Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Н. Липатов, Дважды-логарифмическая асимптотика для амплитуд рассеяния в гравитации и супергравитации, *ТМФ*, 2013, том 175, номер 3, 408–418

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8489>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 10:10:28

© 2013 г.

Л. Н. Липатов*

ДВАЖДЫ-ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ АСИМПТОТИКА ДЛЯ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ В ГРАВИТАЦИИ И СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Дается обзор подхода Балицкого–Фади́на–Кураева–Липатова к рассеянию при высоких энергиях в квантовой хромодинамике и в суперсимметричных калибровочных теориях. В пределе большого числа цветов уравнения для составных глюонных состояний в t -канале рассеяния имеют замечательные математические свойства, в том числе инвариантность относительно преобразований Мёбиуса, голоморфную факторизацию, дуальную симметрию и интегрируемость. Теория реджезованных глюонных взаимодействий формулируется в виде калибровочно-инвариантного эффективного действия, локального по быстрой частице. В максимально расширенной $N = 4$ суперсимметрии померон оказывается дуальным реджезованному гравитону, живущему в десятимерном пространстве анти-де Ситтера. В результате возникает необходимость переформулировать подход Грибова к померонным взаимодействиям в виде общеквариантной эффективной теории поля для реджезованных гравитонов. Построено соответствующее эффективное действие, позволяющее вычислять траектории Редже гравитона и его взаимодействия. Произведено суммирование дважды-логарифмических вкладов для амплитуд с квантовыми числами гравитона в t -канале рассеяния в гравитации Эйнштейна–Гильберта и в ее суперсимметричных обобщениях. С ростом ранга N супергравитации дважды-логарифмические амплитуды быстро убывают по сравнению с борновскими вкладами.

Ключевые слова: квантовая гравитация, высокоэнергетическая асимптотика, поведение амплитуд типа Редже, приближение двойных логарифмов.

DOI: 10.4213/tmf8489

1. АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ В КХД ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Борновская амплитуда рассеяния в КХД при высоких энергиях $s \gg t$ имеет простой факторизованный вид

$$M_{AB}^{A'B'}|_{\text{Born}} = 2sgT_{A'A}^c \delta_{\lambda_A' \lambda_A} \frac{1}{t} gT_{B'B}^c \delta_{\lambda_B' \lambda_B}, \quad \lambda_i = \pm 1, \quad (1)$$

*Петербургский институт ядерной физики, Гатчина, Ленинградская обл., Россия.
E-mail: lipatov@thd.npi.spb.ru

отвечающий сохранению спиральности $\lambda_i = \lambda_{i'}$ для каждой из сталкивающихся частиц. В ведущем логарифмическом приближении (ВЛП) глюон в перекрестном канале рассеяния становится реджезованным [1]:

$$M(s, t) = M_{|\text{Born}} s^{\omega(t)}, \quad \alpha_s \ln s \sim 1, \quad \alpha_s = \frac{g^2}{4\pi} \ll 1.$$

Траектория глюона в ВЛП имеет вид

$$\omega(-|q|^2) = -\frac{\alpha_s N_c}{4\pi^2} \int d^2k \frac{|q|^2}{|k|^2 |q-k|^2} \approx -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} \ln \frac{|q^2|}{\lambda^2}.$$

Инфракрасная расходимость при $\lambda \rightarrow 0$ сокращается в полном сечении рассеяния. Парциальная волна в t -канале с октетными квантовыми числами удовлетворяет уравнению бутстрапа

$$\omega f = 1 + (\omega(-|k|^2) + \omega(-|q-k|^2) + \hat{K}_8) f, \quad f = \frac{1}{\omega - \omega(-|q|^2)},$$

обязанному своим происхождением тому обстоятельству, что реджезованный глюон представляет собой связанное состояние двух реджезованных глюонов.

