Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, Спонтанное нарушение пространственной четности в плотной барионной материи в обобщенной $U(2)_L \times U(2)_R$ -сигма-модели, *ТМФ*, 2013, том 175, номер 3, 337–346

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8471>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.187.69

26 апреля 2023 г., 13:59:51

© 2013 г. А. А. Андрианов^{*†}, В. А. Андрианов^{*}

СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ В ПЛОТНОЙ БАРИОННОЙ МАТЕРИИ В ОБОБЩЕННОЙ $U(2)_L \times U(2)_R$ -СИГМА-МОДЕЛИ

На основе обобщенной $U(2)_L \times U(2)_R$ -сигма-модели, которая описывает основные и возбужденные состояния скалярных и псевдоскалярных мезонных синглетов и триплетов, исследованы условия нарушения пространственной четности для плотной барионной материи в адронной фазе. В модель введены вершины типа 'т Хоофта для нарушения $U(1)_A$ -симметрии квантовой хромодинамики за счет аномалии. При больших значениях химического потенциала в модели возможно появление состояний с нарушенной четностью, что соответствует конденсации псевдоскалярных полей. Приведены условия для параметров обобщенной сигма-модели, которые определяют переход в фазу со спонтанно нарушенной четностью. Для различных знаков констант двух вершин типа 'т Хоофта конденсируются либо псевдоскалярные изотриплеты, либо изосинглеты.

Ключевые слова: квантовая хромодинамика, скалярные и псевдоскалярные мезоны, спонтанное нарушение пространственной четности.

DOI: 10.4213/tmf8471

1. ВВЕДЕНИЕ

В квантовой хромодинамике (КХД) пространственная четность (Р-четность) не нарушена, если отсутствует так называемый θ -член. Это утверждение было обосновано в работах [1] в евклидовой формулировке КХД. При конечной барионной плотности нарушение четности может возникнуть за счет включения в теорию химического потенциала, в результате чего вакуумный функционал для кварков во внешнем поле глюонов в евклидовом пространстве-времени перестает быть знакоопределенным и условия теоремы Вафы–Виттена [1] не выполняются.

В настоящей работе изучается нарушение Р-четности для больших плотностей барионной материи в адронной фазе методом эффективного лагранжиана. Этот

^{*}Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: andrianov@icc.ub.edu, v.andriano@rambler.ru

[†]Institut de Ciències del Cosmos, Universitat de Barcelona, Barcelona, Spain

лагранжиан (см. раздел 2) описывает основные и возбужденные состояния скалярных и псевдоскалярных мезонов в виде обобщенной сигма-модели с двумя скалярными и псевдоскалярными синглетами и триплетами, взаимодействия которых симметричны относительно глобальных $U(2)_L \times U(2)_R$ -преобразований в соответствии с киральной симметрией лагранжиана КХД в пределе безмассовых кварков. Рассматриваемая модель представляет собой расширение модели из работ [2], [3], которая, в свою очередь, является минимальной с точки зрения возможности описания эффекта спонтанного нарушения Р-четности. Чтобы нарушить аксиальную $U(1)_A$ -симметрию (которая нарушена в КХД непертурбативными эффектами), в лагранжиан сигма-модели добавлены вершины 'т Хоофта [4], [5]. Некоторые аналоги такой модели рассматривались в работах [6], [7] для описания спектров скалярных мезонов.

При помощи уравнений движения (см. раздел 3) сформулированы необходимые условия соответствия между данной моделью и КХД при нулевых температуре и химическом потенциале, т. е. условия сохранения Р-четности при конденсации скалярных полей в вакууме.

Для исследования влияния больших плотностей ядерной материи введен химический барионный потенциал [8] на основе кварк-мезонной модели в однопетлевом приближении (см. раздел 4). Если химический потенциал возрастает, то оказывается возможным появление состояний с нарушенной четностью, что соответствует конденсации псевдоскалярных полей. В настоящей работе приведены примеры критических значений химических потенциалов, при которых происходит переход в фазы со спонтанно нарушенной четностью. Оказывается, что в зависимости от знаков констант взаимодействия в вершинах типа 'т Хоофта происходит конденсация либо изотриплетных псевдоскаляров ("пионный конденсат"), либо изосинглетных псевдоскаляров ("ита-конденсат").

Явление нарушения Р-четности может наблюдаться при столкновениях тяжелых ионов. Соответствующие эксперименты по измерению эффектов, связанных со спонтанным нарушением Р-четности, планируются в Объединенном институте ядерных исследований, Дубна, Россия (проект NICA – Nuclotron-based Ion Collider Facility), а также в лаборатории Gesellschaft für Schwerionenforschung, Дармштадт, Германия (проект FAIR – Facility for Antiproton and Ion Research).

