Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, О. О. Новиков, СР-
нарушение в моделях локализации фермионов на домен-
ной стенке (бране), *ТМФ*, 2013, том 175, номер 3, 347–356

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8472>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.97.219

26 апреля 2023 г., 04:15:37

© 2013 г. А. А. Андрианов^{*†}, В. А. Андрианов^{*},
О. О. Новиков^{*}

СР-НАРУШЕНИЕ В МОДЕЛЯХ ЛОКАЛИЗАЦИИ ФЕРМИОНОВ НА ДОМЕННОЙ СТЕНКЕ (БРАНЕ)

Дан краткий обзор механизма локализации фермионов на доменной стенке (“толстой бране”), порожденной топологически нетривиальной вакуумной конфигурацией скалярных полей. Предложено расширение взаимодействия скалярных полей с фермионами, которое наделяет фермионы аксиальной массой. Это расширение для нескольких флейворов и поколений фермионов может привести к появлению матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава Стандартной модели. Рассмотрена также модель с двумя скалярными дублетами, которая обеспечивает дополнительный механизм нарушения СР-четности.

Ключевые слова: доменные стенки в пятимерном пространстве-времени, локализация фермионов, браны, нарушение СР-четности.

DOI: 10.4213/tmf8472

1. ВВЕДЕНИЕ

Гипотеза, что наша Вселенная представляет собой четырехмерную пространственно-временную гиперповерхность (3-брану), вложенную в фундаментальное многомерное пространство [1], стала популярной основой для моделей, описывающих физику вне рамок Стандартной модели (см., например, обзоры [2]–[4] и ссылки в них). Предполагается, что размер дополнительных измерений достаточно большой, и в принципе они могут проявить себя в наземных экспериментах, планируемых в ближайшем будущем, и/или в астрофизических наблюдениях.

Брана часто рассматривается как элементарный геометрический объект нулевой толщины. Однако существует альтернатива, основанная на эффективной многомерной теории поля [1]. При этом подходе брана является доменной стенкой, порождаемой скалярными и/или гравитационными полями, когда их вакуумные конфигурации обладают нетривиальной топологией (см. раздел 3 настоящей статьи). Описание

^{*}Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: v.andriano@rambler.ru, oonovikov@gmail.com

[†]Institut de Ciències del Cosmos, Universitat de Barcelona, Barcelona, Spain.
E-mail: andrianov@icc.ub.edu

локализации материи на доменных стенках может дать важный ключ к пониманию низкоэнергетической физики частиц [5]. В частности, она может играть важную роль в формировании масс фермионов [6]–[10] (см. раздел 2). В настоящей работе мы рассматриваем возможные пути нарушения СР-четности в эффективной четырехмерной теории на бране при помощи механизма локализации фермионов. В разделе 4 представлено обобщение модели, рассмотренной ранее в работах [5], с дополнительными вершинами типа Юкавы для наделения фермионов комплексной массой. В случае нескольких флейворов это позволяет получить массовую матрицу, которая может быть отождествлена с матрицей Кабиббо–Кобаяши–Маскава (ККМ) Стандартной модели. В разделе 5 мы также рассматриваем модель с двумя скалярными дублетами, которая может дать новый источник нарушения СР-четности.

2. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ФЕРМИОНОВ НА ДОМЕННОЙ СТЕНКЕ

Напомним механизм захвата легких фермионов на четырехмерной гиперплоскости, т. е. на доменной стенке (“толстой бране”). Дополнительное измерение предполагается пространственным,

$$(X_\alpha) = (x_\mu, y), \quad (x_\mu) = (x_0, x_1, x_2, x_3), \quad (\eta_{\alpha\alpha}) = (+, -, -, -, -),$$

а подпространство x_μ соответствует четырехмерному пространству Минковского. Размер дополнительного измерения предполагается бесконечным (или достаточно большим). В настоящей работе мы пренебрегаем гравитацией и считаем объемлющее пространство-время плоским. Волновая функция фермиона подчиняется уравнению Дирака

$$[i\gamma_\alpha \partial^\alpha - \Phi(X)]\psi(X) = 0, \quad \gamma_\alpha = (\gamma_\mu, -i\gamma_5), \quad \{\gamma_\alpha, \gamma_\beta\} = 2\eta_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

