |\Phi_\alpha(\mathbf{p}, \sigma, \omega)|^2. \quad (38)$$

Сверхпроводящие щели и температура сверхпроводящего перехода находятся из уравнения

$$\Phi_\alpha(\mathbf{p}, \sigma, \omega) = \frac{1}{N} \sum_{\beta, \mathbf{p}'} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 K_{\alpha, \beta}^{(-)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{\Phi_\beta(\mathbf{p}', \sigma, \omega_1)}{D_\beta(\mathbf{p}', \omega_1)}. \quad (39)$$

При этом возникает система уравнений для $\alpha = 1, \dots, n$ щелей, связанных матрицей взаимодействия $\lambda_{\alpha, \beta}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \Omega)$ (35). При введении усредненной по поверхности Ферми матрицы взаимодействия система уравнений для щелей принимает стандартный вид уравнений Элиашберга, рассмотренных в работах, посвященных многозонной теории сильной связи для сверхпроводников на основе железа (см., например, работы [17]–[19]).

Решение этой системы уравнений упрощается в приближении слабой связи, когда вблизи поверхности Ферми, $|\omega, \omega_1| \leq \Omega_b \ll \mu$, можно ограничиться статическим приближением для восприимчивостей в ядре интегрального уравнения (34):

$$K_{\alpha,\beta}^{(-)}(\omega, \omega_1 | \mathbf{p}, \mathbf{p}') \simeq -\frac{1}{2} \operatorname{th}\left(\frac{\omega_1}{2T}\right) \lambda_{\alpha,\beta}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_{\alpha,\beta}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{\Omega} \lambda_{\alpha,\beta}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \Omega) = \\ &= -\sum_{\lambda} |V_{\alpha\beta,\lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 \chi_{\lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') + \sum_{\nu} |V_{\alpha\beta,\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 \chi_{\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \end{aligned} \quad (41)$$

После аппроксимации функции (38) вблизи поверхности Ферми формулой

$$D_{\alpha}(\mathbf{p}, \omega) \approx \omega^2 - \tilde{\varepsilon}_{\alpha}^2(\mathbf{p}) - |\Phi_{\alpha}(\mathbf{p}, \sigma)|^2 \equiv \omega^2 - E_{\alpha}^2(\mathbf{p}), \quad (42)$$

где $\tilde{\varepsilon}_{\alpha}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{p}) + M'_{\alpha}(\mathbf{p}, \omega = 0)$, уравнение для многозонной щели (39) на поверхности Ферми $\Phi_{\alpha}(\mathbf{p}, \sigma) = \Phi_{\alpha}(\mathbf{p}, \sigma, \omega = 0)$ принимает вид, характерный для теории БКШ:

$$\Phi_{\alpha}(\mathbf{p}, \sigma) = \frac{1}{N} \sum_{\beta, \mathbf{p}'} \lambda_{\alpha,\beta}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Phi_{\beta}(\mathbf{p}', \sigma)}{2E_{\beta}(\mathbf{p}')} \operatorname{th} \frac{E_{\beta}(\mathbf{p}')}{2T}. \quad (43)$$

При этом интегрирование по импульсу $\mathbf{p}'$ производится в слое энергий $|\tilde{\varepsilon}_{\beta}(\mathbf{p}) - \tilde{\varepsilon}_{\beta}(\mathbf{p}')| < \Omega_b$ вблизи поверхности Ферми для соответствующей зоны, где Ω_b – максимальная энергия фононов или спиновых флуктуаций. Поскольку вклад спиновых флуктуаций в выражении (41) носит характер отталкивания, спаривание возможно только для знакопеременной щели в одной зоне, как, например, в d -волновом синглетном канале, или для щелей разного знака в различных зонах, как было предложено для модели $s_{\pm}$ -щели в сверхпроводниках на основе железа (см., например, работы [15], [16]). В случае двух зон уравнение (43) по форме совпадает с уравнениями, рассмотренными в работах [4], [5].