2. $U(2)_L \times U(2)_R$ -СИММЕТРИЧНЫЙ ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ

Для феноменологического описания КХД в адронной фазе при промежуточных энергиях будем использовать идеи сигма-модели Гелл–Манна и Леви [9]. Ранее в работах [2], [3] была предложена модель с эффективным лагранжианом, симметричным относительно группы $SU(2)_L \times SU(2)_R$ и содержащим два скалярных изосинглетных мезона σ_j и два псевдоскалярных триплета π_j^a с полями $H_j = \sigma_j \mathbf{I} + i\hat{\pi}_j$, где $\hat{\pi}_j \equiv \pi_j^a \tau_a$ и τ_a – матрицы Паули, $a = 1, 2, 3$, $\mathbf{I}$ – единичная матрица. Рассмотрим расширение этого лагранжиана до глобальной $U(2)_L \times U(2)_R$ -симметрии, включив, помимо перечисленных полей, псевдоскалярные изосинглеты η_j и скалярные изотриплеты a_j^a . В физике мезонов им будут соответствовать суперпозиции η, η' -мезонов

и изотриплет скалярных мезонов $a(980)$. В этом случае матрицы H_j становятся комплексными матрицами размера 2×2 с восемью вещественными параметрами:

$$H_j = (\sigma_j + i\eta_j)\mathbf{I} + (a_j^a + i\pi_j^a)\tau_a.$$

В модели из работ [2], [3] нарушение пространственной четности порождалось конденсатом псевдоскалярных полей $\langle \pi_j^0 \rangle \neq 0$ для ненулевых значений температуры и химического потенциала. Для нулевых значений температуры и химического потенциала вакуумные состояния не должны нарушать Р-четность в соответствии с принципами КХД.

Перейдем к построению эффективного лагранжиана в киральном пределе по массам кварков. Для этого случая эффективный потенциал мы строим из инвариантов относительно преобразований $H_k \rightarrow \Omega_R H_k \Omega_L^\dagger$, составленных из матричных полей H_k , таким образом, чтобы сохранялась киральная $U(2)_L \times U(2)_R$ -симметрия:

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}}^{(1)} = \frac{1}{2} \text{tr} \bigg\{ & - \sum_{j,k=1}^2 H_j^\dagger \Delta_{jk} H_k + \lambda_1 (H_1^\dagger H_1)^2 + \lambda_2 (H_2^\dagger H_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} \lambda_3 (H_1^\dagger H_1 H_2^\dagger H_2 + H_1^\dagger H_2 H_2^\dagger H_1) + \frac{1}{2} \lambda_4 (H_1^\dagger H_2 H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1 H_2^\dagger H_1) + \\ & + \frac{1}{2} \lambda_5 (H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1) H_1^\dagger H_1 + \frac{1}{2} \lambda_6 (H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1) H_2^\dagger H_2 \bigg\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Матрица Δ_{ij} выбирается вещественной и симметричной так, чтобы явным образом не нарушить Р-четность. По этой же причине константы λ_i должны быть также вещественными. В соответствии с КХД $\Delta_{jk} \sim \lambda_i \sim N_c$, где N_c – число цветов. Слагаемые более высокого порядка по полям подавляются обратными степенями $\Lambda \simeq 1.2 \text{ ГэВ}$ (параметра спонтанного нарушения киральной симметрии), и поэтому не включены в потенциал.

В расширенной модели следующие вершины уже неэквивалентны:

$$2 \text{tr} H_j^\dagger H_k H_l^\dagger H_m \neq \text{tr} H_j^\dagger H_k \text{tr} H_l^\dagger H_m \neq \text{tr} H_j^\dagger H_m \text{tr} H_l^\dagger H_k.$$

Из-за этого в эффективный потенциал необходимо добавить вершины с произведением двух следов:

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}}^{(2)} = \frac{1}{4} \bigg\{ & \lambda_7 (\text{tr} H_1^\dagger H_1)^2 + \lambda_8 (\text{tr} H_2^\dagger H_2)^2 + \lambda_9 (\text{tr} H_1^\dagger H_1) (\text{tr} H_2^\dagger H_2) + \\ & + \lambda_{10} (\text{tr} H_1^\dagger H_2) (\text{tr} H_2^\dagger H_1) + \frac{1}{2} \lambda_{11} ((\text{tr} H_1^\dagger H_2)^2 + (\text{tr} H_2^\dagger H_1)^2) + \\ & + \frac{1}{2} (\lambda_{12} \text{tr} H_1^\dagger H_1 + \lambda_{13} \text{tr} H_2^\dagger H_2) \text{tr} (H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1) \bigg\}. \end{aligned}$$

С точки зрения КХД $\lambda_7, \dots, \lambda_{13} = O(1)$. В дальнейшем мы будем использовать приближение большого числа цветов $N_c \gg 1$ и пренебрегать вкладом вершин потенциала $V_{\text{eff}}^{(2)}$ по сравнению с $V_{\text{eff}}^{(1)} = O(N_c)$.

