Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Кудрявцев, А. Н. Семёнова, Взаимодействие π -, K -мезонов и нуклонов в модели составных суперконформных струн, *ТМФ*, 2013, том 176, номер 1, 109–116

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8488>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 12:47:41

© 2013 г.

В. А. Кудрявцев*, А. Н. Семёнова*

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ π -, K -МЕЗОНОВ И НУКЛОНОВ В МОДЕЛИ СОСТАВНЫХ СУПЕРКОНФОРМНЫХ СТРУН

Составная суперконформная модель струн построена для описания адронных амплитуд взаимодействия и адронного спектра. Она принадлежит к новому классу дуальных (струнных) моделей и выходит за рамки обычных подходов. В рамках этой модели обычный адронный масштаб порядка 1 ГэВ^{-2} рассматривается в качестве струнного масштаба α' . Требования суперсимметрии удовлетворены только на двумерной мировой поверхности. В рамках теории вычислены амплитуды взаимодействия π - и K -мезонов. Найден способ снятия вырождения по четности для барионов.

Ключевые слова: адронная струна, траектории Редже, суперконформная симметрия.

DOI: 10.4213/tmf8488

1. ВВЕДЕНИЕ

Модель составных суперконформных струн разрабатывается для описания амплитуд взаимодействия адронов и адронного спектра. Интерес к струнному описанию адронной физики сошел на нет из-за нерешенного вопроса о том, как понизить интерсепт ρ -мезонной траектории в последовательной модели [1]. Новая модель решает эту проблему. Она принадлежит к новому классу дуальных (струнных) моделей и выходит за рамки обычных подходов. В модели в качестве струнного масштаба α' рассматривается обычный адронный масштаб порядка 1 ГэВ^{-2} . Интерсепт главной мезонной траектории равен $1/2$. Требования суперсимметрии удовлетворены только на двумерной мировой поверхности.

Новый класс струнных вершин был получен Кудрявцевым [2] в качестве нового решения уравнения дуальности для многострунных вершин в рамках формализма, предложенного в работе [3]. В предыдущих рассмотрениях многострунные вершины представляли собой некоторые интегралы по комплексной плоскости от экспонент бесконечномерных матриц с компонентами двумерных полей. В свою очередь, новые вершины представляют собой такого же рода экспоненты, но имеющие дополнительный множитель, который является циклическим произведением тех же матриц

*Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова, Гатчина, Ленинградская обл., Россия. E-mail: ala.semenova@gmail.com. kudryav@thd.pnpi.spb.ru

Рис. 1. Двумерная топологическая интерпретация для вершины взаимодействия мезонов $V_{1,1+i}$.

с компонентами двумерных полей. При этом циклическое произведение вместе со спинорными операторами воспроизводит и фактор Чана–Патона.

Для вершин нового типа и соответствующих амплитуд взаимодействия легко найти геометрическую интерпретацию в терминах основной двумерной поверхности и дополнительных окаймляющих поверхностей (см. рис. 1). На рис. 1 ∂X , H , Y , f – векторные лоренцевские поля и I , θ , J , Φ – скалярные поля. Каждое поле имеет суперпартнера (например, пара двумерных суперпартнеров – поля ∂X и H).

Именно для этих окаймляющих поверхностей можно естественным образом ввести наряду с двумерными полями спинорные операторы, которые несут кварковые спинорные и изоспинорные индексы и флейворные квантовые числа. Эти спиноры являются собственными векторами нулевых компонент двумерных полей J . Такой способ введения квантовых чисел значительно отличается от обычного введения дополнительных геометрических степеней свободы. Очень важно, что в данном подходе сохраняется суперконформная симметрия, порождаемая генераторами супералгебры Вирасоро.

