Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Андрианов, С. С. Колеватов, Прохождение векторными частицами границы между средой с нарушением пространственной четности и вакуумом, *ТМФ*, 2013, том 175, номер 3, 357–369

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8473>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.81.55.215

26 апреля 2023 г., 16:36:02

© 2013 г. А. А. Андрианов*, С. С. Колеватов*

ПРОХОЖДЕНИЕ ВЕКТОРНЫМИ ЧАСТИЦАМИ ГРАНИЦЫ МЕЖДУ СРЕДОЙ С НАРУШЕНИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ И ВАКУУМОМ

Рассмотрена электродинамика с дополнительным действием типа Черна–Саймонса (электродинамика Керрола–Филда–Джекива) в полупространстве. Исследовано прохождение фотонов и массивных векторных частиц через границу этой среды с вакуумом, в котором действует обычная электродинамика Максвелла. Обнаружены эффекты отражения от границы вплоть до полного отражения при выходе частиц Черна–Саймонса в вакуум и при налетании векторных частиц на эту границу из вакуума.

Ключевые слова: нарушение пространственной четности, электродинамика Максвелла–Черна–Саймонса, граничные эффекты.

1. МОДЕЛЬ КЕРРОЛА–ФИЛДА–ДЖЕКИВА С ГРАНИЦЕЙ

Интерес к возможностям нарушения лоренц-инвариантности и СРТ-четности в Стандартной модели увеличился в последние 20 лет после выхода работы [1]. В ней была рассмотрена модель электродинамики, дополненной лагранжианом Черна–Саймонса (ЧС), нарушающим четность и ориентированным вдоль постоянного четырехвектора ЧС. На основе анализа излучения удаленных радиогалактик было показано отсутствие этого нарушения на хаббловских расстояниях. Тем не менее спонтанное нарушение лоренц-инвариантности могло бы появиться как эффект среды после конденсации (почти) безмассовых полей аксионов [2]–[5] на расстояниях, сравнимых с размерами звезд или галактик, в частности возле (внутри) очень плотных звезд [6]. Аксионный фон мог бы стать причиной распада высокоэнергетичных фотонов на дилептонные пары [7] и испускания фотонов заряженными частицами [8].

Другая интересная область для наблюдений нарушения четности – физика тяжелых ионов. Не так давно в нескольких экспериментах по столкновению тяжелых ионов был обнаружен аномальный выход лептонных пар [9], [10]. Предполагается, что этот эффект может быть проявлением нарушения четности в столкновении

* Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: andrianov@icc.ub.edu; kss2005@list.ru

ядер благодаря образованию в конечном объеме классического фона (конденсата) псевдоскалярных полей, изосинглетов [11] или нейтральных изотриплетов [12], величина которого зависит от динамики столкновения. В случае аксионоподобного фона в астрофизике и физике тяжелых ионов существование границы между пространством с нарушением четности и вакуумом является существенным. Для аксионных звезд, очевидно, есть граница, где аксионный фон пропадает и фотоны выходят из среды в вакуум. Однако не все фотоны проходят границу, часть отражается, как показано в разделе 2 настоящей работы. Аналогичное явление происходит при облучении фотонами извне звезды с нарушенной четностью, кроме того, дополнительно происходит поворот фазы циркулярно поляризованной волны.

В столкновениях тяжелых ионов выход фотонов/векторных мезонов, распадающихся на лептонные пары, может усиливаться за счет псевдоскалярного фона внутри горячего адронного шара – файерболла. Такой фон усредненно описывается аксиальным химическим потенциалом, соответствующим вектору ЧС, направленному вдоль временной оси, в то время как граница адронного шара является пространственной. Этот случай исследован в разделе 3 настоящей работы. В обоих случаях обнаружены области энергий векторных мезонов в среде, при которых происходит полное внутреннее отражение.

Таким образом, расчет влияния аксионного/пионного фона в ограниченном объеме на распространение фотонов и векторных мезонов через границу в вакуум и обратно, может стать основой для нахождения областей пространства с нарушением четности.

Описание модели Керрола–Филда–Джекива мы начнем с плотности лагранжиана векторного поля в присутствии аксионного фона:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\alpha\beta}(x)F_{\alpha\beta}(x) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}(x)\tilde{F}_{\mu\nu}(x)a_{\text{cl}}(x) + \frac{1}{2}m^2 A_\nu(x)A^\nu(x), \quad (1)$$

где A_μ и a_{cl} обозначают векторное и фоновое псевдоскалярное поля соответственно, $\tilde{F}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}/2$ – дуальная напряженность поля. Мы включили массовый член для векторного поля, чтобы рассчитать влияние нарушения четности на образование векторных мезонов ($\rho, \omega, \dots$) в столкновении тяжелых ионов [11] и обеспечить непротиворечивость динамики фотонов в случае лагранжиана ЧС [13] с временноподобным вектором ЧС.