Схожим образом амплитуда рождения n частиц в высокоэнергетической кинематике $s \gg s_i \gg |t_i|$ имеет факторизованный вид [1]:

$$M_{2 \rightarrow 2+n}^{\text{BFKL}} \sim \frac{s_1^{\omega_1}}{|q_1|^2} g T_{c_2 c_1}^{d_1} C(q_2, q_1) \frac{s_2^{\omega_2}}{|q_2|^2} \cdots g T_{c_{n+1} c_n}^{d_n} C(q_{n+1}, q_n) \frac{s_{n+1}^{\omega_{n+1}}}{|q_{n+1}|^2}, \quad (2)$$

где ω_r – траектории полюсов Редже в парциальных волнах t_i -каналов рассеяния, а $C(q_r, q_{r-1})$ суть эффективные вершины для рождения глюона с определенной спиральностью:

$$\omega_r = -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} \ln \frac{|q_r^2|}{\lambda^2}, \quad C(q_2, q_1) = \frac{q_2 q_1^*}{q_2^* - q_1^*}, \quad \sigma_t = \sum_n \int d\Gamma_n |M_{2 \rightarrow 2+n}|^2.$$

В силу факторизованного вида амплитуды рождения полное сечение рассеяния удовлетворяет уравнению Бете–Солпитера. Уравнение для соответствующей амплитуды упругого рассеяния с цветовыми синглетными квантовыми числами в перекрестном канале было много лет назад получено Балицким, Фадиным, Кураевым и Липатовым (БФКЛ) [1]. Поправки к этому уравнению в следующем за ведущим порядке получены сравнительно недавно [2]. Однородное уравнение БФКЛ в ВЛП совпадает с уравнением Шредингера для волновой функции померона, состоящего из двух реджезованных глюонов:

$$E\Psi(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = H_{12}\Psi(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2), \quad \sigma_t \sim s^\Delta, \quad \Delta = -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} E_0.$$

Гамильтониан, отвечающий этому уравнению, можно представить в следующем операторном виде [3]:

$$H_{12} = \frac{1}{p_1 p_2^*} (\ln |\rho_{12}|^2) p_1 p_2^* + \frac{1}{p_1^* p_2} (\ln |\rho_{12}|^2) p_1^* p_2 + \ln |p_1 p_2|^2 - 4\psi(1), \quad (3)$$

где введены комплексные обозначения $\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2$ и $\rho_r = x_r + iy_r$, $r = 1, 2$.

Оператор H_{12} инвариантен относительно преобразований Мёбиуса [4]

$$\rho_k \rightarrow \frac{a\rho_k + b}{c\rho_k + d}, \quad m = \gamma + \frac{n}{2}, \quad \tilde{m} = \gamma - \frac{n}{2}, \quad \gamma = \frac{1}{2} + i\nu,$$

где γ – аномальная размерность оператора твиста 2, а n – целочисленный конформный спин. Собственные значения оператора H_{12} имеют вид

$$E = \epsilon_m + \epsilon_{\tilde{m}}, \quad \epsilon_m = \psi(m) + \psi(1 - m) - 2\psi(1),$$

что позволяет вычислить померонный интерсепт

$$\Delta = \frac{g^2 N_c}{\pi^2} \ln 2 > 0.$$

В результате в ВЛП получим нарушение ограничения Фруассара $\sigma_t < c \ln^2 s$ для полного сечения рассеяния.

Для восстановления унитарности в s -канале рассеяния, потерянной в ВЛП, следует учесть вклад диаграмм с произвольным числом глюонов в перекрестном канале рассеяния. Уравнения для бесцветных составных состояний n реджезованных глюонов были получены Бартельсом, Квичинским и Прашаловичем (БКП). В пределе больших N_c соответствующий гамильтониан обладает свойством голоморфной сепарабельности [5]:

$$H = \frac{1}{2}(h + h^*), \quad h = \sum_{k=1}^n \left(\ln(p_k p_{k+1}) + \frac{1}{p_k} \ln(\rho_{k,k+1} \rho_{k-1,k}) p_k - 2\psi(1) \right). \quad (4)$$

Оно влечет свойство голоморфной факторизации собственных функций:

$$\Psi(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \dots, \vec{\rho}_n) = \sum_{r,s} a_{r,s} \Psi_r(\rho_1, \dots, \rho_n) \Psi_s(\rho_1^*, \dots, \rho_n^*).$$

Голоморфная факторизация в двумерных конформных теориях поля есть следствие инвариантности относительно бесконечномерной группы Вирасоро [6]. Уравнение БКП также инвариантно относительно преобразования дуальности [7]

$$\rho_r \rightarrow p_r \rightarrow \rho_{r+1},$$

которое сходно по природе с симметрией гармонического осциллятора.