где γ_α являются четырехмерными матрицами Дирака в киральном представлении. Захват легких фермионных состояний на четырехмерной гиперповерхности – доменной стенке (“толстой бране”) – может произойти, если скалярное поле приобретает топологически нетривиальное вакуумное среднее $\langle \Phi(X) \rangle_0 = \varphi(y)$, которое обеспечивает появление нуль-мод в спектре четырехмерных фермионов. В проекции на четырехмерное пространство Минковского уравнение (1) может быть разложено в бесконечный набор фермионов с различными массами:

$$[i\gamma_\alpha \partial^\alpha + \varphi(y)][i\gamma_\alpha \partial^\alpha - \varphi(y)]\psi(X) \equiv (-\partial_\mu \partial^\mu - \hat{m}_y^2)\psi(X),$$

$$\hat{m}_y^2 = -\partial_y^2 + \varphi^2(y) - \gamma_5 \varphi'(y) = \hat{m}_+^2 P_L + \hat{m}_-^2 P_R, \quad (2)$$

где $P_{L,R} = (1 \pm \gamma_5)/2$ – проекторы на левые и правые киральные состояния. Таким образом, оператор квадрата массы $\hat{m}_y^2$ состоит из двух киральных партнеров:

$$\hat{m}_\pm^2 = -\partial_y^2 + \varphi^2(y) \mp \varphi'(y) = [-\partial_y \pm \varphi(y)][\partial_y \pm \varphi(y)], \quad (3)$$

$$\hat{m}_+^2 q^+ = q^+ \hat{m}_-^2, \quad \hat{m}_-^2 q^- = q^- \hat{m}_+^2, \quad q^\pm \equiv \mp \partial_y + \varphi(z). \quad (4)$$

В силу этой суперсимметрии [11] при ненулевых массах левые и правые спиноры в формулах (4) образуют биспинор, описывающий четырехмерную массивную дираковскую частицу, которая, вообще говоря, не является локализованной вблизи какой-либо гиперповерхности в дополнительном измерении для асимптотически постоянных полевых конфигураций $\varphi(y)$. Спектральная эквивалентность операторов массы $\hat{m}_{\pm}^2$ может быть нарушена нормируемой нуль-модой одного из них. Эта мода находится из уравнений (3) и (4):

$$q^- \psi_0^+(x, y) = 0, \quad \psi_0^+(x, y) = \psi_L(x) e^{-\int_{y_0}^y dw \varphi(w)}, \quad (5)$$

где $\psi_L(x) = P_L \psi(x)$ – спинор Вейля свободной частицы в четырехмерном пространстве Минковского. Очевидно, если конфигурация скалярного поля имеет подходящее асимптотическое поведение

$$\varphi(y) \underset{y \rightarrow \pm\infty}{\sim} \pm C_{\pm} |y|^{\nu_{\pm}}, \quad \operatorname{Re} \nu_{\pm} > -1, \quad C_{\pm} > 0,$$

то волновая функция $\psi_0^+(x, y)$ нормируема по оси y и описывает безмассовый левый фермион, локализованный в окрестности доменной стенки.

Примером подходящей топологической конфигурации является фоновое скалярное поле в виде кинка (возможно, динамического происхождения, см. ниже):

$$\varphi^+ = M \operatorname{th}(My). \quad (6)$$

Два массовых оператора имеют потенциалы:

$$\hat{m}_{+}^2 = -\partial_y^2 + M^2[1 - 2 \operatorname{sech}^2(My)], \quad \hat{m}_{-}^2 = -\partial_y^2 + M^2, \quad (7)$$

и левая нормированная нуль-мода локализована вблизи $y = 0$:

$$\psi_0^+(x, y) = \psi_L(x) \psi_0(y), \quad \psi_0(y) \equiv \sqrt{\frac{M}{2}} \operatorname{sech}(My). \quad (8)$$