Используя глобальную киральную инвариантность, введем следующую параметризацию с переменными определенной четности:

$$\begin{aligned} H_1(x) &= \xi(x)\Sigma_1(x)\xi(x), & H_2(x) &= \xi(x)(\Sigma_2(x) + i\Pi(x))\xi(x), \\ \xi &\equiv \exp\left(i\frac{\eta_1 + \pi_1^a \tau_a}{2F_0}\right), & \Sigma_j(x) &= \sigma_j + a_j^a \tau^a, & \Pi(x) &= \eta_2 + \pi_2^a \tau^a, \\ P\sigma_2(x) &= \sigma_2(x), & P\hat{\pi}_2 &= -\hat{\pi}_2, & P\hat{a}_j &= \hat{a}_j, & P\eta_j &= -\eta_j, \end{aligned} \quad (2)$$

где P обозначает операцию пространственной четности. При этом в потенциале $V_{\text{eff}}^{(1)} + V_{\text{eff}}^{(2)}$ будут отсутствовать четыре переменных (η_1, π_1^a) , предположительно соответствующих безмассовым голдстоуновским полям. Этот выбор переменных в кварк-мезонной модели соответствует переходу к одетым полям конститuentных кварков [10].

Эффективный потенциал (1) в данной параметризации имеет вид

$$V_{\text{eff}}^{(1)} = v^{(2)} + v_1^{(4)} + v_2^{(4)} + v_3^{(4)} + v_4^{(4)} + v_5^{(4)} + v_6^{(4)}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} v^{(2)} &= -\Delta_{11}(\sigma_1^2 + (a_1^a)^2) - 2\Delta_{12}(\sigma_1\sigma_2 + a_1^a a_2^a) - \Delta_{22}(\sigma_2^2 + (a_2^a)^2 + \eta_2^2 + (\pi_2^a)^2), \\ v_1^{(4)} &= \lambda_1(\sigma_1^4 + 6\sigma_1^2(a_1^a)^2 + (a_1^a)^2(a_1^a)^2), \\ v_2^{(4)} &= \lambda_2(\sigma_2^4 + 6\sigma_2^2(a_2^a)^2 + (a_2^a)^2(a_2^a)^2 + \eta_2^4 + 6\eta_2^2(\pi_2^a)^2 + (\pi_2^a)^2(\pi_2^a)^2 + \\ &\quad + 2(\sigma_2^2\eta_2^2 + \sigma_2^2(\pi_2^a)^2 + 4\sigma_2\eta_2(a_2^a\pi_2^a) + \eta_2^2(a_2^a)^2 + (a_2^a)^2(\pi_2^a)^2) - \\ &\quad - 4((a_2^a\pi_2^a)^2 - (a_2^a)^2(\pi_2^a)^2)), \\ v_3^{(4)} &= \lambda_3(\sigma_1^2\sigma_2^2 + \sigma_1^2(a_2^a)^2 + \sigma_2^2(a_1^a)^2 + 4\sigma_1\sigma_2(a_1^a a_2^a) + (a_1^a)^2(a_2^a)^2 + \sigma_1^2\eta_2^2 + \\ &\quad + \sigma_1^2(\pi_2^a)^2 + 4\sigma_1\eta_2(a_1^a\pi_2^a) + \eta_2^2(a_1^a)^2 + (a_1^a)^2(\pi_2^a)^2), \\ v_4^{(4)} &= \lambda_4(-\sigma_1^2\eta_2^2 - \sigma_1^2(\pi_2^a)^2 - \eta_2^2(a_1^a)^2 - 4\sigma_1\eta_2(a_1^a\pi_2^a) - (a_1^a\pi_2^a)^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2 + \\ &\quad + \sigma_1^2(a_2^a)^2 + \sigma_2^2(a_1^a)^2 + 4\sigma_1\sigma_2(a_1^a a_2^a) + (a_1^a a_2^a)^2 + (a_1^a)^2(\pi_2^b)^2 - (a_1^a\pi_2^a)^2 - \\ &\quad - (a_1^a)^2(a_2^b)^2 + (a_1^a a_2^a)^2), \\ v_5^{(4)} &= \lambda_5(\sigma_1^3\sigma_2 + 3\sigma_1\sigma_2(a_1^a)^2 + 3\sigma_1^2(a_1^a a_2^a) + (a_1^a a_2^a)(a_1^a)^2), \\ v_6^{(4)} &= \lambda_6(\sigma_1\sigma_2^3 + 3\sigma_1\sigma_2(a_2^a)^2 + 3\sigma_2^2(a_1^a a_2^a) + (a_2^a)^2(a_1^a a_2^a) + \sigma_1\sigma_2\eta_2^2 + \sigma_1\sigma_2(\pi_2^a)^2 + \\ &\quad + 2\sigma_1\eta_2(a_2^a\pi_2^a) + 2\sigma_2\eta_2(a_1^a\pi_2^a) + \eta_2^2(a_1^a a_2^a) + 3(a_1^a a_2^a)(\pi_2^a)^2 - 2(a_1^a\pi_2^a)(a_2^a\pi_2^a)). \end{aligned}$$