Голоморфное уравнение БКП интегрируемо [3], [8]. В самом деле, можно ввести матрицу монодромии

$$t(u) = L_1 L_2 \dots L_n = \begin{pmatrix} A(u) & B(u) \\ C(u) & D(u) \end{pmatrix}, \quad L_k = \begin{pmatrix} u + \rho_k p_k & p_k \\ -\rho_k^2 p_k & u - \rho_k p_k \end{pmatrix},$$

удовлетворяющую уравнению Янга–Бакстера [8], [9]

$$t_{r_1'}^{s_1}(u) t_{r_2'}^{s_2}(v) l_{r_1' r_2'}^{r_1' r_2'}(v-u) = l_{s_1' s_2'}^{s_1 s_2}(v-u) t_{r_2'}^{s_2'}(v) t_{r_1'}^{s_1'}(u), \quad \hat{l} = u\hat{1} + i\hat{P}. \quad (5)$$

След матрицы монодромии представляет собой трансфер-матрицу, которая является производящей функцией интегралов движения. Оказывается, что гамильтониан БКП есть локальный гамильтониан интегрируемой спиновой цепочки Гейзенберга, спины которой совпадают с генераторами группы Мёбиуса [8], [10].

2. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ КХД

Чтобы вычислить траектории и все возможные взаимодействия реджезованных глюонов, можно использовать эффективное действие [11], описывающее взаимодействие этих глюонов с обычными кварками и глюонами в форме, локальной в пространстве быстро

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\epsilon_k + |k|}{\epsilon_k - |k|}, \quad |y - y_0| < \eta, \quad \eta \ll \ln s.$$

Для обычных и реджезованных глюонов введем поля

$$v_\mu(x) = -iT^a v_\mu^a(x), \quad A_\pm(x) = -iT^a A_\pm^a(x), \quad \delta A_\pm(x) = 0.$$

Калибровочно-инвариантные поля $A_\pm$ описывают рождение и уничтожение реджезованных глюонов в перекрестном канале рассеяния. Они удовлетворяют кинематическим связям $\partial_\mp A_\pm = 0$. Выпишем эффективное действие в терминах этих полей:

$$S = \int d^4x (L_{\text{QCD}} + \text{Tr}(V_+ \partial_\mu^2 A_- + V_- \partial_\mu^2 A_+)), \quad (6)$$

где

$$V_+ = -\frac{1}{g} \partial_+ \text{Pexp} \left(-g \int_{-\infty}^{x^+} d(x')^+ v_+(x') \right) = v_+ - g v_+ \frac{1}{\partial_+} v_+ + \dots$$

Известны правила Фейнмана для соответствующих диаграмм эффективной теории [12].

В качестве примера применения этого эффективного действия рассмотрим выражение для высокоэнергетической амплитуды рождения двух глюонов при глюон-глюонных столкновениях в $N = 4$ суперсимметричной теории. Это выражение было получено в следующем за ведущим логарифмическом приближении для амплитуд с максимальным нарушением спиральности при больших N_c . Соответствующая поправочная функция R для анзаца Берна–Диксона–Смирнова [13] имеет вид [14]

$$Re^{i\pi\delta} = \cos \pi\omega_{ab} + i\frac{a}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{i\phi n} \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \frac{|w|^{2i\nu}}{\nu^2 + n^2/4} \Phi(\nu, n) \left(\frac{-1}{\sqrt{u_2 u_3}} \right)^{\omega(\nu, n)} \quad (7)$$