Очевидно, спектр масс тяжелых дираковских частиц является непрерывным начиная с $m \geq M$. Соответствующие волновые функции распространяются в пятое измерение. Чтобы получить легкие массивные фермионы на бране, требуются по крайней мере два пятимерных фермиона $\psi_1(X)$, $\psi_2(X)$, спектр которых содержит нуль-моды для левой и правой компонент четырехмерного дираковского биспинора. Нулевые моды с различной киральностью возникают, если эти два фермиона связаны со скалярным полем $\Phi(X)$ с противоположными знаками констант связи:

$$[i\partial - \tau_3 \Phi(X)]\Psi(X) = 0, \quad \partial \equiv \hat{\gamma}_{\alpha} \partial^{\alpha}, \quad \Psi(X) = \begin{pmatrix} \psi_1(X) \\ \psi_2(X) \end{pmatrix}; \quad (9)$$

здесь $\hat{\gamma}_{\alpha} \equiv \gamma_{\alpha} \otimes \mathbf{1}_2$ – матрицы Дирака, а $\tau_a \equiv \mathbf{1}_4 \otimes \sigma_a$, – матрицы Паули, $a = 1, 2, 3$, действующие на две компоненты спинора $\Psi(X)$. Следующая задача – снабдить полученную безмассовую дираковскую частицу массой. Так как оператор массы смешивает левые и правые компоненты четырехмерного фермиона, он должен содержать в операторе Дирака (9) матрицу $\tau_1 m_f$. Для механизма рождения масс

Стандартной модели при помощи скалярных полей требуется ввести второе скалярное поле $H_1(X)$, которое заменяет затравочную массу, $\tau_1 m_f \longrightarrow \tau_1 H_1(X)$, в плотности Лагранжа [5]. В настоящей работе мы обобщаем этот механизм, чтобы наделить фермионы аксиальной массой, за счет введения еще одной вершины взаимодействия с $\tau_2 H_2(X)$:

$$\mathcal{L}^{(5)}(\bar{\Psi}, \Psi, \Phi, H) = \bar{\Psi}(i\not{\partial} - \tau_3 \Phi - \tau_1 H_1 - \tau_2 H_2)\Psi. \quad (10)$$

Заметим, что произвольный поворот $\Psi \rightarrow e^{i\alpha\tau_3/2}\Psi$, порождаемый матрицей τ_3 , соответствует киральному преобразованию $\psi \rightarrow e^{i\alpha\gamma_5/2}\psi$ четырехмерных фермионов. Это преобразование эквивалентно повороту

$$H_1 \rightarrow H_1 \cos \alpha + H_2 \sin \alpha, \quad H_2 \rightarrow H_2 \cos \alpha - H_1 \sin \alpha. \quad (11)$$

Фаза α соответствует произвольной общей фазе, которой можно наделить массы фермионов и константы Юкавы.

3. ФОРМИРОВАНИЕ БРАНЫ В МОДЕЛИ С ДВУМЯ СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ

В настоящем разделе мы опишем формирование браны в модели с двумя скалярными полями, потенциал которой допускает решения типа кинка. Модель, подробно рассмотренная в работах [5], имеет $O(2)$ -симметричный потенциал четвертого порядка по полям с квадратичными членами, обеспечивающими мягкое нарушение $O(2)$ -симметрии:

$$\mathcal{L}_{\text{scal}}^{(5)} = Z \left(\frac{1}{2} \partial_\alpha \Phi \partial^\alpha \Phi + \frac{1}{2} \partial_\alpha H \partial^\alpha H + M^2 \Phi^2 + \Delta_H H^2 - \frac{1}{2} (\Phi^2 + H^2)^2 \right). \quad (12)$$

Коэффициент нормировки Z имеет размерность массы и введен для упрощения структуры уравнений.

Мы ограничиваемся фоновыми решениями, не нарушающими четырехмерную лоренц-инвариантность. Классические уравнения движения принимают вид

$$\Phi'' = -2M^2\Phi + 2(\Phi^2 + H^2)\Phi, \quad (13)$$

$$H'' = -2\Delta_H H + 2(\Phi^2 + H^2)H. \quad (14)$$

В зависимости от соотношения квадратичных констант связи M^2 и Δ_H существуют два решения этих уравнений, неоднородных по y , отвечающие двум фазам: фазе с нулевым вакуумным средним поля H и фазе с ненулевым вакуумным средним поля H с точкой фазового перехода второго рода при $\Delta_H = M^2/2$. Интересующая нас вторая фаза соответствует $M^2/2 \leq \Delta_H \leq M^2$, т. е. $2\Delta_H = M^2 + \mu^2$, $\mu^2 < M^2$:

$$\Phi(y) = \pm M \operatorname{th}(\beta y), \quad H(y) = \pm \frac{\mu}{\operatorname{ch}(\beta y)}, \quad \beta = \sqrt{M^2 - \mu^2}. \quad (15)$$

