Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Славнов, Теория Янга–Миллса как безмассовый предел массивной калибровочно-инвариантной модели, *ТМФ*, 2013, том 175, номер 1, 3–10

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8451>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.174.16.151

26 апреля 2023 г., 17:21:20

© 2013 г.

А. А. Славнов^{*†}

ТЕОРИЯ ЯНГА–МИЛЛСА КАК БЕЗМАССОВЫЙ ПРЕДЕЛ МАССИВНОЙ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ

Построена калибровочно-инвариантная инфракрасная регуляризация теории Янга–Миллса, применимая вне рамок теории возмущений.

Ключевые слова: поле Янга–Миллса, инфракрасные расходимости, регуляризация.

DOI: 10.4213/tmf8451

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что теория Янга–Миллса не может быть получена как предел при $m \rightarrow 0$ массивной теории Янга–Миллса. Продольная поляризация массивного векторного поля не отщепляется в пределе нулевой массы и дает ненулевой вклад [1]. Недавно было показано [2], что массивная неабелева калибровочно-инвариантная модель, включающая дополнительные возбуждения, может быть использована как калибровочно-инвариантная инфракрасная регуляризация теории Янга–Миллса. Однако процедуру, предложенную в работе [2], можно применить только в рамках теории возмущений по константе связи. С другой стороны, в присутствии инфракрасных сингулярностей теория возмущений неприменима, хотя регуляризация, предложенная в работе [2], может быть полезна для вычисления функций Грина калибровочно-инвариантных операторов.

В настоящей работе мы предлагаем калибровочно-инвариантную неабелеву модель, которая может быть использована в качестве инфракрасной регуляризации теории Янга–Миллса как в теории возмущений, так и вне ее.

2. МАССИВНАЯ НЕАБЕЛЕВА КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНАЯ МОДЕЛЬ

В работах [3]–[5] указывалось, что невозможность однозначного выбора калибровочного условия вне рамок теории возмущений не является внутренним свойством теории Янга–Миллса, а связана с ее конкретной формулировкой. Добавляя новые

---

^{*}Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва, Россия.
E-mail: slavnov@mi.ras.ru

[†]Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

возбуждения, которые асимптотически отщепляются, можно проквантовать неабелеву калибровочную модель, не нарушая релятивистской инвариантности как в теории возмущений, так и вне ее.

Имея это ввиду, мы предлагаем использовать для инфракрасной инвариантной регуляризации теории Янга–Миллса следующий лагранжиан:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - m^{-2}(D^2\tilde{\phi})^*(D^2\tilde{\phi}) + (D_\mu e)^*(D_\mu b) + (D_\mu b)^*(D_\mu e) + \alpha^2(D_\mu\tilde{\phi})^*(D_\mu\tilde{\phi}) - \alpha^2 m^2(b^*e + e^*b), \quad (1)$$

где ϕ – двухкомпонентный комплексный дублет и

$$\tilde{\phi} = \phi - \hat{\mu}, \quad \hat{\mu} = (0, \mu\sqrt{2}g^{-1}). \quad (2)$$

Здесь μ – произвольная константа, имеющая размерность массы. В формуле (1) D_μ обозначает обычную ковариантную производную. Для экономии места мы рассматриваем группу $SU(2)$.

В дальнейшем мы будем пользоваться параметризацией ϕ в терминах эрмитовых компонент:

$$\phi = \left(\frac{i\phi^1 + \phi^2}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{g}{2\mu} \phi^0 \right), \frac{\phi^0 - i\phi^3(1 + g/(2\mu)\phi^0)}{\sqrt{2}} \right). \quad (3)$$

Комплексные антикоммутирующие скалярные поля b, e будут параметризованы следующим образом:

$$b = \left(\frac{ib^1 + b^2}{\sqrt{2}}, \frac{b^0 - ib^3}{\sqrt{2}} \right) \left(1 + \frac{g}{2\mu} \phi^0 \right), \quad e = \left(\frac{ie^1 + e^2}{\sqrt{2}}, \frac{e^0 - ie^3}{\sqrt{2}} \right), \quad (4)$$

где компоненты e^α эрмитовы, а компоненты b^α антиэрмитовы. Мы пользуемся этой специальной параметризацией классических полей, поскольку хотим полностью избавиться от неоднозначности при выборе калибровки для квантования.