и зависит от трех ангармонических отношений

$$u_1 = \frac{ss_2}{s_{012}s_{123}}, \quad u_2 = \frac{s_1t_3}{s_{012}t_2}, \quad u_3 = \frac{s_3t_1}{s_{123}t_2}.$$

В соотношении (7)

$$w = \sqrt{\frac{u_2}{u_3}} e^{i\phi}, \quad \cos \phi = \frac{1 - u_1 - u_2 - u_3}{2\sqrt{u_2u_3}}$$

и используются обозначения

$$\delta = \frac{\gamma_K}{8} \ln \frac{|w|^2}{|1+w|^4}, \quad \omega_{ab} = \frac{\gamma_K}{8} \ln |w|^2, \quad \Phi(\nu, n) = 1 - a \left(\frac{E_{\nu n}^2}{2} + \frac{3}{8} \frac{n^2}{(\nu^2 + n^2/4)^2} + \zeta(2) \right),$$

где γ_K – аномальная размерность каспа (угла на контуре).

Приведем выражение для собственного значения уравнения БФКЛ в присоединенном представлении:

$$\omega(\nu, n) = -aE_{\nu, n} - a^2(\epsilon_{\nu n}^{\text{FL}} + 3\zeta(3)), \quad E_{\nu n} = -\frac{|n|/2}{\nu^2 + n^2/4} + 2 \operatorname{Re} \psi \left(1 + i\nu + \frac{|n|}{2} \right) - 2\psi(1),$$

где первая поправка имеет вид [14]

$$\epsilon_{\nu n}^{\text{FL}} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\psi'' \left(1 + i\nu + \frac{|n|}{2} \right) - \frac{2i\nu\psi'(1 + i\nu + |n|/2)}{\nu^2 + n^2/4} \right) - \zeta(2)E_{\nu n} - \frac{1}{4} \frac{|n|(\nu^2 - n^2/4)}{(\nu^2 + n^2/4)^3}.$$

Первые поправки к ядру уравнения БКП также были вычислены с применением подхода эффективного действия в работах [15].

3. ПОМЕРОН И ГРАВИТОН В $N = 4$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ

В соответствии с соотношением АдС/КТП [16]–[18] померон БФКЛ в конформной $N = 4$ суперсимметричной калибровочной теории связан с гравитоном в дуальном десятимерном пространстве анти-де Ситтера [19]. Собственное значение ядра БФКЛ в диффузионном приближении

$$j = 2 - \Delta - \Delta\nu^2, \quad \gamma = 1 + \frac{j-2}{2} + i\nu$$

удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса $\gamma(j)|_{j=2} = 0$ и зависит от параметра Δ , который можно вычислить по теории возмущений [2]. С другой стороны, можно использовать известное соответствие АдС/КТП [17], [18] и представить собственное значение ядра БФКЛ в диффузионном приближении в виде линейной траектории Редже гравитона в десятимерном пространстве анти-де Ситтера:

$$j = 2 + \frac{\alpha'}{2}t, \quad t = \frac{E^2}{R^2}, \quad \alpha' = \frac{R^2}{2}\Delta.$$

Применяя результат Губсера, Клебанова и Полякова об асимптотическом поведении аномальных размерностей операторов твиста 2 для $\gamma = 1 - \sqrt{1 + (j-2)/\Delta}$, можно

получить ведущую поправку к интерсепту гравитона $j = 2$ при больших значениях константы связи [20], [21]:

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}, \quad \lambda = g^2 N_c.$$

Заметим, что наклон графика аномальной размерности при $j = 2$ тесно связан с интерсептом померона. Он был вычислен с точностью до пятого порядка теории возмущений [20], [22]. Недавно величина $\gamma'(2)$ была получена во всех порядках [23]:

$$\gamma'(2) = -\frac{\lambda}{24} + \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{24^2} - \frac{2}{5} \frac{\lambda^3}{24^2} + \frac{7}{20} \frac{\lambda^4}{24^4} - \frac{11}{35} \frac{\lambda^5}{24^5} + \dots = -\frac{\sqrt{\lambda}}{4} \frac{I_3(\sqrt{\lambda})}{I_2(\sqrt{\lambda})}.$$