Оператор второй вариации для скалярных полей может быть записан в виде

$$\mathcal{D}_X^2 = -\square_x - \mathcal{M}^2, \quad (16)$$

где $\mathcal{M}^2$ – массовый оператор, определяющий спектр скалярных флуктуаций,

$$(\mathcal{M}^2)_{ij} = \delta_{ij}[-\partial_y^2 - 2\Delta_i + 2S_k S_k] + 4S_i S_j, \quad S = \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \quad \Delta = \begin{pmatrix} M^2 \\ \Delta_H \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Если считать μ/M малым параметром, контролирующим отклонение от критической точки $\mu = 0$, массовый оператор можно записать в приближенном виде:

$$\begin{aligned} (\widehat{\mathcal{M}}^2)_{11} &\approx (-\partial_y + 2M \operatorname{th}(My))(\partial_y + 2M \operatorname{th}(My)) + 4\mu^2 \operatorname{th}^2(My), \\ (\widehat{\mathcal{M}}^2)_{22} &\approx (-\partial_y + M \operatorname{th}(My))(\partial_y + M \operatorname{th}(My)) + 4\mu^2 \operatorname{sech}^2(My), \\ (\widehat{\mathcal{M}}^2)_{12} &= (\widehat{\mathcal{M}}^2)_{21} \approx 4\mu M \operatorname{th}(My) \operatorname{sech}(My). \end{aligned} \quad (18)$$

Спектр скалярных флуктуаций состоит из двух локализованных состояний и непрерывного спектра делокализованных состояний с массами больше $2M$. Первое локализованное состояние представляет собой безмассовую голдстоуновскую моду, связанную с нарушением трансляционной симметрии, и может быть получено точно дифференцированием фоновых полей H и Φ по y :

$$\Omega_\phi = \sqrt{\frac{3\beta}{2(2M^2 + \mu^2)Z}} \begin{pmatrix} M \operatorname{sech}^2(\beta y) \\ -\mu \operatorname{th}(\beta y) \operatorname{sech}(\beta y) \end{pmatrix} \phi(x), \quad \partial^\mu \partial_\mu \phi = 0. \quad (19)$$

Второе состояние описывает легкую скалярную частицу. В критической точке это нуль-мода, но при ненулевом значении μ оно приобретает массу, и его волновая функция может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \Omega_h &= \sqrt{\frac{M}{2Z}} \begin{pmatrix} -\mu y \operatorname{sech}^2(My) \\ \operatorname{sech}(My) \end{pmatrix} h(x) + O\left(\frac{\mu^2}{M^2}\right), \quad \partial^\mu \partial_\mu h = m_h^2 h, \\ m_h^2 &= 2\mu^2 \left(1 + O\left(\frac{\mu^2}{M^2}\right)\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Следует заметить, что мы пренебрегли влиянием гравитации (ее влияние на фоновые поля изучено в работах [12], [13]). Ранее было показано (см., например, работы [14], [15]), что смешивание скалярных и гравискалярных степеней свободы может радикально изменить спектр в физическом секторе. Это ведет к отсутствию трансляционной голдстоуновской моды. С другой стороны, масса и профиль волновой функции легкого скалярного состояния остаются такими же, по крайней мере в главном порядке. Поскольку при низких энергиях голдстоуновская мода отщепляется и фермионы взаимодействуют только с легким массивным скаляром, мы предполагаем, что эффекты, непertурбативные по гравитационной константе, не влияют на результаты, представленные ниже.

4. ОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ МАССЫ ДЛЯ ФЕРМИОНОВ

Рассмотрим взаимодействие двух пятимерных фермионов с фоновым скалярным дублетом, описанным в предыдущем разделе:

$$\mathcal{L}_f = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}^\dagger \gamma^0 (i\gamma_\alpha \partial^\alpha - g_A \Phi \tau_3 - g_1 H \tau_1 - g_2 H \tau_2) \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Для изучения четырехмерной физики разложим поля в бесконечный набор фермионов с заданной четырехмерной массой:

$$\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = \sum_m \left\{ \begin{pmatrix} F_{1L}^{(m)}(y) \\ F_{2L}^{(m)}(y) \end{pmatrix} \psi_L^{(m)}(x) + \begin{pmatrix} F_{1R}^{(m)}(y) \\ F_{2R}^{(m)}(y) \end{pmatrix} \psi_R^{(m)}(x) \right\}. \quad (22)$$

Профильные функции по переменной y могут быть представлены в виде суперпозиции двух следующих решений:

$$F_{1L} \equiv F_L, \quad F_{1R} \equiv F_R, \quad F_{2L} = \mp F_R^*, \quad F_{2R} = \pm F_L^*. \quad (23)$$

Эти два решения могут быть связаны друг с другом через киральное преобразование $\psi \rightarrow \gamma_5 \psi$. В общем случае изменение фазы профилей эквивалентно киральному повороту фермионов.

Уравнения профилей для этих решений принимают вид

$$(\partial_y + g_A \Phi) F_L - (g_1 - ig_2) H F_R^* = m_f F_R, \quad (24)$$

$$(-\partial_y + g_A \Phi) F_R + (g_1 - ig_2) H F_L^* = m_f^* F_L. \quad (25)$$

Предполагая, что $\mu/M \equiv \epsilon \ll 1$, мы считаем слагаемое, содержащее H , малым возмущением:

$$(\partial_y + g_A \Phi) F_L^{(0)} = (m_f^{(0)})^* F_R^{(0)}, \quad (-\partial_y + g_A \Phi) F_R^{(0)} = m_f^{(0)} F_L^{(0)}. \quad (26)$$

Тогда в нулевом порядке нет локализованных решений с ненулевым F_R :

$$F_L^{(0)} = N \operatorname{sech}^{g_A M/\beta}(\beta y), \quad F_R^{(0)} = 0, \quad m_f^{(0)} = 0, \quad (27)$$

$$N = \sqrt{\frac{\beta \Gamma(p+1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(p)}}, \quad p \equiv \frac{g_A M}{\beta}, \quad (28)$$

где $\Gamma(p)$ – гамма-функция. Легко видеть, что F_L – четная функция, в то время как F_R – нечетная. Домножая (25) на $(F_L^{(0)})^*$ и интегрируя по бесконечному интервалу, считая F_L и F_R нормируемыми функциями, мы получаем главный порядок фермионной массы:

$$\begin{aligned} m_f^{(1)} &= (g_1 + ig_2) \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dy |F_L^{(0)}|^2 H}{\int_{-\infty}^{+\infty} dy |F_L^{(0)}|^2} = (g_1 + ig_2) \mu \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dy \operatorname{sech}^{2p+1}(\beta y)}{\int_{-\infty}^{+\infty} dy \operatorname{sech}^{2p}(\beta y)} = \\ &= (g_1 + ig_2) \mu \frac{\Gamma^2(p+1/2)}{\Gamma(p)\Gamma(p+1)}. \end{aligned} \quad (29)$$

Для физики на бране при энергиях много меньше M важны только легкие локализованные состояния. Эффективный лагранжиан в квадратичном приближении по скалярным флуктуациям принимает вид

$$\mathcal{L}_{\text{low}} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{m_h^2}{2} h^2 + \\ + i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - [\psi_R^\dagger (m_f + g_\phi \phi + g_h h) \psi_L + \text{к. с.}]. \quad (30)$$

Константа Юкавы для голдстоуновского бозона ϕ обращается в нуль из соображений симметрии:

$$g_\phi = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dy (2F_R^* F_L \Omega_{\phi, \Phi} + (|F_L|^2 + |F_R|^2) \Omega_{\phi, H})}{\int_{-\infty}^{+\infty} dy (|F_L|^2 + |F_R|^2)} = 0. \quad (31)$$

Легкая скалярная частица играет роль бозона типа Хиггса с константой Юкавы:

$$g_h = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dy (2F_R^* F_L \Omega_{h, \Phi} + (|F_L|^2 + |F_R|^2) \Omega_{h, H})}{\int_{-\infty}^{+\infty} dy (|F_L|^2 + |F_R|^2)} = \\ = \sqrt{\frac{M}{2Z}} (g_1 + i g_2) \frac{\Gamma^2(p+1/2)}{\Gamma(p)\Gamma(p+1)} + O(\epsilon^2) = \sqrt{\frac{M}{Z}} \frac{m_f}{m_h}, \quad (32)$$

где $\epsilon \equiv \mu/M$.