Лагранжиан (1), очевидно, инвариантен относительно “сдвинутых” калибровочных преобразований

$$\begin{aligned} A_\mu^a &\rightarrow A_\mu^a + \partial_\mu \eta^a - g\epsilon^{abc} A_\mu^b \eta^c, \\ \phi^a &\rightarrow \phi^a + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} \phi^b \eta^c + \eta^a \mu + \frac{g^2}{4\mu} \phi^a \phi^b \eta^b, \\ \phi^0 &\rightarrow \phi^0 - \frac{g}{2} (\phi^a \eta^a) \left(1 + \frac{g}{2\mu} \phi^0 \right), \\ b^a &\rightarrow b^a + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} b^b \eta^c + \frac{g}{2} b^0 \eta^a + \frac{g^2}{4\mu} b^a \phi^b \eta^b, \\ e^a &\rightarrow e^a + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} e^b \eta^c + \frac{g}{2} e^0 \eta^a, \\ b^0 &\rightarrow b^0 - \frac{g}{2} b^a \eta^a + \frac{g^2}{4\mu} (\phi^a \eta^a) b^0, \\ e^0 &\rightarrow e^0 - \frac{g}{2} e^a \eta^a. \end{aligned} \quad (5)$$

Этот лагранжиан также инвариантен относительно преобразований суперсимметрии

$$\phi \rightarrow \phi - b\epsilon, \quad e \rightarrow e - \frac{D^2(\phi - \hat{\mu})}{m^2}\epsilon, \quad b \rightarrow b, \quad (6)$$

где ϵ – постоянный антикоммутирующий параметр. Эта симметрия играет важную роль в доказательстве отщепления нефизических возбуждений. Лагранжиан (1) инвариантен относительно преобразований (6) при любом α , но при $\alpha = 0$ эти преобразования являются также нильпотентными. Заметим, что для дальнейшего обсуждения нам понадобятся только существование сохраняющегося заряда Q и нильпотентность асимптотического заряда Q_0 , поскольку физический спектр определяется асимптотической динамикой (мы пользуемся стандартной задачей рассеяния, полагая, что асимптотический спектр совпадает со спектром свободного гамильтониана). В рассматриваемом случае нильпотентность асимптотического заряда требует обращения α в нуль. Массивная теория с $\alpha \neq 0$ калибровочно-инвариантна, но не унитарна. Это может показаться странным, поскольку обычно калибровочная инвариантность является достаточным условием унитарности, так как в этом случае можно легко перейти от перенормируемой калибровки к унитарной, в которой спектр включает только физические возбуждения. В данном случае “унитарной” калибровки не существует. Даже в калибровке $\phi^a = 0$ присутствуют нефизические возбуждения.

Для калибровочных преобразований (5) калибровка $\phi^a = 0$ является однозначной как в теории возмущений, так и вне ее. Действительно, если $\phi^a = 0$, то при калибровочных преобразованиях (5) вариация переменных ϕ^a равна $\delta\phi^a = \mu\eta^a$, и условие $\phi^a = 0$ приводит к тому, что $\eta^a = 0$. В этой калибровке переменные ϕ^a параметризуются как обычно:

$$\phi = \left(0, \frac{\phi^0}{\sqrt{2}}\right) + \hat{\mu}. \quad (7)$$

Очевидно, что при $\alpha \neq 0$ лагранжиан (1) описывает массивное векторное поле и не порождает инфракрасных сингулярностей. В терминах “сдвинутых” полей лагранжиан (1) принимает вид