В рамках данной модели можно сформулировать свободные от духов амплитуды взаимодействия π - и K -мезонов. Эти амплитуды имеют дополнительные супертоковые условия, которые являются необходимыми для отсутствия духов в физическом спектре состояний и приводят к безмассовости π -мезона в древесном приближении. В то же время вклады новых двумерных полей на окаймляющих поверхностях приводят к сдвигу интерсепта главной мезонной траектории со значения $\alpha(0) = 1$ к значению $\alpha(0) = 1/2$.

Чтобы представить амплитуды взаимодействия N рассматриваемых струн в форме функционального интеграла, необходимо определить топологию двумерных поверхностей в этом случае. Именно она определяет структуру указанного интеграла. Для представления амплитуд взаимодействия обычных классических открытых струн функциональным интегралом применяется, например, круг (см. рис. 2а)

Рис. 2. Топологические области для построения функционального интеграла: случай классических открытых струн (а), случай составных суперконформных струн (б).

на комплексной плоскости переменной z с выделенными точками на ограничивающей его окружности (или, эквивалентно, полуплоскость). Выделенные точки отвечают входящим внешним струнам в основном состоянии. Функциональное интегрирование проводится по всем возможным метрикам этой двумерной области и по двумерным полям на ней с весом, определяемым экспонентой от квадратичного ковариантного действия Полякова для этих полей.

В нашем случае подходящей топологической областью будет такой же круг, дополненный окаймляющими поверхностями (полосками) между выделенными точками (см. рис. 2б). При этом нужно рассмотреть двумерные поля на базовой поверхности (на диске) и поля на окаймляющих поверхностях. Опять-таки функциональное интегрирование проводится по всем этим полям с экспонентами от свободных действий для всех полей. Если не учитывать антикоммутирующие поля-суперпартнеры, то функциональный интеграл для составной струны (рис. 2б) можно записать следующим образом:

$$A_N = \int dz_i \int \prod Dg DX \prod_i DY_i \exp\left(\sum_i S_i\right) \prod_i V_i.$$

Вследствие функционального интегрирования по всем двумерным метрикам и соответствующей конформной инвариантности амплитуда не будет зависеть от путей сопряжения (сшивания) окаймляющих и базовой поверхностей.

2. ОПИСАНИЕ МЕЗОНОВ

В струнных моделях существуют только два типа вершин испускания основного состояния, которые удовлетворяют суперконформной симметрии: тип Невё–Шварца $V \sim [G, : e^{ikX} :]$ и тип Бардакчи–Халперна $V \sim \{G, \hat{F} : e^{ikX} : \}$, где G – суперконформный генератор, $\hat{F}$ – оператор с конформным спином $1/2$.

Вершинный оператор $\hat{V}_{i,i+1}$ испускания π -мезона имеет в модели составных суперконформных струн следующую форму:

$$\hat{V}_{i,i+1}(z_i) = z_i^{-L_0} [G_r, \hat{W}_{i,i+1}] z_i^{L_0}, \quad \hat{W}_{i,i+1} = \hat{R}_i^{\text{out}} \hat{R}_{\text{NS}} \hat{R}_{i+1}^{\text{in}}. \quad (1)$$

Операторы $\hat{R}_i^{\text{out}}$ и $\hat{R}_{i+1}^{\text{in}}$ определяются полями на i -й и $(i+1)$ -й окаймляющих поверхностях. Оператор $\hat{R}_{\text{NS}}$ определяется полями на базовой поверхности. Эти операторы имеют структуру, подобную структуре оператора

$$W_{\text{NS}} = :e^{ip_i X(1)}: = \exp\left(-p_i \sum_n \frac{a_{-n}}{n}\right) e^{-ip_i X_0} \exp\left(p_i \sum_n \frac{a_n}{n}\right)$$