В случае одного флейвора фаза массы и константы Юкавы может быть всегда устранена киральным преобразованием $\psi \rightarrow e^{i\theta\gamma^5}\psi$. Эту модель можно обобщить, включив несколько флейворов:

$$\mathcal{L}_f = \left(\Psi_{m,1} \right)^\dagger \gamma^0 (i\gamma_\alpha \partial^\alpha - g_{mn,A} \Phi \tau_3 - g_{mn,1} H \tau_1 - g_{mn,2} H \tau_2) \left(\Psi_{n,2} \right). \quad (33)$$

Поскольку константы связи допускают смешивание разных флейворов, мы должны ввести массовую матрицу M_{mn} , которая может быть связана с матрицей КKM Стандартной модели. Уравнения профилей имеют вид

$$(\partial_y + g_{mn,A} \Phi) F_{n,L} - (g_{mn,1} - i g_{mn,2}) H F_{n,R}^* = M_{mn} F_{n,R}, \quad (34)$$

$$(-\partial_y + g_{mn,A} \Phi) F_{n,R} + (g_{mn,1} - i g_{mn,2}) H F_{n,L}^* = (M^\dagger)_{mn} F_{n,L}, \quad (35)$$

и низкоэнергетический лагранжиан оказывается равным

$$\mathcal{L}_{\text{low}} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{m_h^2}{2} h^2 + \\ + i\bar{\psi}_m \gamma^\mu \partial_\mu \psi_m - [\psi_{mR}^\dagger (M_{mn} + g_{mn,\phi} \phi + g_{mn,h} h) \psi_{nL} + \text{к. с.}]. \quad (36)$$

Если константа Юкавы для кинка Φ универсальна, $g_{mn,A} = g_A$, то профили $F_{n,L}^{(0)}$ одинаковы для всех флейворов и существует простая связь между главным порядком массовой матрицы и констант Юкавы:

$$M_{mn} \simeq (g_{mn,1} + i g_{mn,2}) \mu \frac{\Gamma^2(p+1/2)}{\Gamma(p)\Gamma(p+1)}, \quad g_{mn,h} \simeq \sqrt{\frac{M}{Z}} \frac{M_{mn}}{m_h}. \quad (37)$$

5. МОДЕЛЬ С ДВУМЯ ДУБЛЕТАМИ И НАРУШЕНИЕМ СР-ЧЕТНОСТИ

Рассмотрим теперь модель с двумя независимыми скалярными дублетами, имеющими вакуумное ожидание, описанное в разделе 3. Мы ограничимся следующей упрощенной моделью с конкретным выбором взаимодействия с фермионами:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_5 = & \left(\begin{smallmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{smallmatrix} \right)^\dagger \gamma^0 (i\gamma_\alpha \partial^\alpha - (g_{1A}\Phi_1 + g_{2A}\Phi_2)\tau_3 - g_1 H_1 \tau_1 - g_2 H_2 \tau_2) \left(\begin{smallmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{smallmatrix} \right) + \\ & + Z_1 \left(\frac{1}{2} \partial_\alpha \Phi_1 \partial^\alpha \Phi_1 + \frac{1}{2} \partial_\alpha H_1 \partial^\alpha H_1 + M_1^2 \Phi_1^2 + \Delta_1 H_1^2 - \frac{1}{2} (\Phi_1^2 + H_1^2)^2 \right) + \\ & + Z_2 \left(\frac{1}{2} \partial_\alpha \Phi_2 \partial^\alpha \Phi_2 + \frac{1}{2} \partial_\alpha H_2 \partial^\alpha H_2 + M_2^2 \Phi_2^2 + \Delta_2 H_2^2 - \frac{1}{2} (\Phi_2^2 + H_2^2)^2 \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Поскольку скалярные дублеты независимы, они могут образовывать кинки, обращаемые в ноль в разных точках:

$$\Phi_1 = M_1 \operatorname{th} \beta_1 (y - a), \quad H_1 = \mu_1 \operatorname{sech} \beta_1 (y - a), \quad (39)$$

$$\Phi_2 = M_2 \operatorname{th} \beta_2 (y + a), \quad H_2 = \mu_2 \operatorname{sech} \beta_2 (y + a). \quad (40)$$