Рассмотренная теория сильной связи позволяет также анализировать электронный спектр многозонных металлов в приближении сильной связи при учете взаимодействия электронов с фононами и спиновыми флуктуациями или другими бозонными возбуждениями. В этом случае достаточно вычислить $\Phi\Gamma$ в нормальном состоянии, которая в парамагнитной фазе имеет вид

$$G_{\alpha}^N(\mathbf{p}, \omega) = (\omega - \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{p}) - M_{\alpha}(\mathbf{p}, \omega))^{-1}. \quad (44)$$

При этом спектральная интенсивность

$$A_{\alpha}^N(\mathbf{p}, \omega) = -\frac{1}{\pi} \frac{M_{\alpha}''(\mathbf{p}, \omega)}{[\omega - \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{p}) - M_{\alpha}'(\mathbf{p}, \omega)]^2 + [M_{\alpha}''(\mathbf{p}, \omega)]^2} \quad (45)$$

определяет спектральную плотность электронных возбуждений в α -зоне, которая непосредственно измеряется в фотоэмиссионных спектрах с угловым разрешением (см., например, работу [26]).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе развита микроскопическая теория сверхпроводимости в многозонной модели металла (1) с произвольным электрон-бозонным взаимодействием (фононами и спиновыми флуктуациями). Пользуясь методом уравнений движения для двухвременных ФГ [21], [22], мы выводим точное уравнение Дайсона (18) с массовым оператором в виде многочастичной ФГ (19). Вычисление последней в приближении непересекающихся диаграмм (23), (24) позволяет получить самосогласованную систему уравнений для ФГ и массового оператора для нормальной (25) и аномальной (26) компонент, эквивалентную теории сильной связи Элиашберга для однозонных сверхпроводников [8]. Предложена также приближенная система уравнений при учете только диагональных по зонному индексу компонент массового оператора (32), (33), которая допускает простой вывод системы уравнений для многозонной сверхпроводящей щели (39). Такое приближение обычно используется при исследовании сверхпроводников на основе железа (см., например, работу [16] и библиографию в ней). Пренебрегая эффектами запаздывания, в приближении слабой связи система уравнений принимает вид, характерный для теории БКШ. Развита теория является обобщением теории сильной связи для однозонной модели и сверхпроводников с сильными кулоновскими корреляциями в модели Хаббарда [25].

ПРИЛОЖЕНИЕ

П.1. Уравнения для ФГ. Получим уравнения для операторов Намбу Ψ_p в виде столбца и $\Psi_p^\dagger$ в виде строки согласно определению (7). Учитывая коммутационные соотношения

$$\{a_{\alpha p}, a_{\beta p'}^\dagger\} = \delta_{\alpha, \beta} \delta_{p, p'}, \quad \{a_{\alpha p}^\dagger, a_{\beta p'}^\dagger\} = 0, \quad \{a_{\alpha p}, a_{\beta p'}\} = 0, \quad (46)$$

для матричных операторов получим

$$\{a_p, a_{p'}^\dagger\} = \left\{ \begin{pmatrix} a_{1,p} \\ \vdots \\ a_{n,p} \end{pmatrix}, (a_{1,p'}^\dagger, \dots, a_{n,p'}^\dagger) \right\} = \delta_{p,p'} \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \equiv \delta_{p,p'} \hat{I}. \quad (47)$$

Следовательно, уравнения движения для матричных операторов $a_{\mathbf{p}, \sigma}$ и $\tilde{a}_{-\mathbf{p}, \bar{\sigma}}^\dagger$ (4), записанных в виде столбцов, определяются формулами

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} a_{\mathbf{p}, \sigma} &= [a_{\mathbf{p}, \sigma}, \hat{H}] = \hat{\varepsilon}(p) a_p + \sum_{p'} \widehat{W}(p, p') a_{p'}, \\ i \frac{d}{dt} \tilde{a}_{-\mathbf{p}, \bar{\sigma}}^\dagger &= [\tilde{a}_{-\mathbf{p}, \bar{\sigma}}^\dagger, \hat{H}] = -\hat{\varepsilon}(p) \tilde{a}_{-p}^\dagger - \sum_{p'} \widehat{W}(-p, -p') \tilde{a}_{-p'}^\dagger. \end{aligned} \quad (48)$$

При этом уравнение для оператора Намбу Ψ_p принимает вид

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \Psi_{\mathbf{p}, \sigma} &= i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_{\mathbf{p}, \sigma} \\ \tilde{a}_{-p, \bar{\sigma}}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\varepsilon}(p) a_p + \sum_{p'} \widehat{W}(p, p') a_{p'} \\ -\hat{\varepsilon}(p) \tilde{a}_{-p}^\dagger - \sum_{p'} \widehat{W}(-p, -p') \tilde{a}_{-p'}^\dagger \end{pmatrix} \equiv \\ &\equiv \hat{\varepsilon}(p) \hat{\tau}_3 \Psi_{\mathbf{p}, \sigma} + \sum_{p'} \begin{pmatrix} \widehat{W}(p, p') a_{p'} \\ -\widehat{W}(-p, -p') \tilde{a}_{-p'}^\dagger \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (49)$$

где после умножения матриц $\hat{\varepsilon}(p)$ и $\widehat{W}(p, p')$ на столбец $\Psi_{\mathbf{p}, \sigma}$ правые части также преобразуются в столбец.