Расширение киральной $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -симметрии модели [11] преобразованиями из группы $U(1)_L \times U(1)_R = U(1)_V \times U(1)_A$ не соответствует симметриям КХД, так как в безмассовой КХД глобальная $U(1)_A$ -симметрия выполняется лишь для классического лагранжиана и нарушается в квантовой КХД глюонной аномалией [12]. В связи с этим в эффективный потенциал необходимо добавить вершины, которые инвариантны при преобразованиях обоих полей H_1, H_2 относительно группы $SU(2)_L \times SU(2)_R$, но не группы $U(1)_A$. Этим условиям удовлетворяют вершины 'т Хоофта $\det(\alpha_{j1}H_1 + \alpha_{j2}H_2) + \text{э. с.}$, которые имитируют в эффективном мезонном лагранжиане появление топологической восприимчивости вакуума КХД за счет

глюонной аномалии (туннельные переходы за счет инстантонов [5]). В общей ситуации имеются три вершины, которые нарушают $U(1)_A$ -симметрию :

$$V_{\text{тн}} = \frac{c_1}{2}(\det H_1 + \det H_1^\dagger) + \frac{c_2}{2}(\det H_2 + \det H_2^\dagger) + \frac{c_3}{2} \text{tr}(H_1 \tau_2 H_2^\top \tau_2 + H_1^\dagger \tau_2 H_2^* \tau_2), \quad (4)$$

где $H_{ik}^\top = H_{ki}$ – транспонированная матрица, а константы $c_{1,2,3}$ – вещественные числа.

Выбор поля H_1 однозначно определяется той локальной вершиной динамической массы $\bar{q}H_1q$ в кварк-мезонной модели, которая участвует в формировании зависимости вакуумной энергии (мезонного лагранжиана) от барионного химического потенциала (см. ниже, а также в работе [11]). Однако второе поле H_2 допускает переопределение $H_2 = \alpha H_2' + \beta H_1$ без изменения физических характеристик, если соответствующим образом изменить константы связи в эффективном потенциале (3). Пользуясь этой свободой, нетрудно выбрать базис полей H_1, H_2 , в котором отсутствует вершина с константой c_3 . Полагая $c_3 = 0$, находим представление этой части потенциала (4) в параметризации (2):

$$V_{\text{тн}} = c_1(\sigma_1^2 - (a_1^a)^2) \cos \frac{2\eta_1}{F_0} + \\ + c_2(\sigma_2^2 - (a_2^a)^2 - \eta_2^2 + (\pi_2^a)^2) \cos \frac{2\eta_1}{F_0} - 2c_2(\sigma_2\eta_2 - a_2^a\pi_2^a) \sin \frac{2\eta_1}{F_0}.$$

3. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭКСТРЕМУМА ЭФФЕКТИВНОГО ПОТЕНЦИАЛА

Исследуем появление изосинглетных конденсатов – вакуумных ожиданий полей $\langle \sigma_j \rangle \neq 0$ – при отсутствии внешних воздействий на систему, т.е. при ненулевых значениях температуры и *барионного* химического потенциала. В этой области мы не ожидаем конденсации изотриплетных скалярных и псевдоскалярных полей. Исследуем окрестность нулевых конденсатов $\langle a_j^a \rangle = 0$, $\langle \eta_{1,2} \rangle = \langle \pi_2^a \rangle = 0$. В этом случае система уравнений для вакуумных ожиданий скалярных и псевдоскалярных полей для эффективного потенциала (3), (4) принимает вид

$$2(-\Delta_{11} + c_1)\sigma_1 - 2\Delta_{12}\sigma_2 + 4\lambda_1\sigma_1^3 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1\sigma_2^2 + 3\lambda_5\sigma_1^2\sigma_2 + \lambda_6\sigma_2^3 = 0, \quad (5)$$

$$-2\Delta_{12}\sigma_1 + 2(-\Delta_{22} + c_2)\sigma_2 + 4\lambda_2\sigma_2^3 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1^2\sigma_2 + \lambda_5\sigma_1^3 + 3\lambda_6\sigma_1\sigma_2^2 = 0, \quad (6)$$