Заметим, что различия в значениях констант связи (включая константы Юкавы) ведут к асимметрии профилей фермионов. Для упрощения вычислений положим $\beta_1 = \beta_2 \equiv \beta$ и $\mu_1/M_1, \mu_2/M_2, \beta a \sim \epsilon \ll 1$.

Уравнения профилей фермионов принимают вид

$$(\partial_y + g_{1A}\Phi_1 + g_{2A}\Phi_2)F_L - (g_1 H_1 - i g_2 H_2)F_R^* = m_f F_R, \quad (41)$$

$$(-\partial_y + g_{1A}\Phi_1 + g_{2A}\Phi_2)F_R + (g_1 H_1 - i g_2 H_2)F_L^* = m_f^* F_L. \quad (42)$$

Вычисления, аналогичные представленным в предыдущем разделе, приводят к следующему результату:

$$F_L = \sqrt{\frac{\beta \Gamma(\tilde{p} + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\tilde{p})}} \operatorname{sech}^{\tilde{p}}(\beta y) + O(\epsilon), \quad F_R^{(0)} = O(\epsilon), \quad (43)$$

$$m_f = (g_1 \mu_1 + i g_2 \mu_2) \frac{\Gamma^2(\tilde{p} + 1/2)}{\Gamma(\tilde{p}) \Gamma(\tilde{p} + 1)} (1 + O(\epsilon)) = |m_f| e^{i\theta}, \quad (44)$$

$$\tilde{p} \equiv \frac{g_{1A} M_1 + g_{2A} M_2}{\beta}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{g_2 m_{h2}}{g_1 m_{h1}}. \quad (45)$$

Скалярный сектор при низких энергиях включает в себя два безмассовых голдстоуновских бозона и два легких скаляра:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{low}} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu h_1 \partial^\mu h_1 - \frac{m_{h1}^2}{2} h_1^2 + \\ & + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 + \frac{1}{2} \partial_\mu h_2 \partial^\mu h_2 - \frac{m_{h2}^2}{2} h_2^2 + i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \\ & - [\psi_R^\dagger (m_f + g_{\phi 1} \phi_1 + g_{\phi 2} \phi_2 + g_{h1} h_1 + g_{h2} h_2) \psi_L + \text{к. с.}]. \end{aligned} \quad (46)$$

Голдстоуновские бозоны отщепляются от фермионов, по крайней мере с точностью до $O(\epsilon^3)$. В главном порядке константы Юкавы для легких скаляров принимают следующие значения:

$$g_{h1} \simeq \cos \theta \sqrt{\frac{M_1}{Z_1}} \frac{|m_f|}{m_{h1}}, \quad g_{h2} \simeq i \sin \theta \sqrt{\frac{M_2}{Z_2}} \frac{|m_f|}{m_{h2}}. \quad (47)$$

В то время как фаза массы фермиона может быть устранена киральным преобразованием $\psi \rightarrow e^{-i\gamma_5 \theta/2} \psi$, константы Юкавы остаются комплексными и обеспечивают новый источник нарушения СР-четности в дополнение к фазе матрицы ККМ:

$$\tilde{g}_{h1} \simeq (\cos^2 \theta - i\gamma_5 \sin \theta \cos \theta) \sqrt{\frac{M_1}{Z_1}} \frac{|m_f|}{m_{h1}}, \quad (48)$$

$$\tilde{g}_{h2} \simeq (\sin^2 \theta + i\gamma_5 \sin \theta \cos \theta) \sqrt{\frac{M_2}{Z_2}} \frac{|m_f|}{m_{h2}}. \quad (49)$$

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы представили механизмы нарушения СР-четности в моделях локализации фермионов на доменной стенке (“толстой бране”). Модель с одним скалярным дублетом в общих чертах воспроизводит Стандартную модель, однако следует заметить, что простое соотношение (37) выполняется только в главном порядке μ/M , в котором разные флейворы имеют одинаковый профиль. Куда более значимое отклонение от Стандартной модели может происходить из неуниверсальности константы g_A . Модель с двумя скалярными дублетами потенциально может обеспечить дополнительный источник нарушения СР-четности за счет разных фаз констант Юкавы двух скаляров типа Хиггса.