в классической струнной модели Невё–Шварца:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{\text{NS}} = & \exp\left(\zeta_{i,i+1} \sum_n \frac{I_{-n}}{n}\right) \exp\left(-p_{i,i+1} \sum_n \frac{a_{-n}}{n}\right) e^{-ip_{i,i+1} X_0} \times \\ & \times \Gamma_{i,i+1} \exp\left(p_{i,i+1} \sum_n \frac{a_n}{n}\right) \exp\left(-\zeta_{i,i+1} \sum_n \frac{I_n}{n}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_i^{\text{out}} = & \exp\left(-\xi_i \sum_n \frac{J_{-n}^{(i)}}{n}\right) \exp\left(k_i \sum_n \frac{Y_{-n}^{(i)}}{n}\right) e^{ik_i \bar{Y}_0^{(i)}} \lambda_i^{(+)} \times \\ & \times \exp\left(-k_i \sum_n \frac{Y_n^{(i)}}{n}\right) \exp\left(\xi_i \sum_n \frac{J_n^{(i)}}{n}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Оператор $\hat{R}_{i+1}^{\text{in}}$ имеет такую же структуру, как и оператор $\hat{R}_i^{\text{out}}$, с точностью до замены i -ых полей на $(i+1)$ -е поля, зарядов k_i , ξ_i на $-k_{i+1}$, $-\xi_{i+1}$ и $\lambda_i^{(+)}$ на $\lambda_{i+1}^{(-)}$.

В предыдущих формулах введены спинорные и изоспинорные операторы $\lambda_{i,\alpha,\beta}$ несущие флейворные (β) и спиновые (α) степени свободы кварков. Как в формулах (2), (3), так и далее мы опускаем индексы α и β ; верхние индексы в $\lambda_i^{(+)}$ и $\lambda_{i+1}^{(-)}$ отвечают операторам рождения и уничтожения. Введенная в (2) матрица $\Gamma_{i,i+1}$ является матрицей по спинорным и изоспинорным индексам операторов λ_i и λ_{i+1} . Как упоминалось выше, λ_i являются собственными векторами оператора $J_0^{(i)}$ и, таким образом, представляют собой аналоги $e^{ik_i X_0}$ для поля ∂X и $e^{ik_i \bar{Y}_0^{(i)}}$ для поля $Y^{(i)}$, поскольку выражение $\langle \lambda_i | J_0^{(i)} = \xi_i \langle \lambda_i |$ аналогично $e^{ik_i X_0} \hat{p}_i = k_i e^{ik_i X_0}$ и соответственно $e^{ik_i \bar{Y}_0^{(i)}} Y_0^{(i)} = k_i e^{ik_i \bar{Y}_0^{(i)}}$. Такой подход дает возможность естественным образом ввести кварковые квантовые числа и получить привлекательную интерпретацию фактора Чана–Патона.

Для положительности норм физических состояний, кроме суперконформных условий, требуются дополнительные супертоковые условия, а именно условия коммутации вершин с супертоками, состоящими из следующих компонент: $(k_i Y_i, k_i f_i)$. Эти условия приводят к следующим соотношениям между импульсами: $k_i^2 = k_{i+1}^2 = 0$, $k_i k_{i+1} = 0$, что дает $m_\pi^2 = 0$.

Чтобы записать выражение для амплитуды $A_{\pi\pi}$, нужно использовать только вершину испускания π -мезона (1) с $\Gamma = \gamma_5 \vec{\tau}$. В этом случае мы имеем $\xi_i = \xi_{i+1}$, $\zeta_{i,i+1} = \xi_i - \xi_{i+1} = 0$. Потребуем $\xi_i^2 = \xi_{i+1}^2 = 1/2$ для того, чтобы конформный спин вершины был равен единице.

Можно записать $A_{\pi\pi}$ как простую бета-функцию:

$$A_{\pi\pi} = -g^2 \text{Tr}(\Gamma_{12}\Gamma_{23}\Gamma_{34}\Gamma_{41}) \frac{\Gamma(1 - \alpha_t^\rho)\Gamma(1 - \alpha_s^\rho)}{\Gamma(1 - \alpha_t^\rho - \alpha_s^\rho)} \quad (4)$$

с траекториями Редже $\alpha_t^\rho = 1/2 + t/2$ и $\alpha_s^\rho = 1/2 + s/2$. Следует отметить, что форма (4) совпадает с амплитудой взаимодействия Лавлеса–Шапиро для π -мезонов [4].