Уравнение для оператора Намбу $\Psi_p^\dagger = (\mathbf{a}_p^\dagger \tilde{\mathbf{a}}_{-p})$ в виде строки следует из эрмитово сопряженного соотношения (49):

$$\begin{aligned} -i \frac{d}{dt} \Psi_{\mathbf{p}\sigma}^\dagger &= \left(\left\{ \mathbf{a}_p^\dagger \hat{\varepsilon}_p + \sum_{p'} \mathbf{a}_{p'}^\dagger \widehat{W}(p', p) \right\}, \left\{ -\tilde{\mathbf{a}}_{-p} \hat{\varepsilon}_p - \sum_{p'} \tilde{\mathbf{a}}_{-p'} \widehat{W}(-p', -p) \right\} \right) \equiv \\ &\equiv \Psi_{\mathbf{p}\sigma}^\dagger \hat{\varepsilon}_p \hat{\tau}_3 + \sum_{p'} (\mathbf{a}_{p'}^\dagger \widehat{W}(p', p), -\tilde{\mathbf{a}}_{-p'} \widehat{W}(-p', -p)), \end{aligned} \quad (50)$$

где правая часть также имеет вид строки.

П.2. Вычисление массового оператора. Для вычисления массового оператора в приближении непересекающихся диаграмм (23), (24) воспользуемся представлением многочастичных ФГ в массовом операторе (20) в виде

$$\begin{aligned} \langle \langle \widehat{W}(p, p') \mathbf{a}_{p'} | \mathbf{a}_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p'') \rangle \rangle_\omega^{\text{prop}} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1 + e^{-\beta\omega_1}}{(\omega - \omega_1)} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega_1 t} \times \\ &\times \langle \widehat{W}(p, p')(t) \mathbf{a}_{p'}(t) | \mathbf{a}_{p''}^\dagger \widehat{W}^\dagger(p, p'') \rangle^{\text{prop}}. \end{aligned} \quad (51)$$

Аналогичное представление имеет место и для аномальной компоненты (21). Подставим в правую часть (51) выражение (23) и используем для временных корреляционных функций в этой формуле их представление через соответствующие запаздывающие ФГ в виде [22]:

$$\langle \mathbf{a}_{p'}(t) \mathbf{a}_{p'}^\dagger \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{1 + e^{-\beta\omega}} e^{-i\omega t} \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} \langle \langle \mathbf{a}_{p'} | \mathbf{a}_{p'}^\dagger \rangle \rangle_\omega \right], \quad (52)$$

$$\langle \widehat{W}(p, p')(t) | \widehat{W}^\dagger(p, p') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{1 - e^{-\beta\omega}} e^{-i\omega t} \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} \langle \langle \widehat{W}(p, p') | \widehat{W}^\dagger(p, p') \rangle \rangle_\omega \right], \quad (53)$$

где для операторов $\widehat{W}(p, p')$ используется коммутаторная ФГ. После интегрирования по времени t в формуле (51) с учетом (52), (53) получаем представление для массового оператора (20):

$$\begin{aligned} M_{\alpha, \beta}(p, \omega) &= \frac{1}{N} \sum_{p'} \sum_{\zeta, \gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 d\Omega \frac{1 - n(\omega_1) + N(\Omega)}{\omega - \omega_1 - \Omega} \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{\zeta, \gamma}(p', \omega_1) \right] \times \\ &\times \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} \langle \langle W_{\alpha, \zeta}(p, p') | W_{\gamma, \beta}^\dagger(p, p') \rangle \rangle_\Omega \right]. \end{aligned} \quad (54)$$

Аналогичные вычисления для аномальной компоненты массового оператора (21) в приближении непересекающихся диаграмм (24) приводят к уравнению

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha, \beta}(p, \omega) &= -\frac{1}{N} \sum_{p'} \sum_{\zeta, \gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 d\Omega \frac{1 - n(\omega_1) + N(\Omega)}{\omega - \omega_1 - \Omega} \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} F_{\zeta, \gamma}(p', \omega_1) \right] \times \\ &\times \left[-\frac{1}{\pi} \text{Im} \langle \langle W_{\alpha, \zeta}(p, p') | W_{\gamma, \beta}(-p, -p') \rangle \rangle_\Omega \right]. \end{aligned} \quad (55)$$