Настоящая работа была посвящена вопросу локализации фермионов; проблема локализации калибровочных бозонов, а также экспериментальные подтверждения предложенных моделей, не были затронуты. Эти вопросы предполагается изучить в дальнейшем.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-02-00127). А. А. Андрианов поддержан также Ministerio de Educación y Ciencia, Spain (проект FPA-2010-20807) и Consolider-Ingenio 2010 CPAN (программа CSD2007-00042).

Список литературы

- [1] V. A. Rubakov, M. E. Shaposhnikov, *Phys. Lett. B*, **125**:2–3 (1983), 136–138; *Phys. Lett. B*, **125**:2–3 (1983), 139–143.
- [2] В. А. Рубаков, *УФН*, **171**:9 (2001), 913–938; **173**:2 (2003), 219–226.
- [3] А. О. Барвинский, *УФН*, **175**:6 (2005), 569–601.
- [4] R. Maartens, *Living Rev. Relativ.*, **7** (2004), Irr-2004-7, 99 pp.
- [5] A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, *JHEP*, **07** (2003), 063, 34 pp., arXiv: hep-ph/0305271; А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, П. Джаккони, Р. Солдати, *ТМФ*, **148**:1 (2006), 4–22.
- [6] R. Koley, S. Kar, *Class. Quant. Grav.*, **22**:4 (2005), 753–768, arXiv: hep-th/0407158.
- [7] A. Melfo, N. Pantoja, J. D. Tempo, *Phys. Rev. D*, **73**:4 (2006), 044033, 7 pp., arXiv: hep-th/0601161; O. Castillo-Felisola, I. Schmidt, *Phys. Rev. D*, **82**:12 (2010), 124062, 7 pp., arXiv: 1008.1281.

- [8] D. Bazeia, F. A. Brito, R. C. Fonseca, *Eur. Phys. J. C*, **63**:1 (2009), 163–170, arXiv: 0809.3048.
- [9] Y.-X. Liu, H.-T. Li, Z.-H. Zhao, J.-X. Li, J.-R. Ren, *JHEP*, **10** (2009), 091, 30 pp., arXiv: 0909.2312.
- [10] C. A. S. Almeida, R. Casana, M. M. Ferreira Jr., A. R. Gomes, *Phys. Rev. D*, **79**:12 (2009), 125022, arXiv: 0901.3543.
- [11] А. А. Андрианов, Н. В. Борисов, М. В. Иоффе, *Письма в ЖЭТФ*, **39**:2 (1984), 93–97; *ТМФ*, **61**:2 (1984), 183–198; А. А. Andrianov, N. V. Borisov, M. V. Ioffe, *Phys. Lett. A*, **105**:1–2 (1984), 19–22.
- [12] А. А. Andrianov, V. A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, *JHEP*, **07** (2005), 003, 38 pp., arXiv: hep-th/0503115; А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, А. В. Сафонов, “Браны с асимметричными геометриями в объемлющем пространстве и локализация скалярных полей”, *Вопросы квантовой теории поля и статистической физики*. 21, Зап. научн. сем. ПОМИ, **374**, ПОМИ, СПб., 2010, 28–43.
- [13] А. А. Andrianov, V. A. Andrianov, O. O. Novikov, *Localization of scalar fields on self-gravitating thick branes*, arXiv: 1210.3698.
- [14] M. Giovannini, *Phys. Rev. D*, **64**:6 (2001), 064023, 11 pp., arXiv: hep-th/0106041.
- [15] А. А. Andrianov, L. Vecchi, *Phys. Rev. D*, **77**:4 (2008), 044035, 10 pp., arXiv: 0711.1955.