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - m^{-2}(D^2\phi)^*(D^2\phi) + m^{-2}(D^2\phi)^*(D^2\hat{\mu}) + \\ & + m^{-2}(D^2\hat{\mu})^*(D^2\phi) - m^{-2}(D^2\hat{\mu})^*(D^2\hat{\mu}) + (D_\mu e)^*(D_\mu b) + \\ & + (D_\mu b)^*(D_\mu e) + \alpha^2(D_\mu\phi)^*(D_\mu\phi) - \alpha^2(D_\mu\phi)^*(D_\mu\hat{\mu}) - \\ & - \alpha^2(D_\mu\hat{\mu})^*(D_\mu\phi) + \alpha^2(D_\mu\hat{\mu})^*(D_\mu\hat{\mu}) - \alpha^2 m^2(b^*e + e^*b), \end{aligned} \quad (8)$$

и член

$$\alpha^2(D_\mu\hat{\mu})^*(D_\mu\hat{\mu}) = \frac{\alpha^2\mu^2}{2}A_\mu^2 \quad (9)$$

порождает массу векторного поля.

Член

$$\frac{1}{m^2}(D^2\hat{\mu})^*(D^2\hat{\mu}) = \frac{\mu^2}{2m^2} \left[(\partial_\mu A_\mu)^2 + \frac{g^2}{2}(A^2)^2 \right] \quad (10)$$

делает теорию перенормируемой при любом α . Чтобы избежать осложнений, связанных с присутствием в спектре теории Янга–Миллса при $\alpha = 0$ духовых полюсов, мы положим $\mu^2 = m^2$.

Эффективный лагранжиан в калибровке $\phi^a = 0$ может быть записан в виде

$$L_{\text{ef}} = L + \lambda^a \phi^a - \mu \bar{c}^a c^a, \quad (11)$$

где L – лагранжиан (8), а $\bar{c}^a$, c^a – нединамические духовые поля.

Инвариантность лагранжиана (8) относительно калибровочных преобразований (5) и преобразований суперсимметрии (6) приводит к инвариантности эффективного лагранжиана относительно одновременных БРСТ-преобразований, отвечающих преобразованиям (5) и преобразованиям суперсимметрии (6). Если s_1 – нильпотентный оператор, соответствующий одновременному применению преобразований суперсимметрии и БРСТ-преобразований, а преобразования полей имеют вид

$$s_1 \lambda^a = 0, \quad s_1 c^a = -\frac{g}{2} \epsilon_{abc} c^b c^c, \quad s_1 \bar{c}^a = \lambda^a, \quad (12)$$

то эффективный лагранжиан может быть также записан в форме

$$L_{\text{ef}} = L + s_1 \bar{c}^a \phi^a = L(x) + \lambda^a \phi^a - \bar{c}^a (\mu c^a - b^a). \quad (13)$$

Как было указано в работе [5], в континуальном интеграле, который определяет вакуумное ожидание любого оператора, соответствующего какой-либо наблюдаемой, можно выполнить интегрирование по полям λ , $\bar{c}^a$, c^a . Это приведет к замене $c^a = b^a \mu^{-1}$, и в результате такого интегрирования мы получим эффективный лагранжиан, инвариантный относительно преобразований, которые являются суммой БРСТ-преобразования и преобразований суперсимметрии (6), причем в этих преобразованиях c^a заменено на $b^a \mu^{-1}$:

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a &= D_\mu b^a \mu^{-1} \epsilon, \\ \delta \phi^a &= 0, & \delta \phi^0 &= -b^0 \left(1 + \frac{g}{2\mu} \phi^0\right) \epsilon, \\ \delta e^a &= \left(\frac{g}{2\mu} \epsilon^{abc} e^b b^c + \frac{g e^0 b^a}{2\mu} + i \frac{D^2(\tilde{\phi})^a}{\mu^2} \right) \epsilon, & \delta e^0 &= \left(-\frac{g e^a b^a}{2\mu} - \frac{D^2(\tilde{\phi})^0}{\mu^2} \right) \epsilon, \\ \delta b^a &= \frac{g}{2\mu} \epsilon^{abc} b^b b^c, & \delta b^0 &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Поскольку преобразования (14) сохраняют условие $\phi^a = 0$, мы опустили в этих преобразованиях все члены, пропорциональные ϕ^a . Для асимптотического гамильтониана эти преобразования принимают вид

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a &= \partial_\mu b^a \mu^{-1} \epsilon, \\ \delta \phi^a &= 0, & \delta \phi^0 &= -b^0 \epsilon, \\ \delta e^a &= \partial_\mu A_\mu^a \mu^{-1}, & \delta e^0 &= -\partial^2 \phi^0 \mu^{-2}, \\ \delta b^a &= 0, & \delta b^0 &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Согласно теореме Нётер инвариантность относительно преобразований (14) порождает сохраняющийся заряд Q , и можно выбрать в качестве физических асимптотических состояний состояния, удовлетворяющие условию

$$\widehat{Q}_0|\psi\rangle_{\text{as}} = 0, \quad (16)$$

где

$$Q_0 = \int d^3x [(\partial_0 A_i^a - \partial_i A_0^a) \mu^{-1} \partial_i b^a - \mu^{-1} \partial_\nu A_\nu^a \partial_0 b^a + \\ + \mu^{-2} \partial^2 (\partial_0 \phi^0) b^0 - \mu^{-2} \partial_0 b^0 \partial^2 \phi^0 - \mu \alpha^2 b^a A_0^a]. \quad (17)$$

В силу сохранения нётеровского заряда это условие инвариантно относительно динамики.

Пользуясь каноническими переменными Остроградского для систем, описываемых лагранжианами с высшими производными, можно переписать равенство (17) в виде

$$Q_0 = \int d^3x [- (\partial_i p_i^a b^a \mu^{-1} + \mu \alpha^2 b^a A_0^a) + \mu^{-1} p_0^a \partial_0 b - (p_1 - \alpha^2 \varphi_2) b + p_2 \partial_0 b]. \quad (18)$$

Здесь

$$p_i^\alpha = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}_i^\alpha}, \quad p_i = \frac{\delta L}{\delta \dot{\phi}_i} - \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \ddot{\phi}_i}, \\ H = p_i^\alpha \dot{A}_i^\alpha + p_b \dot{b} + p_e \dot{e} + p_1 \dot{\phi}_2 + p_2 \partial_0 \phi_2 - L, \\ p_i^a = \dot{A}_i^a - \partial_i A_0^a, \quad p_0^a = -\partial_\nu A_\nu^a, \quad p_b^a = \dot{e}^a, \quad p_e^a = \dot{b}^a, \quad (19) \\ \varphi_1 = \phi^0, \quad \varphi_2 = \dot{\phi}^0, \quad p_1 = \mu^{-2} \partial^2 \dot{\phi}^0 + \alpha^2 \dot{\phi}^0, \quad p_2 = -\mu^{-2} \partial^2 \phi^0, \\ b^0 = b, \quad e^0 = e, \quad p_b = \dot{e}, \quad p_e = \dot{b}.$$

В этих обозначениях асимптотический гамильтониан выглядит следующим образом:

$$H_0 = \frac{p_i^2}{2} - \frac{p_0^2}{2} - \partial_i p_i^a A_0^a + p_0^a \partial_i A_i^a + \frac{1}{4} (F_{ij}^a)^2 + p_b^a p_e^a + \partial_i b^a \partial_i e^a + \\ + p_b p_e + \partial_i b \partial_i e + p_1 \varphi_2 - \frac{\mu^2}{2} p_2^2 + p_2 \Delta \varphi_1 - \\ - \frac{\alpha^2 \mu^2}{2} A_0^2 + \frac{\alpha^2 \mu^2}{2} A_i^2 + \alpha^2 \mu^2 b e - \frac{\alpha^2}{2} \varphi_2^2 + \frac{\alpha^2}{2} \partial_i \varphi_1 \partial_i \varphi_1. \quad (20)$$