Вершину испускания K -мезона ($k_i^2 = 0$, $m_K^2 \neq 0$, $k_{i+1}^2 \neq 0$) нельзя построить, как и для π -мезона, в форме Невё–Шварца (с $k_i^2 = k_{i+1}^2 = 0$), потому что тогда будут потеряны супертоковые условия для окаймляющей поверхности s -кварка ($k_{i+1}^2 \neq 0$) и, следовательно, неотрицательность норм физических состояний. Поэтому вершину испускания K -мезона мы будем строить в форме Бардакчи–Халперна с матрицами $\Gamma_{i,i+1} = \gamma_5$:

$$\widehat{V}_{i,i+1}(z_i) = z_i^{-L_0} \{G_r, \widetilde{W}_{i,i+1}\} z_i^{L_0}, \quad \widetilde{W}_{i,i+1} = \widehat{F} \widehat{W}_{i,i+1}, \quad \widehat{W}_{i,i+1} = \widehat{R}_i^{\text{out}} \widehat{R}_{\text{NS}} \widehat{R}_{i+1}^{\text{in}}, \quad (5)$$

где $\widehat{R}_{\text{NS}}$, $\widehat{R}_i^{\text{out}}$ задаются формулами (2), (3) и

$$\widehat{F} = \sum_r m_K^2 \Phi_r^{(i+1)} - \sum_r \xi_{i+1} k_{i+1} f_r^{(i+1)}.$$

Здесь i -я поверхность соответствует обычным (u, d) -флейворам кварков с $k_i^2 = 0$, $k_i k_{i+1} = 0$, $\xi_i^2 = 1/2$, а $(i+1)$ -я окаймляющая поверхность соответствует s -кварку. Конформный спин вершинного оператора $\widehat{V}_{i,i+1}$ должен быть равен единице. Конформный спин оператора $\widehat{F}$ равен $1/2$. Мы требуем выполнения равенств

$$-k_{i+1}^2 + \xi_i^2 + \xi_{i+1}^2 - \xi_i \xi_{i+1} = 0 \quad (6)$$

и $k_i^2 = 0$ для того, чтобы конформный спин оператора $\widehat{V}_{i,i+1}$ был равен единице. Мы имеем $k_{i+1}^2 = k_s^2 = m_K^2$. Условие (6) дает ограничение на значения m_K^2 . Интересно, что k_s^2 имеет минимальное значение, соответствующее $m_K \approx 475$ МэВ. Однако нам необходимо увеличить значение k_s^2 , чтобы избежать тахиона на φ -мезонной траектории. Как будет видно ниже, минимальное подходящее значение для импульса таково: $\xi_{i+1}^2 \equiv \xi_s^2 = k_s^2 = 1/2$, что соответствует $m_K \approx 550$ МэВ.

Чтобы вычислить амплитуду $A_4(\pi + K \rightarrow \pi + K)$, надо использовать вершины обоих типов (1) и (5). Принимая во внимание соотношение $\xi^2 \equiv \xi_i^2 = 1/2$ и равенство (6), получаем $A_{\pi K}$ в виде простой бета-функции:

$$A_{\pi K} = -g^2 \lambda_K^2 (\Gamma_{12} \Gamma_{23} \Gamma_{34} \Gamma_{41}) \delta_s m_K^2 \xi_s^2 \frac{\Gamma(1 - \alpha_t^{K*}) \Gamma(1 - \alpha_s^\rho)}{\Gamma(1 - \alpha_t^{K*} - \alpha_s^\rho)}$$

с траекториями Редже $\alpha_t^{K*} = -m_K^2/2 + 1/2 + t/2$ и $\alpha_s^\rho = 1/2 + s/2$. Здесь $\delta_s = \xi_s^2 - k_s^2$.