Рассмотрим медленно меняющееся фоновое поле вида

$$a_{\text{cl}}(x) = \zeta_\lambda x^\lambda \theta(-\zeta \cdot x), \quad (2)$$

где $\theta(\cdot)$ – функция Хевисайда, в которой аргументом является постоянный четырехвектор ζ^μ с размерностью массы. При таком выборе лоренц-инвариантность будет нарушена в полупространстве Минковского $\zeta \cdot x < 0$. Из формулы (2), используя теорему Гаусса и интегрируя по частям, мы можем вывести уравнения поля из эквивалентного лагранжиана

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\alpha\beta}(x)F_{\alpha\beta}(x) + \frac{1}{2}\zeta_\mu A_\nu(x)\tilde{F}^{\mu\nu}(x)\theta(-\zeta \cdot x) + \frac{m^2}{2}A_\nu(x)A^\nu(x). \quad (3)$$

Соответствующие уравнения для поля имеют вид

$$\begin{aligned}\square A^\nu(x) + m^2 A^\nu(x) &= \varepsilon^{\nu\alpha\rho\sigma} \zeta_\alpha \partial_\rho A_\sigma(x), & \zeta \cdot x < 0, \\ \square A^\nu(x) + m^2 A^\nu(x) &= 0, & \zeta \cdot x > 0.\end{aligned}\quad (4)$$

Решим эти уравнения в случае $\zeta \cdot x < 0$. Напомним вид киральных векторов поляризации для векторного поля Максвелла–Черна–Саймонса (МЧС), которые строятся при помощи проектора на плоскость, поперечную векторам k_μ , ζ_ν [13]:

$$\begin{aligned}S'_\lambda &\equiv \delta'_\lambda D + k^\nu k_\lambda \zeta^2 + \zeta^\nu \zeta_\lambda k^2 - \zeta \cdot k (\zeta_\lambda k^\nu + \zeta^\nu k_\lambda), \\ D &\equiv (\zeta \cdot k)^2 - \zeta^2 k^2 = \frac{1}{2} S'_\nu.\end{aligned}\quad (5)$$

Используя последнее равенство, можно получить соотношени е

$$S^{\mu\lambda} \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta} \zeta^\alpha k^\beta = D \varepsilon_{\nu\alpha\beta}^\mu \zeta^\alpha k^\beta. \quad (6)$$

Теперь, следуя нашей цели, удобно ввести два ортонормированных одномерных эрмитовых проектора

$$\pi_\pm^{\mu\nu} \equiv \frac{S^{\mu\nu}}{2D} \pm \frac{i}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \zeta_\alpha k_\beta D^{-1/2} = (\pi_\pm^{\nu\mu})^* = (\pi_\mp^{\mu\nu})^*, \quad D > 0. \quad (7)$$

Два киральных вектора поляризации для векторного поля МЧС могут быть построены из постоянных тетрад ϵ_ν :

$$\varepsilon_\pm^{\mu*}(k) \equiv \pi_\pm^{\mu\lambda} \epsilon_\mu. \quad (8)$$

Их свойства подробно описаны в работе [13].

Чтобы получить нормальные моды распространения поля МЧС, введем кинетическую эрмитову (4×4) -матрицу $\mathbb{K}$ с элементами

$$K_{\lambda\nu} \equiv g_{\lambda\nu}(k^2 - m^2) + i \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta} \zeta^\alpha k^\beta, \quad K_{\lambda\nu} = K_{\nu\lambda}^*. \quad (9)$$

Общее решение уравнений свободного поля (4) при $\zeta \cdot x < 0$ получаем из соотношений (7), (8):

$$\begin{aligned}K_\nu^\mu \varepsilon_\pm^\nu(k) &= [\delta_\nu^\mu (k^2 - m^2) + \sqrt{D}(\pi_{+\nu}^\mu - \pi_{-\nu}^\mu)] \varepsilon_\pm^\nu(k) = \\ &= (k^2 - m^2 \pm \sqrt{D}) \varepsilon_\pm^\mu(k).\end{aligned}\quad (10)$$

2. КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОПОДОБНОГО ВЕКТОРА ЧС

Рассмотрим случай пространственного вектора ЧС $\zeta_\mu = (0, -\zeta_x, 0, 0)$. Чтобы решить классические уравнения Эйлера-Лагранжа (4), введем векторы $\vec{k} = (\omega, k_2, k_3)$, $\hat{x} = (x_0, x_2, x_3)$ и их скалярное произведение $\vec{k} \cdot \hat{x} = -\omega x_0 + k_2 x_2 + k_3 x_3$. С помощью преобразования Фурье по выбранным координатам нетрудно решить уравнение для A_1 во всем пространстве:

$$\tilde{A}_1 = \tilde{u}_{1\rightarrow}(\omega, k_2, k_3)e^{ik_{10}x_1} + \tilde{u}_{1\leftarrow}(\omega, k_2, k_3)e^{-ik_{10}x_1}, \quad (11)$$

где $k_{10}^2 = \omega^2 - m^2 - k_\perp^2$, $k_\perp^2 = k_2^2 + k_3^2$, а стрелки $\rightarrow, \leftarrow$ показывают направление движения частицы.