Мы хотим доказать, что лагранжиан (4) действительно описывает инфракрасную регуляризацию теории Янга–Миллса. Это значит, что при $\alpha \neq 0$ он отвечает массивной калибровочно-инвариантной теории, а в пределе $\alpha = 0$ описывает обычные трехмерно-поперечные поляризации поля Янга–Миллса. Разумеется, при $\alpha \neq 0$ спектр соответствующего гамильтониана включает также нефизические возбуждения.

В пределе $\alpha = 0$ выживают только две первые строки в формуле (20). Они содержат члены, зависящие только от полей A_0 , A_i и соответствующих канонических моментов, которые совпадают с обычным свободным гамильтонианом поля

Янга–Миллса в диагональной фейнмановской калибровке, и от полей ϕ^0, b^0, e^0 . Поля b^a, e^a играют роль духов Фаддеева–Попова. Обычные аргументы показывают, что продольная и временная компоненты поля Янга–Миллса и поля b^a, e^a отщепляются от остальных компонент, и физические состояния могут содержать только поперечные компоненты поля Янга–Миллса и переменные, соответствующие полям ϕ^0, b^0, e^0 . Ниже мы покажем, что поля ϕ^0, b^0, e^0 также отщепляются.

Из равенства (20) следует, что асимптотические импульсы p_1, p_2 удовлетворяют уравнениям Клейна–Гордона $\partial^2 p_{1,2} = 0$. Следовательно, эти импульсы допускают стандартное разложение

$$p_{1,2}(x) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{i\sqrt{\omega}}{2} (a_{p_{1,2}}^+(\mathbf{k})e^{ikx} - a_{p_{1,2}}^-(\mathbf{k})e^{-ikx}), \quad (21)$$

где $k_0 = \omega = \sqrt{\mathbf{k}^2}$. Аналогичное разложение можно написать для асимптотических полей $b, \dot{b}$ в форме (и для $e, \dot{e}$ в точно такой же форме при замене $b, \dot{b} \rightarrow e, \dot{e}$):

$$\begin{aligned} b(x) &= (2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega}} (b^+(\mathbf{k})e^{ikx} + b^-(\mathbf{k})e^{-ikx}), \\ \dot{b}(x) &= (2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{i\sqrt{\omega}}{\sqrt{2}} (b^+(\mathbf{k})e^{ikx} - b^-(\mathbf{k})e^{-ikx}), \end{aligned} \quad (22)$$

где $k_0 = \omega = \sqrt{\mathbf{k}^2}$. Канонические переменные, описывающие поля ϕ^0 , вообще говоря, не являются осцилляторными и не могут быть представлены операторами в обычном фоксовском пространстве.

Асимптотические поля $\varphi_{1,2}, p_{1,2}$ удовлетворяют уравнениям движения, которые вытекают из гамильтониана (20):

$$\dot{\varphi}_1 = \varphi_2, \quad \dot{\varphi}_2 + \mu^2 p_2 - \Delta \varphi_1 = 0, \quad \dot{p} = \Delta p_2, \quad \dot{p} = p_1. \quad (23)$$

В соответствии с этими уравнениями часть асимптотического БРСТ-заряда

$$\tilde{Q}_0 = \int d^3x (p_2 \dot{b} + p_1 b), \quad (24)$$

зависящая от переменных $p_{1,2}$, сохраняется и, следовательно, не зависит от времени. Поэтому мы можем положить x_0 в переменных $p_{1,2}, b, \dot{b}$ равным нулю.