Вычислим бозонные ФГ в формулах (54) и (55), учитывая определение матричных элементов взаимодействия электронов с фононами и спиновыми возбуждениями (2). Для бозонной ФГ в формуле (54) находим

$$\begin{aligned} \langle\langle W_{\alpha,\zeta}(p, p') | W_{\gamma,\beta}^\dagger(p, p') \rangle\rangle_\omega = \\ = \delta_{\sigma',\sigma} \sum_{\lambda,\lambda'} V_{\alpha,\zeta,\lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}')(V_{\gamma,\beta,\lambda'}^{\text{ph}})^\dagger(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle\langle Q_{\lambda,\mathbf{p}-\mathbf{p}'} | Q_{\lambda',\mathbf{p}-\mathbf{p}'}^\dagger \rangle\rangle_\omega + \\ + \sum_{\nu,\nu'} V_{\alpha,\zeta,\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}')(V_{\gamma,\beta,\nu'}^{\text{sf}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'))^\dagger \times \\ \times \langle\langle (\vec{S}_{\nu,\mathbf{p}-\mathbf{p}'} \vec{\tau}_{\sigma,\sigma'}) | (\vec{S}_{\nu',\mathbf{p}-\mathbf{p}'} \vec{\tau}_{\sigma,\sigma'})^\dagger \rangle\rangle_\omega. \end{aligned} \quad (56)$$

Для спиновой ФГ согласно представлению (3) получим

$$\begin{aligned} \langle\langle (\vec{S}_{\nu,\mathbf{q}} \vec{\tau}_{\sigma,\sigma'}) | (\vec{S}_{\nu',\mathbf{q}} \vec{\tau}_{\sigma,\sigma'})^\dagger \rangle\rangle_\omega = \\ = \delta_{\sigma,\sigma'} \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z (\delta_{\sigma,\uparrow} - \delta_{\sigma,\downarrow}) | (S_{\nu',\mathbf{q}}^z)^\dagger (\delta_{\sigma,\uparrow} - \delta_{\sigma,\downarrow}) \rangle\rangle_\omega + \\ + \delta_{\sigma,-\sigma'} \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^+ \delta_{\sigma,\downarrow} + S_{\nu,\mathbf{q}}^- \delta_{\sigma,\uparrow} | (S_{\nu',\mathbf{q}}^+)^\dagger \delta_{\sigma,\downarrow} + (S_{\nu',\mathbf{q}}^-)^\dagger \delta_{\sigma,\uparrow} \rangle\rangle_\omega = \\ = \delta_{\sigma,\sigma'} \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) \rangle\rangle_\omega + \delta_{\sigma,-\sigma'} 2 \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) \rangle\rangle_\omega, \end{aligned} \quad (57)$$

где мы учли, что в парамагнитной фазе $\langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^+ | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^-) \rangle\rangle_\omega = \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^- | S_{\nu',-\mathbf{q}}^+ \rangle\rangle_\omega = 2 \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) \rangle\rangle_\omega$. Подставляя (56), (57) в уравнение (54) и учитывая, что нормальная ФГ инвариантна по отношению к замене $\sigma \rightarrow -\sigma$: $\hat{G}_{\mathbf{p},\sigma}(\omega) = \hat{G}_{\mathbf{p},-\sigma}(\omega)$, получим формулу для нормальной компоненты массового оператора (25).

Аналогичные вычисления в формуле (55) для аномальной компоненты дают

$$\begin{aligned} \langle\langle W_{\alpha,\zeta}(p, p') | W_{\gamma,\beta}(-p, -p') \rangle\rangle_\omega = \\ = \delta_{\sigma',\sigma} \sum_{\lambda,\lambda'} V_{\alpha,\zeta,\lambda}^{\text{ph}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') V_{\gamma,\beta,\lambda'}^{\text{ph}}(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \langle\langle Q_{\lambda,\mathbf{p}-\mathbf{p}'} | Q_{\lambda',\mathbf{p}'-\mathbf{p}} \rangle\rangle_\omega + \\ + \sum_{\nu,\nu'} V_{\alpha,\zeta,\nu}^{\text{sf}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') V_{\gamma,\beta,\nu'}^{\text{sf}}(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \times \\ \times \langle\langle (\vec{S}_{\nu,\mathbf{p}-\mathbf{p}'} \vec{\tau}_{\sigma,\sigma'}) | (\vec{S}_{\nu',\mathbf{p}'-\mathbf{p}} \vec{\tau}_{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'}) \rangle\rangle_\omega. \end{aligned} \quad (58)$$