Рассмотрим систему (4) для оставшихся компонент и проведем преобразование Фурье по координатам $\hat{x}$:

$$\begin{aligned} (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_0 - \partial_1^2 \tilde{A}_0 &= i\zeta_x \theta(-x_1)(k_2 \tilde{A}_3 - k_3 \tilde{A}_2), \\ (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_2 - \partial_1^2 \tilde{A}_2 &= -i\zeta_x \theta(-x_1)(k_3 \tilde{A}_0 + \omega \tilde{A}_3), \\ (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_3 - \partial_1^2 \tilde{A}_3 &= i\zeta_x \theta(-x_1)(\omega \tilde{A}_2 + k_2 \tilde{A}_0). \end{aligned} \quad (12)$$

Эта система верна во всем пространстве. В случае $x_1 > 0$ получается решение уравнений Максвелла в вакууме, а при $x_1 < 0$ решение описывает электродинамику МЧС:

$$\tilde{A}_\nu = \begin{cases} \tilde{u}_{\nu\rightarrow}(\omega, k_2, k_3)e^{ik_{10}x_1} + \tilde{u}_{\nu\leftarrow}(\omega, k_2, k_3)e^{-ik_{10}x_1}, & x_1 > 0, \\ \sum_A [\tilde{v}_{\nu A\rightarrow}(\omega, k_2, k_3)e^{ik_{1A}x_1} + \tilde{v}_{\nu A\leftarrow}(\omega, k_2, k_3)e^{-ik_{1A}x_1}], & x_1 < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь первый индекс $\nu = 0, 2, 3$ у функции $\tilde{v}$ обозначает соответствующую компоненты A_ν , второй индекс A отвечает за различные законы дисперсии k_1 для поляризаций L, +, -. Ниже приведены законы дисперсии для различных поляризаций:

$$\begin{aligned} k_{1L} &= k_{10} = \sqrt{\omega^2 - m^2 - k_\perp^2}, \\ k_{1+} &= \sqrt{\omega^2 - m^2 - k_\perp^2 + \zeta_x \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}}, \\ k_{1-} &= \sqrt{\omega^2 - m^2 - k_\perp^2 - \zeta_x \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Кроме того, v удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{2+\leftrightarrow} &= \frac{k_2 k_3 - i\omega \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}}{\omega^2 - k_2^2} \tilde{v}_{3+\leftrightarrow}, & \tilde{v}_{2-\leftrightarrow} &= \frac{k_2 k_3 + i\omega \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}}{\omega^2 - k_2^2} \tilde{v}_{3-\leftrightarrow}, \\ \tilde{v}_{0+\leftrightarrow} &= -\frac{i(k_3 \tilde{v}_{2+\leftrightarrow} - k_2 \tilde{v}_{3+\leftrightarrow})}{\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}}, & \tilde{v}_{0-\leftrightarrow} &= \frac{i(k_3 \tilde{v}_{2-\leftrightarrow} - k_2 \tilde{v}_{3-\leftrightarrow})}{\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}}, \\ \tilde{v}_{2L\leftrightarrow} &= \frac{k_2}{k_3} \tilde{v}_{3L\leftrightarrow}, & \tilde{v}_{0L\leftrightarrow} &= -\frac{\omega}{k_3} \tilde{v}_{3L\leftrightarrow}. \end{aligned} \quad (15)$$

Итак, мы имеем решения в обоих полупространствах, и теперь нам надо склеить их на границе. Проинтегрируем уравнения (12) по переменной x_1 от $-\varepsilon$ до ε . Это даст нам граничные условия [14]

$$\begin{aligned}
 k_{10}^2 \left(-\frac{\tilde{u}_{0\rightarrow} - \tilde{u}_{0\leftarrow}}{ik_{10}} + \sum_A \frac{\tilde{v}_{0A\rightarrow} - \tilde{v}_{0A\leftarrow}}{ik_{1A}} \right) &= \\
 &= -i\zeta_x \sum_A \left(k_2 \frac{\tilde{v}_{3A\rightarrow} - \tilde{v}_{3A\leftarrow}}{ik_{1A}} - k_3 \frac{\tilde{v}_{2A\rightarrow} - \tilde{v}_{2A\leftarrow}}{ik_{1A}} \right), \\
 k_{10}^2 \left(-\frac{\tilde{u}_{2\rightarrow} - \tilde{u}_{2\leftarrow}}{ik_{10}} + \sum_A \frac{\tilde{v}_{2A\rightarrow} - \tilde{v}_{2A\leftarrow}}{ik_{1A}} \right) &= \\
 &= i\zeta_x \sum_A \left(k_3 \frac{\tilde{v}_{0A\rightarrow} - \tilde{v}_{0A\leftarrow}}{ik_{1A}} + \omega \frac{\tilde{v}_{3A\rightarrow} - \tilde{v}_{3A\leftarrow}}{ik_{1A}} \right), \\
 k_{10}^2 \left(-\frac{\tilde{u}_{3\rightarrow} - \tilde{u}_{3\leftarrow}}{ik_{10}} + \sum_A \frac{\tilde{v}_{3A\rightarrow} - \tilde{v}_{3A\leftarrow}}{ik_{1A}} \right) &= \\
 &= -i\zeta_x \sum_A \left(\omega \frac{\tilde{v}_{2A\rightarrow} - \tilde{v}_{2A\leftarrow}}{ik_{1A}} + k_2 \frac{\tilde{v}_{0A\rightarrow} - \tilde{v}_{0A\leftarrow}}{ik_{1A}} \right).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Вклады в амплитуду в правом полупространстве (u_μ), происходящие из амплитуд разных поляризаций левого полупространства независимы: $u_\mu = u_\mu^{(L)} + u_\mu^{(+)} + u_\mu^{(-)}$.