Пользуясь уравнениями (21), (22), получим

$$p_1(\mathbf{x}, 0) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{i\sqrt{\omega}}{\sqrt{2}} (a_1^+(\mathbf{k})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} - a_1^-(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}), \quad (25)$$

$$p_2(\mathbf{x}, 0) = -(2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{1}{2\sqrt{\omega}} (a_1^+(\mathbf{k})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} + a_1^-(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}),$$

$$b(\mathbf{x}, 0) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega}} (b^+(\mathbf{k}, 0)e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} + b^-(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}), \quad (26)$$

$$\dot{b}(\mathbf{x}, 0) = i(2\pi)^{-3/2} \int d^3k \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt{2}} (b^+(\mathbf{k})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} - b^-(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}).$$

(формулы для полей $e, \dot{e}$ получается из (26) заменой $b, \dot{b} \rightarrow e, \dot{e}$) Введем следующие комбинации операторов $\hat{p}_{1,2}, \hat{\varphi}_{1,2}, \hat{b}, \hat{e}$, которые удовлетворяют перестановочным соотношениям операторов рождения и уничтожения:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{p}_2(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) + i\hat{p}_1(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= -\hat{a}^+(\mathbf{k}), & \frac{\hat{\varphi}_1(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) + i\hat{\varphi}_2(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= \hat{a}^-(\mathbf{k}), \\ \frac{\hat{p}_2(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) - i\hat{p}_1(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= -\hat{a}^-(\mathbf{k}), & \frac{\hat{\varphi}_1(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) - i\hat{\varphi}_2(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= \hat{a}^+(\mathbf{k}), \\ \frac{\hat{b}(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) + i\dot{\hat{b}}(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= -\hat{b}^+(\mathbf{k}), & \frac{e(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) + i\dot{e}(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= \hat{e}^-(\mathbf{k}), \\ \frac{\hat{b}(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) - i\dot{\hat{b}}(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= -\hat{b}^-(\mathbf{k}), & \frac{\hat{e}(\mathbf{k})\omega(\mathbf{k}) - i\dot{\hat{e}}(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega}} &= \hat{e}^+(\mathbf{k}). \end{aligned} \quad (27)$$

Заметим, что некоммутирующие пары образуют операторы $a, \hat{a}$ и b, e . Для осцилляторных переменных это определение совпадает с обычным.

В терминах введенных выше операторов асимптотический БРСТ-заряд можно записать в следующем виде:

$$Q_0 = i \int d^3k (\hat{a}^+(\mathbf{k})\hat{b}^-(\mathbf{k}) - \hat{b}^+(\mathbf{k})\hat{a}^-(\mathbf{k})). \quad (28)$$

Стоит подчеркнуть, что состояния, порожденные операторами $\hat{a}$, не принадлежат фоковскому пространству. Однако это несущественно для физической интерпретации модели, так как часть $\hat{\hat{H}}$ гамильтониана (20), которая зависит от переменных $\varphi_{1,2}, b, e$ и сопряженных моментов, БРСТ-точна: она может быть представлена в виде антикоммулятора БРСТ-заряда (24) с некоторым оператором A :

$$\hat{\hat{H}}_0 = [\hat{Q}_0, \hat{A}]_+, \quad \hat{A} = \int d^3x \left(\hat{\varphi}_2 \dot{\hat{e}} + \frac{\mu^2}{2} \hat{p}_2 \hat{e} + \Delta \varphi_1 \hat{e} \right). \quad (29)$$

Оператор $\hat{\hat{H}}$ не дает вклада в вакуумные ожидания, вычисленные с помощью физических векторов, которые аннигилируются оператором Q_0 (аналогичная конструкция рассматривалась в работе [6]). Следовательно, он несуществен для энергии любого физического состояния, и мы можем определить вакуум как вектор, аннигилируемый операторами $\hat{a}^-, \hat{\hat{a}}^-, \hat{b}^-, \hat{e}^-$.