Для спиновой ФГ согласно представлению (3) получим

$$\begin{aligned} \langle\langle (\vec{S}_{\nu,\mathbf{q}} \vec{\tau}_{\sigma,\sigma'}) | (\vec{S}_{\nu',-\mathbf{q}} \vec{\tau}_{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'}) \rangle\rangle_\omega = \\ = \delta_{\sigma,\sigma'} \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z (\delta_{\sigma,\uparrow} - \delta_{\sigma,\downarrow}) | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) (\delta_{\bar{\sigma},\uparrow} - \delta_{\bar{\sigma},\downarrow}) \rangle\rangle_\omega + \\ + \delta_{\sigma,-\sigma'} \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^+ \delta_{\sigma,\downarrow} + S_{\nu,\mathbf{q}}^- \delta_{\sigma,\uparrow} | S_{\nu',-\mathbf{q}}^+ \delta_{\bar{\sigma},\downarrow} + S_{\nu',-\mathbf{q}}^- \delta_{\bar{\sigma},\uparrow} \rangle\rangle_\omega = \\ = -\delta_{\sigma,\sigma'} \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) \rangle\rangle_\omega + \delta_{\sigma,-\sigma'} 2 \langle\langle S_{\nu,\mathbf{q}}^z | (S_{\nu',-\mathbf{q}}^z) \rangle\rangle_\omega. \end{aligned} \quad (59)$$

Подставляя выражения (58), (59) в уравнение (55) и учитывая, что аномальная ФГ меняет знак при замене $\sigma \rightarrow -\sigma$: $\hat{F}_{\mathbf{p},\sigma}(\omega) = -\hat{F}_{\mathbf{p},-\sigma}(\omega)$, получаем формулы (26) для аномальной компоненты массового оператора.

П.3. Матричное уравнение для ФГ. Рассмотрим решение системы уравнений для нормальной и аномальной компонент матричной ФГ (8) в уравнении Дайсона (18), записанном в виде

$$\{[G_p^{(0)}(\omega)]^{-1} - \Sigma_p(\omega)\}G_p(\omega) = \hat{\tau}_1 \hat{I}. \quad (60)$$

Учитывая выражения для нулевой ФГ (14) и массового оператора (19), получаем

$$\begin{pmatrix} \hat{I}\omega - \hat{\varepsilon}(p) - \widehat{M}_p(\omega) & -\widehat{\Phi}_p(\omega) \\ -\widehat{\Phi}_p^\dagger(\omega) & \hat{I}\omega + \hat{\varepsilon}(p) + \widehat{M}_{-p}(-\omega) \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \widehat{G}_p(\omega) & \widehat{F}_p(\omega) \\ \widehat{F}_p^\dagger(\omega) & -\widehat{G}_{-p}(-\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{I} & 0 \\ 0 & \hat{I} \end{pmatrix}. \quad (61)$$

Умножая первую матрицу на первый столбец второй матрицы получим два уравнения для нормальной и аномальной компонент ФГ:

$$[\hat{I}\omega - \hat{\varepsilon}(p) - \widehat{M}_p(\omega)]\widehat{G}_p(\omega) - \widehat{\Phi}_p(\omega)\widehat{F}_p^\dagger(\omega) = \hat{I}, \quad (62)$$

$$[\hat{I}\omega + \hat{\varepsilon}(p) + \widehat{M}_{-p}(-\omega)]\widehat{F}_p^\dagger(\omega) - \widehat{\Phi}_p^\dagger(\omega)\widehat{G}_p(\omega) = 0. \quad (63)$$

Вводя ФГ в нормальной фазе

$$[\widehat{G}_p^N(\omega)]^{-1} = \hat{I}\omega - \hat{\varepsilon}(p) - \widehat{M}_p(\omega), \quad (64)$$

решение системы уравнений (62), (63) запишем в виде

$$\widehat{G}_p(\omega) = ([\widehat{G}_p^N(\omega)]^{-1} + \widehat{\Phi}_p(\omega)\widehat{G}_p^N(-\omega)\widehat{\Phi}_p^\dagger(\omega))^{-1}, \quad (65)$$

$$\widehat{F}_p^\dagger(\omega) = \widehat{G}_p^N(-\omega)\widehat{\Phi}_p^\dagger(\omega)\widehat{G}_p(\omega). \quad (66)$$

Решение этой системы уравнений в диагональном приближении (32), (33) может быть получено в явном виде.