В случае $A = L$ правые части этой системы равны нулю в силу условий (15), поэтому

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(L)} - \tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(L)} = \tilde{v}_{\nu L\rightarrow} - \tilde{v}_{\nu L\leftarrow}. \tag{17}$$

При $A = \pm$, используя соотношения между $v_\pm$ в формулах (16), находим следующие условия:

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(\pm)} - \tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(\pm)} = \frac{(\tilde{v}_{\nu\pm\rightarrow} - \tilde{v}_{\nu\pm\leftarrow})k_{1\pm}}{k_{10}}. \tag{18}$$

Кроме того, все вклады в векторное поле A непрерывны:

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(A)} + \tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(A)} = \tilde{v}_{\nu A\rightarrow} + \tilde{v}_{\nu A\leftarrow}. \tag{19}$$

При помощи этих равенств можно получить соотношения между u и v в окончательном виде:

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(A)} = \frac{1}{2} \left(\tilde{v}_{\nu A\rightarrow} \left(\frac{k_{1A} + k_{10}}{k_{10}} \right) - \tilde{v}_{\nu A\leftarrow} \left(\frac{k_{1A} - k_{10}}{k_{10}} \right) \right), \tag{20}$$

$$\tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(A)} = \frac{1}{2} \left(-\tilde{v}_{\nu A\rightarrow} \left(\frac{k_{1A} - k_{10}}{k_{10}} \right) + \tilde{v}_{\nu A\leftarrow} \left(\frac{k_{1A} + k_{10}}{k_{10}} \right) \right). \tag{21}$$

2.1. Выход частицы в вакуум. Пусть частица распространяется из левого полупространства в правое. В этом случае нужно положить $\tilde{u}_{\mu\leftarrow} = 0$ и, следовательно,

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(L)} = \tilde{v}_{\nu L\rightarrow} - \tilde{v}_{\nu L\leftarrow}, \quad \tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(\pm)} = \frac{(\tilde{v}_{\nu\pm\rightarrow} - \tilde{v}_{\nu\pm\leftarrow})k_{1\pm}}{k_{10}} \tag{22}$$

для $\nu = 0, 2, 3$. Используя формулу (19), находим, какая часть отразилась:

$$\tilde{v}_{\nu L\leftarrow} = 0, \quad \tilde{v}_{\nu\pm\leftarrow} = \frac{k_{1\pm} - k_{10}}{k_{1\pm} + k_{10}} \tilde{v}_{\nu\pm\rightarrow}, \quad (23)$$

а какая прошла через границу:

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(L)} = \tilde{v}_{\nu L\rightarrow}, \quad \tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(\pm)} = \frac{2k_{1\pm}}{k_{10} + k_{1\pm}} \tilde{v}_{\nu\pm\rightarrow}. \quad (24)$$

Мы можем выписать дисперсионные соотношения в терминах инвариантной массы $M^2 = k_\mu k^\mu = m^2 \mp \zeta_x \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}$. В случае дилептонного распада частицы в среде именно инвариантная масса лептонной пары является наблюдаемой величиной. Выражая ω через M , получаем

$$k_{1L} = \sqrt{\frac{(M^2 - m^2)^2}{\zeta^2} - m^2}, \quad k_{1\pm} = \sqrt{\frac{(M^2 - m^2)^2}{\zeta^2} - M^2}. \quad (25)$$

В этих терминах дисперсионные законы для поляризаций $+$ и $-$ совпадают по форме, но разница между соответствующими выражениями заключается в области определения: для случая, когда $A = +$ инвариантная масса удовлетворяет условию $M^2 < (\sqrt{m^2 + \zeta^2/4} - \zeta/2)^2$, в то время как при $M^2 > (\sqrt{m^2 + \zeta^2/4} + \zeta/2)^2$ мы имеем дело с поляризацией $A = -$. Следует отметить, что в случае поляризации $+$ квадрат инвариантной массы может принимать отрицательные значения. Так, например, в случае безмассовой частицы для положительно поляризованного фотона $M^2 < 0$. Тем не менее на всем множестве допустимых значений инвариантной массы коэффициент отражения может быть записан в виде

$$k_{\text{ref}} = \left| \frac{\sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 - M^2} - \sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 - m^2}}{\sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 - M^2} + \sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 - m^2}} \right|. \quad (26)$$

Такая зависимость от инвариантной массы позволяет построить график $k_{\text{ref}}(M^2)$. На рис. 1 приведен график для случая выхода фотона из среды с нарушением четности. Как можно видеть из рис. 1, в случае пространственного вектора ЧС и пространственной границы при $|M^2| \gg \zeta^2$ большинство фотонов выходит из среды с нарушенной четностью, в то время как значительная часть фотонов с $M^2 \sim \zeta^2$ для поляризации $-$ и с $|M^2| \ll \zeta^2$ для поляризации $+$ отражается от границы и не выходит из среды.