Для вычисления амплитуды $A_4(K + K \rightarrow K + K)$ нужно использовать только вершину типа (5). Эта амплитуда может быть записана в виде

$$A_{KK} = g^2 \lambda_K^4 (\Gamma_{12} \Gamma_{23} \Gamma_{34} \Gamma_{41}) \delta_s^2 m_K^4 \xi_s^4 \times \\ \times \left(-\frac{\Gamma(1 - \alpha_t^\varphi) \Gamma(1 - \alpha_s^\rho)}{\Gamma(1 - \alpha_t^\varphi - \alpha_s^\rho)} + \frac{\Gamma(-\alpha_t^\varphi) \Gamma(1 - \alpha_s^\rho)}{\Gamma(1 - \alpha_t^\varphi - \alpha_s^\rho)} \right),$$

где $\alpha_s^\rho = 1/2 + s/2$ и $\alpha_t^\varphi = t/2 - \delta_s$.

Как можно увидеть выше, значение параметра δ_s влияет на интерсепт φ -мезонной траектории: если $\delta_s < 0$, то на ней есть тахион. Из равенства (6) получаем

$$k_s^2 = \left(\xi_s - \frac{1}{2} \xi \right)^2 + \frac{3}{8}.$$

Рис. 3. Связь между ξ_s^2 и k_s^2 для $\delta_s > 0$ (заштрихованная область).

Сравнивая ξ_s^2 и k_s^2 (см. рис. 3), находим соотношения в случае $\delta_s \geq 0$:

$$\xi_s^2 \geq \frac{1}{2}, \quad \alpha' m_K^2 = \frac{1}{2} m_K^2 = \frac{1}{2} k_s^2 \geq \frac{1}{4}.$$

Буквально такие же условия с соответствующими значениями ξ_c , ξ_b , ξ_t , m_c^2 , m_b^2 и m_t^2 подходят для построения вершин с более массивными флейворами (c , b , t).

3. ОПИСАНИЕ НУКЛОНОВ

Как уже обсуждалось выше, мезоны описываются в терминах базовой и двух окаймляющих двумерных поверхностей. Для описания нуклонов необходимо добавить еще одну поверхность. Она будет нести изотопический спин и обычный лоренцев спин. Таким образом, нуклонная составная струна может быть представлена как двумерная базовая поверхность и три дополнительные двумерные поверхности (см. рис. 4). Кварковые операторы представляют собой собственные векторы нулевых компонент двумерных полей, которые распространяются по дополнительным поверхностям.

Хорошо известно, что при аннигиляции нуклона и антинуклона может образоваться как четное, так и нечетное число π -мезонов. Поэтому необходимо получить ненулевые амплитуды для рождения нечетного числа π -мезонов. Для этого потребуется волновая функция нуклона, состоящая из G-четного и G-нечетного слагаемых и, следовательно, двухкомпонентная вершина испускания нуклона. Одна из компонент имеет тип Невё-Шварца (1), а другая – тип Бардакчи-Халперна (5). Также известно, что основная траектория Δ -барионов невырождена по четности, а на основной нуклонной траектории невырожденно только основное состояние. Снять вырождение по четности можно с помощью симметрии Грибова-Макдауэла. Как

Рис. 4. Топологическая интерпретация нуклонной составной струны.

известно, обычный фермионный полюс определяется пропагаторами

$$\frac{\hat{q} + m}{q^2 - m^2} \quad \text{и} \quad \frac{-\hat{q} + m}{q^2 - m^2} = \gamma_5 \frac{\hat{q} + m}{q^2 - m^2} \gamma_5$$

для $J^P = (1/2)^+$ и для $J^P = (1/2)^-$ соответственно, где

$$\frac{\hat{q} + m}{2m} = \Pi_+, \quad \frac{-\hat{q} + m}{2m} = \Pi_-$$

суть проекторы на четность $P = +1$ и $P = -1$ соответственно.