$$a_1^a(-2(\Delta_{11} + c_1) + 12\lambda_1\sigma_1^2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_2^2 + 6\lambda_5\sigma_1\sigma_2) + \\ + a_2^a(-2\Delta_{12} + 4(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1\sigma_2 + 3\lambda_5\sigma_1^2 + 3\lambda_6\sigma_2^2) = 0, \quad (7)$$

$$a_1^a(-2\Delta_{12} + 4(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1\sigma_2 + 3\lambda_5\sigma_1^2 + 3\lambda_6\sigma_2^2) + \\ + a_2^a(-2(\Delta_{22} + c_2) + 12\lambda_2\sigma_2^2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1^2 + 6\lambda_6\sigma_1\sigma_2) = 0, \quad (8)$$

$$-2\eta_1\left(\frac{c_1}{F_0^2}\sigma_1^2 + \frac{c_2}{F_0^2}\sigma_2^2\right) - \eta_2\frac{2c_2}{F_0}\sigma_2 = 0, \quad (9)$$

$$-\eta_1\frac{2c_2}{F_0}\sigma_2 + \eta_2(-\Delta_{22} - c_2 + 2\lambda_2\sigma_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)\sigma_1^2 + \lambda_6\sigma_1\sigma_2) = 0, \quad (10)$$

$$\pi_2^a(-\Delta_{22} + c_2 + 2\lambda_2\sigma_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)\sigma_1^2 + \lambda_6\sigma_1\sigma_2) = 0. \quad (11)$$

Чтобы рассматриваемая сигма-модель соответствовала КХД, вакуумные решения этих уравнений должны быть тривиальны для изотриплетных скалярных и псевдоскалярных конденсатов $\langle a_j^a \rangle = 0$, $\langle \eta_{1,2} \rangle = \langle \pi_2^a \rangle = 0$.

Очевидно, данные решения управляются собственными значениями матриц (вторых вариаций) в соответствующих однородных линейных уравнениях: в уравнении (8) для изотриплетных скаляров и уравнении (10) для изосинглетных псевдоскаляров, которые определяют массы соответствующих мезонов. Для того чтобы гарантировать равенство нулю изотриплетных конденсатов в уравнении (11), необходимо выполнение условия [11]

$$-\Delta_{22} + c_2 + 2\lambda_2\sigma_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)\sigma_1^2 + \lambda_6\sigma_1\sigma_2 \equiv C_{\Pi} > 0. \quad (12)$$

С учетом этого неравенства из уравнения (10) следует, что матрица, задающая массы для псевдоскалярных изосинглетных мезонов, положительно определена, если $c_1 < 0$ и $c_2 < 0$. Это обеспечивает положительность определителя и следа матрицы второго порядка в (10). Если $c_1 > 0$ и $c_2 > 0$, то элемент этой матрицы с номером 11 отрицателен,

$$-2\left(\frac{c_1}{F_0^2}\sigma_1^2 + \frac{c_2}{F_0^2}\sigma_2^2\right) < 0,$$

и это соответствует неустойчивости эффективного потенциала относительно образования ненулевого значения поля η_1 . Тем самым такие значения констант c_1 , c_2 не могут возникнуть в КХД в вакуумных условиях.

Однако существуют области значений $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ и $c_1 < 0$, $c_2 > 0$ такие, что диагональные элементы матрицы в (10) положительны, а именно

$$-(c_1\sigma_1^2 + c_2\sigma_2^2) > 0, \quad C_{\Pi} - 2c_2 > 0. \quad (13)$$

Тогда условием, предохраняющим рассматриваемую сигма-модель от конденсации псевдоскалярных полей в режиме спонтанного нарушения киральной симметрии, является неравенство

$$C_{\Pi} > \frac{2c_1c_2\sigma_1^2}{c_1\sigma_1^2 + c_2\sigma_2^2}, \quad (14)$$

вытекающее из положительности определителя матрицы в (10).