2.2. Частица, влетающая в пространство с нарушением четности. Не менее интересно рассмотреть случай вхождения частицы в область с нарушением четности, когда частица движется из правого полупространства в левое. Соответственно надо положить $\tilde{u}_{\mu A\rightarrow} = 0$. Из соотношений (21) получаем

$$\tilde{u}_{\nu\rightarrow}^{(A)} = \frac{k_{10} - k_{1A}}{k_{10} + k_{1A}} \tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(A)}, \quad \tilde{v}_{\nu A\leftarrow} = \frac{2k_{10}}{k_{10} + k_{1A}} \tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(A)}. \quad (27)$$

Рис. 1. Коэффициент отражения от границы для фотонов, вылетающих из среды с нарушенной четностью. Заштрихована кинематически запрещенная область значений инвариантной массы.

Единственное, что нам неизвестно в рассматриваемой задаче, это соотношения между $\tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(+)}$, $\tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(-)}$, $\tilde{u}_{\nu\leftarrow}^{(L)}$. Мы можем найти их, используя формулы (15), (27) и все амплитуды $\tilde{u}_{\nu\leftarrow}$ падающей волны. Ниже представлены выражения для всех компонент:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{0\leftarrow}^{(L)} &= \frac{\omega^2}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{0\leftarrow} + \frac{\omega k_3}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{3\leftarrow} + \frac{\omega k_2}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{2\leftarrow}, \\ \tilde{u}_{0\leftarrow}^{(\pm)} &= -\frac{k_{\perp}^2}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{0\leftarrow} - \frac{\omega k_3 \mp i k_2 \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{3\leftarrow} - \\ &\quad - \frac{\omega k_2 \pm i k_3 \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{2\leftarrow};\end{aligned}\quad (28)$$

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{2\leftarrow}^{(L)} &= -\frac{k_2^2}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{2\leftarrow} - \frac{\omega k_2}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{0\leftarrow} - \frac{k_2 k_3}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{3\leftarrow}, \\ \tilde{u}_{2\leftarrow}^{(\pm)} &= \frac{\omega^2 - k_3^2}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{2\leftarrow} + \frac{\omega k_2 \mp i k_3 \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{0\leftarrow} + \\ &\quad + \frac{k_2 k_3 \mp i \omega \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{3\leftarrow};\end{aligned}\quad (29)$$

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{3\leftarrow}^{(L)} &= -\frac{k_3^2}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{3\leftarrow} - \frac{\omega k_3}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{0\leftarrow} - \frac{k_2 k_3}{\omega^2 - k_{\perp}^2} \tilde{u}_{2\leftarrow}, \\ \tilde{u}_{3\leftarrow}^{(\pm)} &= \frac{\omega^2 - k_2^2}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{3\leftarrow} + \frac{\omega k_3 \pm i k_2 \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{0\leftarrow} + \\ &\quad + \frac{k_2 k_3 \pm i \omega \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}}{2(\omega^2 - k_{\perp}^2)} \tilde{u}_{2\leftarrow}.\end{aligned}\quad (30)$$

Теперь, используя приведенные выше соотношения, мы можем найти, какая часть фотонов пройдет через границу, а какая отразится. У фотона имеются две поперечные поляризации. Решение в правом полупространстве ($x_1 > 0$) найдем, используя переменные $\hat{k}$ и $\hat{x}$:

$$A^{\mu}(x) = \int d\hat{k} \theta(\omega^2 - k_{\perp}^2) \sum_{r=1}^2 [a_{\hat{k},r} u_{\hat{k},r}^{\mu}(x) + a_{\hat{k},r}^{*} u_{\hat{k},r}^{\mu*}(x)], \quad (31)$$

$$u_{\hat{k},r}^\nu(x) = [(2\pi)^3 2k_{10}]^{-1/2} e_r^\nu(\hat{k}) e^{ik_{10}x_1 + i\hat{k} \cdot \hat{x}}, \quad r = 1, 2. \quad (32)$$

Два линейных поперечных вектора поляризации ортонормированы и на массовой поверхности $k^2 = 0$ удовлетворяют условиям

$$k^\mu e_\mu^i(\hat{k}) = 0, \quad g^{\mu\nu} e_\mu^i(\hat{k}) e_\nu^j(\hat{k}) = \delta^{ij}. \quad (33)$$

Не умаляя общности, зафиксируем поляризацию:

$$e_\mu^1(\hat{k}) = \left(0, 0, \frac{k_3}{|k_\perp|}, -\frac{k_2}{|k_\perp|}\right), \quad e_\mu^2(\hat{k}) = \frac{i}{|k_\perp| \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} (k_\perp^2, 0, \omega k_2, \omega k_3). \quad (34)$$

Рассмотрим ситуацию, когда пучок поляризованных фотонов с поляризацией $e^1(\hat{k})$ налетает на границу из вакуума:

$$\hat{u}_\leftarrow(\hat{k}) = a(\hat{k}) |k_\perp| \hat{e}^1(\hat{k}). \quad (35)$$

При помощи уравнений (28)–(30) находим, что отраженная часть имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{u}_\rightarrow(\hat{k}) = a(\hat{k}) \frac{|k_\perp|}{2} & \left[\left(\frac{k_{10} - k_{1-}}{k_{10} + k_{1-}} + \frac{k_{10} - k_{1+}}{k_{10} + k_{1+}} \right) \hat{e}^1(\hat{k}) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{k_{10} - k_{1-}}{k_{10} + k_{1-}} - \frac{k_{10} - k_{1+}}{k_{10} + k_{1+}} \right) \hat{e}^2(\hat{k}) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Таким образом, в данном случае мы можем определить два коэффициента отражения

$$k_{\text{ref}}^{e^1 \rightarrow e^1} = \left| \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 - \zeta/k_1}} + \frac{1 - \sqrt{1 + \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 + \zeta/k_1}} \right) \right|, \quad (37)$$

$$k_{\text{ref}}^{e^1 \rightarrow e^2} = \left| \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 - \zeta/k_1}} - \frac{1 - \sqrt{1 + \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 + \zeta/k_1}} \right) \right|, \quad (38)$$

используя выражения для k_{1+} , k_{1-} и принимая во внимание тот факт, что фотоны, прилетающие из вакуума, находятся на массовой поверхности ($k_1 = k_{10}$).