Эта формула выведена с применением асимптотического анзаца Бете для аномальных размерностей в $N = 4$ суперсимметричной теории [23]. Появление интегрируемой спиновой цепочки Гейзенберга в уравнениях для аномальных размерностей квазипартонных операторов [24] в ВЛП в $N = 4$ суперсимметричной теории обнаружено впервые в работе [25]. Дуальность между помероном БФКЛ и гравитоном в рамках соотношения АдС/КТП в $N = 4$ суперсимметричной теории означает, что померонную теорию Грибова следует переформулировать в терминах общеквариантной теории реджезованных гравитонов. Именно поэтому ниже мы исследуем высокоэнергетическое эффективное действие, локальное по гравитонным быстрой.

4. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДЫ В ГРАВИТАЦИИ

Амплитуда множественного рождения гравитонов при высокоэнергетических гравитон-гравитонных соударениях была получена в работе [26]:

$$A_{2 \rightarrow n} = -s^2 \Gamma_{\mu\nu}^{\mu'\nu'} \frac{s_1^{\omega(q_1^2)}}{q_1^2} \Gamma_{\rho_1\sigma_1} \frac{s_2^{\omega(q_2^2)}}{q_2^2} \Gamma_{\rho_2\sigma_2} \dots \Gamma_{\rho\sigma}^{\rho'\sigma'}. \quad (8)$$

Эффективная вершина взаимодействия гравитон-гравитон-реджезованный гравитон

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\mu'\nu'} = \frac{\kappa}{4} (\Gamma_{\mu\mu'} \Gamma_{\nu\nu'} + \Gamma_{\mu\nu'} \Gamma_{\nu\mu'})$$

может быть выражена в терминах вершины взаимодействия глюон-глюон-реджезованный глюон

$$\Gamma_{\mu\mu'} = -\delta_{\mu\mu'} + \frac{p_{\mu'}^A p_{\mu}^B + p_{\mu}^{A'} p_{\mu'}^B}{p^A p^B} + \frac{q^2}{2} \frac{p_{\mu}^B p_{\mu'}^B}{(p^A p^B)^2}.$$

Похожим образом вершина взаимодействия реджеон-реджеон-гравитон

$$\Gamma_{\rho\sigma} = \frac{\kappa}{4} (C_{\rho} C_{\sigma} - N_{\rho} N_{\sigma}), \quad N = \sqrt{q_1^2 q_2^2} \left(\frac{p^A}{k p^A} - \frac{p^B}{k p^B} \right)$$

содержит наряду с вершиной N сопровождающего излучения КЭД также вершину эффективного взаимодействия реджеон-реджеон-глюон в КХД:

$$C = -q_1^{\perp} - q_2^{\perp} + p^A \left(\frac{q_1^2}{k p^A} + \frac{k p^B}{p^A p^B} \right) - p^B \left(\frac{q_2^2}{k p^B} + \frac{k p^A}{p^A p^B} \right).$$

Траектория гравитона задается формулой [26]

$$\omega(q^2) = \frac{\alpha}{\pi} \int d^2k \frac{q^2}{k^2(q-k)^2} \left((k, q-k)^2 \left(\frac{1}{k^2} + \frac{1}{(q-k)^2} \right) - q^2 + \frac{N}{2}(k, q-k) \right),$$

где κ – постоянная Эйнштейна, $\alpha = \kappa^2/8\pi^2$, а N – число гравитино, возникающих в N -расширенной теории супергравитации. Действие гравитино хорошо известно:

$$S_{3/2} = -\frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \int d^4x \sum_{r=1}^N \bar{\psi}_\mu^r \gamma_5 \gamma_\nu \partial_\rho \psi_\sigma^r.$$

Траектория гравитона содержит как инфракрасные, так и ультрафиолетовые расходимости:

$$\omega(q^2) = -\alpha |q|^2 \left(\ln \frac{|q|^2}{\lambda^2} + \frac{N-4}{2} \ln \frac{|\Lambda|^2}{|q|^2} \right).$$

Инфракрасная расходимость имеет универсальный характер, в то время как расходимость траектории в ультрафиолетовой области зависит от N и отсутствует в $N = 4$ теории супергравитации.