Для анализа сектора скалярных изотриплетных конденсатов в режиме спонтанного нарушения киральной $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -симметрии нам необходимо получить условия, обеспечивающие положительность масс изоскалярных мезонов (условия минимума потенциала) в окрестности их ненулевых вакуумных ожиданий $\langle \sigma_j \rangle \neq 0$. Вторая вариация потенциала в этом секторе имеет вид

$$\begin{aligned} V_{\sigma_1\sigma_1} &= -2(\Delta_{11} + c_1) + 12\lambda_1\sigma_1^2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_2^2 + 6\lambda_5\sigma_1\sigma_2 > 0, \\ V_{\sigma_2\sigma_2} &= 2(-\Delta_{22} + c_2) + 12\lambda_2\sigma_2^2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1^2 + 6\lambda_6\sigma_1\sigma_2 > 0, \\ V_{\sigma_1\sigma_2} &= -2\Delta_{12} + 4(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1\sigma_2 + 3\lambda_5\sigma_1^2 + 3\lambda_6\sigma_2^2. \end{aligned}$$

Матрица $V_{\sigma_j\sigma_k}$ должна быть положительно определена на решениях уравнений движения. В свою очередь, в однородной системе уравнений (7), (8) для возможных вакуумных ожиданий полей a_j^a , записанной как $\sum_k V_{a_j a_k} a_k^a = 0$, матрица $V_{a_j a_k}$ связана с матрицей $V_{\sigma_j\sigma_k}$ вторых вариаций сдвигом: $V_{a_j a_k} = V_{\sigma_j\sigma_k} - 4c_j\delta_{jk}$. Очевидно,

что при $c_j < 0$ эта матрица положительно определена и, следовательно, изотриплетные скалярные поля не конденсируются. Однако если $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ либо $c_1 < 0$, $c_2 > 0$, то необходимо дополнительно контролировать положительность диагональных элементов: $V_{a_1 a_1} = V_{\sigma_1 \sigma_1} - 4c_1 > 0$ в первом случае и $V_{a_2 a_2} = V_{\sigma_2 \sigma_2} - 4c_2 > 0$ во втором. При этом для положительности определителя матрицы $V_{a_j a_k}$ достаточно выполнения условия $-c_1 V_{a_2 a_2} - c_2 V_{a_1 a_1} - 4c_1 c_2 > 0$.

4. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ С НАРУШЕНИЕМ Р-ЧЕТНОСТИ ПРИ КОНЕЧНЫХ T И μ

Исследуем возможные фазовые переходы с нарушением Р-четности под воздействием температуры и барионного химического потенциала. Выберем базис полей H_j так, чтобы поле H_1 входило в локальное взаимодействие между кварками: $\Delta\mathcal{L} = -(\bar{q}_R H_1 q_L + \bar{q}_L H_1^\dagger q_R)$, где $\bar{q}$, q обозначают поля кварков. Мы предполагаем, что в результате бозонизации КХД динамические степени свободы мезонных полей в вакууме полностью описываются эффективным лагранжианом с потенциалом (3). Соответственно для воспроизведения эффектов температуры кварков и барионного химического потенциала удержим в скалярном поле лишь переменную динамической массы $H_1 \rightarrow \sigma_1$. Тогда вклад этих эффектов в уравнения движения появится лишь в уравнении (6)

$$2(-\Delta_{11} + c_1)\sigma_1 - 2\Delta_{12}\sigma_2 + 4\lambda_1\sigma_1^3 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)\sigma_1\sigma_2^2 + 3\lambda_5\sigma_1^2\sigma_2 + \lambda_6\sigma_2^3 + 2\mathcal{N}\sigma_1\mathcal{A}(\sigma_1, \mu, \beta) = 0, \quad (15)$$

где $\mathcal{N} = N_c N_f / 4\pi^2$ и $\beta = 1/T$, а также

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\sigma_1, \mu, \beta) &= \frac{1}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 p}{\pi} \frac{1}{(i\omega_n + \mu)^2 - p^2 - \sigma_1^2} - [T = 0, \mu = 0] = \\ &= 2 \int_{\sigma_1}^{\infty} dE \sqrt{E^2 - \sigma_1^2} \frac{\text{ch}(\beta\mu) + e^{-\beta E}}{\text{ch}(\beta\mu) + \text{ch}(\beta E)} \end{aligned}$$

в формализме мнимого времени Мацубары.

Мы проанализируем влияние химического потенциала при нулевой температуре (или, эквивалентно, при $\beta \rightarrow \infty$)

$$\mathcal{A}(\sigma_1, \mu, \beta)|_{\beta=\infty} = \Theta(\mu - \sigma_1) \left(\mu \sqrt{\mu^2 - \sigma_1^2} - \sigma_1^2 \ln \frac{\mu + \sqrt{\mu^2 - \sigma_1^2}}{\sigma_1} \right).$$

Нетрудно показать, что эта функция монотонно возрастает по переменной μ , и это ведет к убыванию σ_1 [11].