При значениях $k_1 < \zeta$ фотоны не могут проникать в среду с нарушенной четностью (это запрещено кинематически). Однако начиная с $k_1 = \zeta$ фотоны уже могут пересекать границу, поэтому на рис. 2 мы видим излом кривых в точке ζ . Таким образом, фотоны с малыми энергиями полностью отражаются от границы; при повышении энергии некоторая часть при отражении будет менять поляризацию, и лишь при достижении $k_1 = \zeta$ какая-то часть фотонов может проходить в среду.

Составим поляризации (комбинации e^1 и e^2) так, чтобы они при отражении от границы в вакуум не смешивались:

$$e^L = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^1 + e^2), \quad e^R = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^1 - e^2). \quad (39)$$

Для получившихся круговых поляризаций определим коэффициенты отражения:

$$k_{\text{ref}}^L = \left| \frac{1 - \sqrt{1 - \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 - \zeta/k_1}} \right|, \quad k_{\text{ref}}^R = \left| \frac{1 - \sqrt{1 + \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 + \zeta/k_1}} \right|. \quad (40)$$

Следует также обратить внимание на то, что в случае отражения круговые поляризации меняют фазу, так как

$$e^L \rightarrow \frac{1 - \sqrt{1 - \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 - \zeta/k_1}} e^L, \quad e^R \rightarrow \frac{1 - \sqrt{1 + \zeta/k_1}}{1 + \sqrt{1 + \zeta/k_1}} e^R. \quad (41)$$

Если $k_1 < \zeta$, то при отражении от границы левая поляризация меняет фазу на $\text{Arg}[(1 - \sqrt{1 - \zeta/k_1})/(1 + \sqrt{1 - \zeta/k_1})]$. Множитель при e^R на всей области определения $k_1 > 0$ является отрицательным числом, т. е. изменение фазы равно π .

3. ВРЕМЕНИПОДОБНЫЙ ВЕКТОР ЧС И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ГРАНИЦА

Случай времениподобного вектора ЧС и пространственноподобной границы $\zeta_\mu = (\zeta\theta(-x_1), 0, 0, 0)$ может быть полезен для описания процессов, происходящих при столкновении тяжелых ионов, так как позволяет понять, что происходит с частицами внутри файерболла. Как и в случае пространственного вектора ЧС, можно найти решения для векторного поля A в виде (11), (13). В этом случае дисперсионные соотношения меняют вид:

$$k_{1L} = k_{10} = \sqrt{\omega^2 - m^2 - k_\perp^2}, \quad (42)$$

$$k_{1\pm} = \sqrt{\omega^2 - m^2 - k_\perp^2 + \frac{\zeta^2}{2} \mp \zeta \sqrt{\omega^2 - m^2 + \frac{\zeta^2}{4}}}.$$

Как и для пространственноподобного вектора ЧС, мы можем найти соотношения между коэффициентами $\tilde{v}_{iA\rightleftharpoons}$:

$$\tilde{v}_{2A\rightleftharpoons} = \frac{-i\zeta k_{1A}(k_{1A}^2 - k_{10}^2) - \zeta^2 k_2 k_3}{(k_{1A}^2 - k_{10}^2)^2 - \zeta^2 k_3^2} \tilde{v}_{3A\rightleftharpoons} \equiv C_{2A} \tilde{v}_{3A\rightleftharpoons}, \quad (43)$$

$$\tilde{v}_{1A\rightleftharpoons} = \frac{-i\zeta k_2(k_{1A}^2 - k_{10}^2) - \zeta^2 k_3 k_{1A}}{(k_{1A}^2 - k_{10}^2)^2 - \zeta^2 k_3^2} \tilde{v}_{3A\rightleftharpoons}.$$

Теперь рассмотрим систему (4) и воспользуемся преобразованием Фурье по переменным x_0, x_2, x_3 . Как и прежде, условия сшивки, которые получаются из интегрирования системы уравнений по бесконечно малому интервалу $(-\varepsilon, \varepsilon)$, диктуют непрерывность всех пространственных компонент векторного потенциала. Используя этот факт, мы можем написать коэффициенты отражения для каждой поляризации в случае выхода частиц из среды с нарушенной четностью:

$$k_{\text{ref}} = \left| \frac{k_{1A} - k_{10}}{k_{1A} + k_{10}} \right|. \quad (44)$$

График для коэффициента отражения построим в зависимости от поперечного импульса $k_\perp$ и инвариантной массы $M^2 = k_\mu k^\mu$ (см. рис. 3). Представим дисперсионные соотношения в терминах инвариантной массы:

$$k_{1A}^2 = \frac{(M^2 - m^2)^2}{\zeta^2} - k_\perp^2, \quad k_{10}^2 = \frac{(M^2 - m^2)^2}{\zeta^2} + (M^2 - m^2) - k_\perp^2. \quad (45)$$

Рис. 3. Коэффициент отражения векторного мезона, летящего перпендикулярно границе. Для векторного мезона полагаем $\zeta = 300$ МэВ.