Можно ввести оператор $\hat{K}$ формулой

$$\begin{aligned} \hat{K} &= \int d^3x (\hat{\varphi}_1(\mathbf{x}, 0)\dot{\hat{e}}(\mathbf{x}, 0) - \hat{\varphi}_2(\mathbf{x}, 0)\hat{e}(\mathbf{x}, 0)) = \\ &= -i \int d^3k (\tilde{\hat{a}}^+(\mathbf{k})\hat{e}^-(\mathbf{k}) - \hat{e}^+(\mathbf{k})\tilde{\hat{a}}^-(\mathbf{k})). \end{aligned} \quad (30)$$

Антикоммутатор операторов $\hat{Q}_0$ и $\hat{K}$ пропорционален числу нефизических мод, порожденных операторами $\hat{a}^+, \hat{\hat{a}}^+, \hat{b}^+, \hat{e}^+$. Обычным образом можно показать, что любой вектор, удовлетворяющий условию (16), можно представить в виде

$$|\psi\rangle_{\text{phys}} = |\psi\rangle_{\text{tr}} + Q_0|\chi\rangle, \quad (31)$$

где вектор $|\psi\rangle_{\text{tr}}$ содержит только возбуждения, отвечающие поперечным поляризациям поля Янга–Миллса. Матричный элемент любой наблюдаемой, вычисленный с помощью векторов $|\psi\rangle_{\text{phys}}$, совпадает с матричным элементом, вычисленным с помощью векторов $|\psi\rangle_{\text{tr}}$.

Этим завершается доказательство того, что при $\alpha = 0$ матричные элементы любой наблюдаемой, вычисленные с помощью лагранжиана (13) и физических состояний, удовлетворяющих условию (16), совпадают с матричными элементами в обычной теории Янга–Миллса. В то же время при $\alpha \neq 0$ данный лагранжиан описывает массивную калибровочно-инвариантную теорию, не имеющую инфракрасных сингулярностей.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы показали, что лагранжиан (9) можно однозначно проквантовать независимо от того, можно ли пользоваться теорией возмущений по константе связи. При любой величине константы связи он допускает однозначное каноническое квантование в калибровке $\phi^a = 0$.

При $\alpha \neq 0$ этот лагранжиан не приводит к появлению инфракрасных сингулярностей и в то же время является калибровочно-инвариантным. Вводя какую-либо инвариантную ультрафиолетовую регуляризацию, например размерную или высшие ковариантные производные, мы получаем калибровочно-инвариантную регуляризацию, которая делает все величины конечными.

При $\alpha = 0$ этот лагранжиан дает для матричных элементов любой наблюдаемой, вычисленных с помощью физических векторов, которые аннигилируются БРСТ-рядом, те же значения, что и обычный лагранжиан Янга–Миллса. Разумеется, если вычисления выполняются в рамках теории возмущений, то при $\alpha = 0$ вновь появляются инфракрасные сингулярности. Однако этот лагранжиан может служить отправной точкой для непертурбативных вычислений, в частности для вычислений, объясняющих явление невыета кварков.

Благодарности. Я хочу поблагодарить Андреа Квадри за чтение рукописи и полезные замечания. Эта работа была частично поддержана РФФИ (гранты № 11-01-00296_а и 11-01-12037_офи_м-2011), Программой поддержки ведущих научных школ и программой “Нелинейная динамика”.

Список литературы

- [1] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *ТМФ*, **3:1** (1970), 18–23.
- [2] А. А. Славнов, *ТМФ*, **161:2** (2009), 204–211.
- [3] А. А. Славнов, *ТМФ*, **154:2** (2008), 213–219.
- [4] А. А. Slavnov, *JHEP*, **08** (2008), 047, 11 pp., arXiv:0807.1795.
- [5] A. Quadri, A. A. Slavnov, *JHEP*, **07** (2010), 087, 22 pp., arXiv:1002.2490.
- [6] M. Henneaux, C. Teitelboim, *Quantization of Gauge Systems*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1992.