Рассмотрим возможность существования решения $\eta_j = 0$, $\rho \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$, которая существует при отрицательных $c_j < 0$ согласно соотношениям (12)–(14). В точке фазового перехода неравенство (12) превращается в равенство, и σ_j удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} -\Delta_{22} + c_2 + 2\lambda_2\sigma_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)\sigma_1^2 + \lambda_6\sigma_1\sigma_2 &= C_{\Pi} = 0, \\ -2\Delta_{12} + \lambda_5\sigma_1^2 + \lambda_6\sigma_2^2 + 4\lambda_4\sigma_1\sigma_2 &= 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений однозначно находим σ_j . При $\lambda_2\lambda_6 \neq 0$ получаем

$$\sigma_2 = A\sigma_1 + \frac{B}{\sigma_1} > 0, \quad (16)$$

где

$$A \equiv \frac{2\lambda_5\lambda_2 + \lambda_6(\lambda_4 - \lambda_3)}{\lambda_6^2 - 8\lambda_2\lambda_4}, \quad B \equiv \frac{\lambda_6(\Delta_{22} - c_2) - 4\lambda_2\Delta_{12}}{\lambda_6^2 - 8\lambda_2\lambda_4}.$$

Неравенство (16) продолжается в фазу нарушения Р-четности [11]. Критические значения можно найти из следующего уравнения для $r \equiv \sigma_2/\sigma_1$:

$$(4\lambda_2\Delta_{12} - \lambda_6(\Delta_{22} - c_2))r^2 + (2\lambda_6\Delta_{12} - 4\lambda_4(\Delta_{22} - c_2))r + 2(\lambda_3 - \lambda_4)\Delta_{12} - \lambda_5(\Delta_{22} - c_2) = 0.$$

Зная $r_{\text{crit}} = r_{\pm}(\Delta_{12}, \Delta_{22} - c_2, \lambda_2, \dots, \lambda_6)$, можно ввести параметризацию:

$$\sigma_1^{\pm}(\Delta_{jk}, c_2, \lambda_j) = \sqrt{\frac{B}{r_{\pm} - A}}, \quad \sigma_2^{\pm}(\Delta_{jk}, c_2, \lambda_j) = r_{\pm}\sigma_1^{\pm}.$$

Наконец, подставляя эти критические значения в (15), определяем границу разделения фаз

$$\mathcal{NA}(\sigma_1^{\pm}, \mu, \beta) = \Delta_{11} - c_1 - 2\lambda_1(\sigma_1^{\pm})^2 - \lambda_5\sigma_1^{\pm}\sigma_2^{\pm} - (\lambda_3 - \lambda_4)(\sigma_2^{\pm})^2 > 0. \quad (17)$$

Так как функция $\mathcal{A}(\sigma_1^{\pm}, \mu, \beta)$ положительна и монотонна по μ , условие существования фазы с конденсацией нейтрального изотриплета псевдоскаляров опирается лишь на положительность правой части равенства в (17).

Исследуем возможность конденсации изоскалярных псевдоскаляров, которая может иметь место, только если $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ или $c_1 < 0$, $c_2 > 0$ (см. предыдущий раздел). В этом случае переход в фазу конденсации полей η_j возникает при

$$C_{\Pi} = \begin{cases} 2c_2 & \text{для } c_1 < 0, c_2 > 0, \\ \frac{2c_1c_2\sigma_1^2}{c_1\sigma_1^2 + c_2\sigma_2^2} < 2c_1 & \text{для } c_1 > 0, c_2 < 0 \end{cases} \quad (18)$$

при условии, что $-(c_1\sigma_1^2 + c_2\sigma_2^2) > 0$. Второе условие для определения критической точки конденсации полей η_j появляется после комбинации соотношения (18) с уравнением движения (6):

$$C_{\eta} = \begin{cases} 4c_2 & \text{для } c_1 < 0, c_2 > 0, \\ \frac{4c_1c_2\sigma_1^2}{c_1\sigma_1^2 + c_2\sigma_2^2} < 2c_1 & \text{для } c_1 > 0, c_2 < 0, \end{cases} \quad (19)$$

где $C_{\eta} \equiv -2\Delta_{12}\sigma_1 + \lambda_5\sigma_1^3 + 4\lambda_4\sigma_1^2\sigma_2 + \lambda_6\sigma_1\sigma_2^2$. Решение уравнений (18), (19) снова дает критические значения $\sigma_{j,c}$. Подставляя их в первое уравнение движения (15), можно найти линию разделения фаз. Подчеркнем, что при условиях конденсации изоскалярных псевдоскаляров конденсация изотриплетных псевдоскалярных полей (“пионов”) не происходит, поскольку значение C_{Π} остается положительным.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для исследования возможности нарушения пространственной четности в барионной материи с ненулевой плотностью мы построили обобщенную $U(2)_L \times U(2)_R$ -сигма-модель как низкоэнергетическое приближение КХД. Важной особенностью этой модели является включение двух псевдоскалярных изосинглетов, помимо двух нижних по массе состояний в скалярном и псевдоскалярном секторах. В эффективный лагранжиан введены дополнительные слагаемые (вершины 'т Хоофта), которые соответствуют нарушению аксиальной $U(1)_A$ -симметрии в КХД за счет аномалии. Анализ уравнений движения показал возможность реализации в этой модели симметрий КХД в киральном пределе и при нормальных условиях. Сформулированы необходимые условия соответствия между данной обобщенной сигма-моделью и КХД при нулевой температуре и химическом потенциале. Показано, что введение в модель химического потенциала может привести к появлению состояний с нарушенной пространственной четностью, что соответствует конденсации псевдоскалярных полей. Получены условия для параметров обобщенной сигма-модели, при которых возможен переход в фазу с нарушенной четностью, т.е. в фазу, где происходит конденсация полей псевдоскалярных изотриплетов или изосинглетов.