Список литературы

- [1] В. А. Москаленко, *ФММ*, **8**:4 (1959), 503–513.
- [2] H. Suhl, B. T. Matthias, L. R. Walker, *Phys. Rev. Lett.*, **3**:12 (1959), 552–554.
- [3] J. Bardeen, L. Cooper, J. Schrieffer, *Phys. Rev.*, **106**:1 (1957), 162–164; **108**:5 (1957), 1175–1204.
- [4] В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, *УФН*, **161**:8 (1991), 155–178.
- [5] M. E. Palistrant, *Internat. J. Modern Phys. B*, **19**:6 (2005), 929–970.
- [6] N. M. Plakida, *High-Temperature Cuprate Superconductors. Experiment, Theory, and Applications*, Springer Series in Solid-State Sciences, **166**, Springer, Berlin, 2010.
- [7] P. C. Canfield, S. L. Bud'ko, D. K. Finnemore, *Physica C*, **385**:1–2 (2003), 1–7, arXiv: cond-mat/0212445.
- [8] Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ*, **38** (1960), 966–974.
- [9] N. M. Plakida, *Physica C*, **282–287** (1997), 1737–1738.
- [10] Н. М. Плакида, Л. Антон, С. Адам, Г. Адам, *ЖЭТФ*, **124**:2 (2003), 367–378.
- [11] O. V. Dolgov, R. K. Kremer, J. Kortus, A. A. Golubov, S. V. Shulga, *Phys. Rev. B*, **72**:2 (2005), 024504, 11 pp., arXiv: cond-mat/0502659.

- [12] Ю.А. Изюмов, Э.З. Курмаев, *Высокотемпературные сверхпроводники на основе FeAs-соединений*, НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, М.–Ижевск, 2009.
- [13] J. Paglione, R. L. Greene, *Nature Phys.*, **6** (2010), 645–658.
- [14] D. C. Johnston, *Adv. Phys.*, **59**:6 (2010), 803–1061, arXiv: 1005.4392.
- [15] I. I. Mazin, *Nature*, **464**:7286 (2010), 183–186.
- [16] P. J. Hirschfeld, M. M. Korshunov, I. I. Mazin, *Rep. Prog. Phys.*, **74**:12 (2011), 124508, 45 pp., arXiv: 1106.3712.
- [17] O. V. Dolgov, A. A. Golubov, *Phys. Rev. B*, **77**:21 (2008), 214526, 5 pp.; O. V. Dolgov, I. I. Mazin, D. Parker, A. A. Golubov, *Phys. Rev. B*, **79**:6 (2009), 060502, 4 pp.
- [18] G. A. Ummarino, M. Tortello, D. Daghero, R. S. Gonnelli, *Phys. Rev. B.*, **80**:17 (2009), 172503, 4 pp., arXiv: 0904.1808.
- [19] L. Benfatto, E. Cappelluti, C. Castellani, *Phys. Rev. B*, **80**:21 (2009), 214522, 12 pp.
- [20] P. Popovich, A. V. Boris, O. V. Dolgov, A. A. Golubov, D. L. Sun, C. T. Lin, R. K. Kremer, B. Keimer, *Phys. Rev. Lett.*, **105**:2 (2010), 027003, 4 pp.
- [21] Н. Н. Боголюбов, С. В. Тябликов, *Докл. АН СССР*, **126**:1 (1959), 53–56.
- [22] Д. Н. Зубарев, *УФН*, **71**:5 (1960), 71–116; Д. Н. Зубарев, В. Г. Морозов, Г. Рёнке, *Статистическая механика неравновесных процессов*, Физматлит, М., 2002.
- [23] В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова думка, Киев, 1984.
- [24] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, М., 1987.
- [25] Н. М. Плакида, *ТМФ*, **154**:1 (2008), 129–146.
- [26] S. V. Borisenko, V. B. Zabolotnyy, A. A. Kordyuk, D. V. Evtushinsky, T. K. Kim, I. V. Morozov, R. Follath, B. Büchner, *Symmetry*, **4** (2012), 251–264.

Поступила в редакцию 29.08.2012