Для произвольного $q^2 = u$ (вне массовой поверхности) мы имеем

$$\frac{\hat{q} + q}{2q} = \Pi_+, \quad \frac{-\hat{q} + q}{2q} = \Pi_-,$$

где $q = \sqrt{q^2}$.

Чтобы сократить сингулярность в амплитуде рассеяния при $q^2 = 0$, необходимо наложить условие симметрии Грибова–Макдауэла [5] для фермионных траекторий Редже с противоположной четностью и для вычетов этих полюсов Редже: $\alpha^+(q) = \alpha^-(-q)$ и $\Gamma^+(q) = \Gamma^-(-q)$ соответственно. Для классических струнных амплитуд мы обычно имеем линейные по q^2 траектории $\alpha(q^2) = \alpha_0 + \alpha' q^2$ без зависимости от $\hat{q}$. Таким образом, мы получаем вырождение по массе для фермионных состояний с разной четностью, что противоречит экспериментальным данным. Ни подход Рамона, ни суперструнный подход не позволяют решить эту проблему при описании барионов [6].

В рамках составной суперконформной струны, для того чтобы получить возможность разделить траектории с разной четностью, необходимо ввести новое двумерное поле I^P (и его суперпартнера θ^P) на основной поверхности:

$$I^P = \sum_n I_n^P z^n, \quad [I_n^P, I_m^P] = n \delta_{n, -m}.$$

Это поле вводится во все вершины V и суперконформные генераторы G_r . Оператор заряда нового поля I_0^P зависит от оператора спиновой четности $\hat{P}$:

$$I_0^P = aQ + b\bar{\lambda}_f^{(+)} \hat{P} \lambda_f^{(-)}, \quad \hat{P} = P_\mu \gamma^\mu,$$

где $Q = \sum_i \bar{\lambda}_i^{(+)} \lambda_i^{(-)}$ – оператор числа кварков, P – оператор импульса, λ_f – лоренцев спинор и изоспинор, соответствующий дополнительной поверхности между

двумя окаймляющими (см. рис. 4). Для суперконформного генератора появляется дополнительное слагаемое:

$$G_r = G_r^{(0)} + I_0^P \theta_r^P + \sum_{n \neq 0} I_{-n}^P \theta_{n-r}^P.$$

Подробный анализ взаимодействия π -мезонов и нуклонов мы обсудим в следующих работах.

4. ВЫВОДЫ

Рассмотренная в настоящей работе модель дает простые борновские амплитуды взаимодействия π - и K -мезонов, которые не содержат духов и тахионов. Они представлены простыми бета-функциями. Нижняя граница массы K -мезона, которая впервые не может быть сведена к нулю, и параметры траекторий Редже, полученные в древесном приближении модели, хорошо согласуются с экспериментальными данными. Суперконформная симметрия приводит к хорошо известному соотношению между интерсептами:

$$\alpha_\Delta(0) - \alpha_N(0) = \alpha_\rho(0) - \alpha_\pi(0) = \alpha_{K^*}(0) - \alpha_K(0) = \frac{1}{2}.$$

Благодарности. Мы благодарим участников IV Международной конференции “Модели квантовой теории поля” (MQFT–12) за внимание и полезные вопросы.

Список литературы

- [1] Л. Бринк, М. Энно, *Принципы теории струн*, Мир, М., 1991.
- [2] В. А. Кудрявцев, *Письма в ЖЭТФ*, **58**:5 (1993), 321–325.
- [3] V. Alessandrini, D. Amati, M. Le Bellac, D. Olive, *Phys. Rep.*, **1**:6 (1971), 269–345.
- [4] C. Lovelace, *Phys. Lett. B*, **28**:4 (1968), 264–268.
- [5] S. W. MacDowell, *Phys. Rev.*, **116**:3 (1959), 774–778.
- [6] М. Б. Грин, Дж. Шварц, Э. Виттен, *Теория суперструн*, Мир, М., 1990.