Дисперсионные соотношения в этих переменных опять одинаковы для поперечных поляризаций, однако их области определения различны. Смена поляризаций происходит в точке $M_0^2 = m^2 - \zeta^2/4$. Это означает, что при $M < M_0$ мы имеем поляризацию $-$, а при $M > M_0$ мы имеем поляризацию $+$. Кроме того, должно быть выполнено условие, возникающее из кинематических соображений: $|k_\perp| \leq |M^2 - m^2|/\zeta$. Используя все это, мы можем записать коэффициент отражения в виде

$$k_{\text{ref}} = \left| \frac{\sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 - k_\perp^2} - \sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 + (M^2 - m^2) - k_\perp^2}}{\sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 - k_\perp^2} + \sqrt{(M^2 - m^2)^2/\zeta^2 + (M^2 - m^2) - k_\perp^2}} \right|. \quad (46)$$

Вообще говоря, k_{ref} зависит от M и $k_\perp$. Мы приведем здесь график для ω -мезона, который летит перпендикулярно границе: в случае $k_\perp = 0$. В этом случае для $m^2 - \zeta^2 < M^2 < m^2$ коэффициент отражения равен единице.

Как видно из графика, при некоторых инвариантных массах (720–780 МэВ) родившийся в файерболе векторный мезон не может выйти за его пределы, так как испытывает полное внутреннее отражение.

Однако рассмотренный выше выбор вектора ЧС как $\zeta_\mu = (\zeta\theta(-x_1), 0, 0, 0)$ не обеспечивает калибровочную инвариантность, поскольку при калибровочных преобразованиях не сохраняется функционал

$$\int d^3x \zeta_\mu A_\nu \partial_\rho A_\sigma \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (47)$$

Калибровочную инвариантность удастся восстановить после добавления еще одной компоненты в вектор ЧС:

$$\zeta_\mu = (\zeta\theta(-x_1), \zeta_x(x_1, t), 0, 0), \quad \partial_1 \zeta_0 = \partial_0 \zeta_1. \quad (48)$$

Простейшее решение этого дифференциального уравнения есть $\zeta_x = -\zeta t \delta(x_1)$. Очевидно, что внутри области с нарушенной пространственной четностью решения уравнений движения останутся прежними.

Рассмотрим систему (4) с модифицированным вектором ЧС (48) и сделаем преобразование Фурье по переменным x_0, x_2, x_3 :

$$\begin{aligned}
 (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_0 - \partial_1^2 \tilde{A}_0 &= -\zeta \partial_\omega (k_3 \tilde{A}_2 - k_2 \tilde{A}_3) \delta(x_1), \\
 (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_1 - \partial_1^2 \tilde{A}_1 &= -i\zeta \theta(-x_1)(k_3 \tilde{A}_2 - k_2 \tilde{A}_3), \\
 (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_2 - \partial_1^2 \tilde{A}_2 &= \zeta \theta(-x_1)(ik_3 \tilde{A}_1 + \partial_1 \tilde{A}_3) - \\
 &\quad - \zeta \partial_\omega (k_3 \tilde{A}_0 + \omega \tilde{A}_3) \delta(x_1), \\
 (-\omega^2 + m^2 + k_\perp^2)\tilde{A}_3 - \partial_1^2 \tilde{A}_3 &= \zeta \theta(-x_1)(-ik_2 \tilde{A}_1 - \partial_1 \tilde{A}_2) + \\
 &\quad + \zeta \partial_\omega (k_2 \tilde{A}_0 + \omega \tilde{A}_2) \delta(x_1).
 \end{aligned} \tag{49}$$

Интегрируя эту систему по переменной x_1 от $-\varepsilon$ до ε , находим новые условия сшивки для поперечных поляризаций:

$$\begin{aligned}
 (\tilde{u}_{0\leftarrow}^{(\pm)} - \tilde{v}_{0\leftarrow}^{(\pm)}) &= \frac{i\zeta}{2k_{10}\omega^2} C_\pm(k_2, k_3), \\
 \partial_1 \tilde{A}_1 &\text{ непрерывна,} \\
 \tilde{u}_{0\leftarrow}^{(\pm)} + \tilde{u}_{0\rightarrow}^{(\pm)} &= \frac{C_\pm(k_2, k_3)}{k_3(k_2 - k_3 C_{2A})} + C_{u\pm}(k_2, k_3), \\
 \tilde{v}_{3\pm\rightarrow} + \tilde{v}_{3\pm\leftarrow} &= \frac{C_\pm(k_2, k_3)}{\omega(k_2 - k_3 C_{2A})},
 \end{aligned} \tag{50}$$

и для продольной поляризации:

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_{0\leftarrow}^{(L)} &= \tilde{v}_{0\leftarrow}^{(L)}, \\
 \partial_1 \tilde{A}_1 &\text{ непрерывна,} \\
 \tilde{u}_{0\leftarrow}^{(L)} + \tilde{u}_{0\rightarrow}^{(L)} &= C_{uL}(k_2, k_3), \\
 \tilde{v}_{3L\rightarrow} + \tilde{v}_{3L\leftarrow} &= \frac{C_L(k_2, k_3)}{\omega},
 \end{aligned} \tag{51}$$

где $C_\pm(k_2, k_3)$, $C_L(k_2, k_3)$, $C_{u\pm}(k_2, k_3)$ и $C_{uL}(k_2, k_3)$ – произвольные функции переменных k_2 и k_3 .