Явления с нарушением локальной пространственной четности могут быть обнаружены, в частности, в экспериментах по столкновениям тяжелых ионов как на существующих ускорителях, так и, в перспективе, на строящихся. Более детальный анализ чередования фаз с нарушением Р-четности и вычисление спектров частиц в различных фазах будут проведены в следующей работе.

Благодарности. Мы благодарим Р. С. Самойлова за ряд предварительных расчетов. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-02-00127), Ministerio de Educación y Ciencia, Spain (проекты FPA-2010-20807, 2009SGR502) и Consolider-Ingenio 2010 CPAN (программа CSD2007-00042).

Список литературы

- [1] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.*, **51**:20 (1983), 1830–1833; C. Vafa, E. Witten, *Phys. Rev. Lett.*, **53**:6 (1984), 535–536; S. Nussinov, *Phys. Rev. Lett.*, **52**:12 (1984), 966–969; D. Espriu, M. Gross, J. F. Wheeler, *Phys. Lett. B*, **146**:1–2 (1984), 67–74; S. Nussinov, M. A. Lambert, *Phys. Rept.*, **362**:4 (2002), 193–301, arXiv: hep-ph/9911532.
- [2] A. A. Andrianov, D. Espriu, *Phys. Lett. B*, **663**:5 (2008), 450–455, arXiv: 0709.0049.
- [3] A. A. Andrianov, D. Espriu, V. A. Andrianov, *Phys. Lett. B*, **678**:4 (2009), 416–421, arXiv: 0904.0413; A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, D. Espriu, *Phys. Part. Nucl.*, **41**:6 (2010), 896–900; “Parity violation in QCD motivated models at extreme conditions”, *Proceedings of Sciences (QFTHep2010)*, 2010, 054, 6 pp.
- [4] G. 't Hooft, *Phys. Rev. Lett.*, **37**:1 (1976), 8–11.
- [5] G. 't Hooft, *Phys. Rev. D*, **14**:12 (1976), 3432–3450; Erratum, **18**:6 (1978), 2199–2200.
- [6] F. Giacosa, *Eur. Phys. J. C*, **65**:3–4 (2010), 449–455, arXiv: 0907.3519.
- [7] D. Black, A. H. Fariborz, S. Moussa, S. Nasri, J. Schechter, *Phys. Rev. D*, **64**:1 (2001), 014031, 21 pp., arXiv: hep-ph/0012278; A. H. Fariborz, R. Jora, J. Schechter, *Phys. Rev. D*, **72**:3 (2005), 034001, 13 pp., arXiv: hep-ph/0506170; **77**:3 (2008), 034006, 18 pp., arXiv: 0707.0843; A. H. Fariborz, R. Jora, J. Schechter, M. N. Shahid, *Phys. Rev. D*, **83**:3 (2011), 034018, 6 pp.; **84**:11 (2011), 113004, 7 pp., arXiv: 1106.4538; **84**:9 (2011), 094024, 7 pp., arXiv: 1108.3581.

- [8] J. I. Kapusta, C. Gale, *Finite-Temperature Field Theory*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2006.
- [9] M. Gell-Mann, M. Lévy, *Nuovo Cimento Ser. 10*, **16**:4 (1960), 705–726.
- [10] A. A. Andrianov, D. Espriu, R. Tarrach, *Nucl. Phys. B*, **533**:1–3 (1998), 429–472, arXiv: hep-ph/9803232; *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, **86**:1–3 (2000), 275–278, arXiv: hep-ph/9909366.
- [11] A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, D. Espriu, *Spontaneous parity violation in extreme conditions: an effective lagrangian analysis*, arXiv: 1211.6665.
- [12] G. M. Shore, “The $U(1)_A$ anomaly and QCD phenomenology”, *String Theory and Fundamental Interactions*, Lecture Notes in Physics, **737**, eds. M. Gasperini, J. Maharana, Springer, Berlin, 2008, 235–288, arXiv: hep-ph/0701171.