Условие непрерывности $\partial_1 \tilde{A}_1$ и соотношения (43) обеспечивают непрерывность всех пространственных компонент векторного потенциала. Учитывая это, мы можем использовать полученные выше результаты. Таким образом, выражение (46) для коэффициента отражения сохраняется, и эффекты, связанные с полным (или частичным) внутренним отражением, проявляются в той же форме.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изучена модель физических явлений, связанных с распространением фотонов и векторных мезонов между областью с нарушением пространственной четности и вакуумом. Основные результаты получены для пространственноподобного вектора ЧС. Представлены соотношения, с помощью которых можно рассчитывать прохождение или отражение входящих или выходящих из области частиц с любой поляризацией. В частности, доказано, что поперечные поляризации испытывают сильное отражение вплоть до полного внутреннего отражения при

определенных частотах. Аналогичные соотношения найдены для времениподобного вектора ЧС, но в случае пространственноподобной границы, когда возникают проблемы с калибровочной инвариантностью. Показано, что упомянутые проблемы не сказываются на коэффициентах отражения и прохождения, которые и являются в данном случае наблюдаемыми величинами. Кроме того, для пространственноподобного вектора ЧС обнаружено, что при облучении фотонами среды с нарушенной четностью может происходить дополнительное вращение круговых поляризаций при отражении от границы. Таким образом, влияние границы между областью с нарушением четности и вакуумом на ширину распада фотонов и векторных мезонов представляет собой интересную задачу, заслуживающую дальнейшего исследования для предсказаний эффектов нарушения четности в ядерных средах и в астрофизике плотных звезд.

Благодарности. Работа поддержана РФФИ (грант № 13-02-00127), а также Санкт-Петербургским государственным университетом (проект № 11.38.660.2013). С. С. Колеватов благодарит фонд некоммерческих программ “Династия” за финансовую поддержку.

Список литературы

- [1] S. M. Carroll, G. B. Field, R. Jackiw, *Phys. Rev. D*, **41**:4 (1990), 1231–1240.
- [2] A. A. Andrianov, R. Soldati, *Phys. Rev. D*, **51**:10 (1995), 5961–5964, arXiv: hep-th/9405147.
- [3] V. A. Kostelecký, M. Mewes, *Phys. Rev. D*, **66**:5 (2002), 056005, 24 pp., arXiv: hep-ph/0205211.
- [4] G. M. Shore, *Contemp. Phys.*, **44**:6 (2003), 503–521, arXiv: gr-qc/0304059.
- [5] N. Arkani-Hamed, H.-C. Cheng, M. A. Luty, S. Mukohyama, *JHEP*, **05** (2004), 074, 36 pp.; H.-C. Cheng, M. A. Luty, S. Mukohyama, J. Thaler, *JHEP*, **05** (2006), 076, arXiv: hep-th/0603010.
- [6] F. E. Schunck, E. W. Mielke, *Class. Quantum Grav.*, **20**:20 (2003), R301–R356.
- [7] A. A. Andrianov, D. Espriu, P. Giacconi, R. Soldati, *JHEP*, **09** (2009), 057, 16 pp., arXiv: 0907.3709.
- [8] A. A. Andrianov, D. Espriu, F. Mescia, A. Renau, *Phys. Lett. B*, **684**:2–3 (2010), 101–105, arXiv: 0912.3151.
- [9] R. Arnaldi, R. Averbeck, K. Banicz et al. [NA60 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.*, **96**:16 (2006), 162302, 5 pp., arXiv: nucl-ex/0605007.
- [10] A. Adare, S. Afanasiev, C. Aidala et al. [PHENIX Collaboration], *Phys. Rev. C*, **81**:3 (2010), 034911, 56 pp., arXiv: 0912.0244.
- [11] A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, D. Espriu, X. Plannels, *Phys. Lett. B*, **710**:1 (2012), 230–235, arXiv: 1010.4688.
- [12] A. A. Andrianov, D. Espriu, *Phys. Lett. B*, **663**:5 (2008), 450–455, arXiv: 0709.0049; A. A. Andrianov, D. Espriu, V. A. Andrianov, *Phys. Lett. B*, **678**:4 (2009), 416–421, arXiv: 0904.0413.
- [13] J. Alfaro, A. A. Andrianov, M. Cambiaso, P. Giacconi, R. Soldati, *Internat. J. Modern Phys. A*, **25**:16 (2010), 3271–3306; *Phys. Lett. B*, **639**:5 (2006), 586–590, arXiv: hep-th/0604164.
- [14] A. A. Andrianov, S. S. Kolevaton, R. Soldati, *JHEP*, **11** (2011), 007, arXiv: 1109.3440.