Чтобы вычислить траекторию гравитона и гравитонные взаимодействия в старших порядках теории возмущений, можно построить эффективное действие, локальное по быстрой реджезованным и обычным гравитонам

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\epsilon_k + |k|}{\epsilon_k - |k|}, \quad |y - y_0| < \eta, \quad \eta \ll \ln s.$$

Поля A^{++} и A^{--} , описывающие рождение и уничтожение реджезованных гравитонов, оказываются общековариантными и удовлетворяют дополнительным кинематическим связям

$$\delta A^{++}(x) = \delta A^{--}(x) = 0, \quad \partial_+ A^{++}(x) = \partial_- A^{--}(x) = 0.$$

В терминах этих полей эффективное действие принимает вид [27]

$$S = -\frac{1}{2\kappa} \int d^4x \left(\sqrt{-g} R + \frac{1}{2} (\partial_+ j^- \partial_\mu^2 A^{++} + \partial_- j^+ \partial_\mu^2 A^{--}) \right).$$

Токи $j^\pm = 2x^\pm - \omega^\pm$ удовлетворяют уравнению Гамильтона–Якоби

$$g^{\mu\nu} \partial_\mu \omega^\pm \partial_\nu \omega^\pm = 0, \quad \partial_\pm j^\mp = h_{\pm\pm} - \left(h_{\rho\pm} - \frac{1}{2} \frac{\partial_\rho}{\partial_\pm} h_{\pm\pm} \right)^2 + \dots,$$

которое можно решить в рамках теории возмущений. Поправки в случае гравитационного поля типа ударной волны с метрикой Айхельбурга–Сексли можно вычислить в явном виде [27].

5. ДВАЖДЫ-ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ АМПЛИТУДЫ В ГРАВИТАЦИИ

Для вычисления амплитуды рассеяния гравитона на гравитоне в дважды-логарифмическом приближении удобно использовать преобразование Меллина

$$A(s, t) = A_{\text{Born}} s^{-\alpha|q|^2 \ln(|q|^2/\lambda^2)} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{d\omega}{2\pi i \omega} \left(\frac{s}{|q|^2} \right)^\omega f_\omega, \quad \alpha = \frac{\kappa^2}{8\pi^2}.$$

В общем случае N -расширенной супергравитации парциальная волна в t -канале рассеяния удовлетворяет уравнению эволюции в инфракрасной области [28]

$$f_\omega = 1 + b \frac{d}{d\omega} \frac{f_\omega}{\omega} - b \frac{N-6}{2} \frac{f_\omega^2}{\omega^2}, \quad b = \alpha|q|^2,$$

которое напоминает уравнения, полученные ранее в КЭД и КХД [29]. Идея, позволяющая получить эти уравнения, похожа на подход ренормализационной группы. А именно, в фейнмановских диаграммах для амплитуды рассеяния выбираются диаграммы, соответствующие виртуальным гравитонам с минимальными значениями $k_\perp$ поперечных импульсов, таким образом, чтобы остающиеся при этом части фейнмановских вкладов могли быть снова выражены в терминах этих амплитуд, но уже с другим параметром (порядка $k_\perp^2$) инфракрасного обрезания. Можно найти явное решение этого эволюционного уравнения в терминах функций параболического цилиндра:

$$\frac{f_\omega^{(N)}}{\omega} = \frac{2}{6-N} \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{d}{dx} \ln d^{(N)}(x), \quad d^{(N)}(x) = e^{x^2/4} D_{(6-N)/2}(x), \quad x = \frac{\omega}{\sqrt{b}}. \quad (9)$$

Разложение амплитуд рассеяния в ряд теории возмущений по параметру двойного логарифма $\xi = \alpha|t| \ln^2(s/|q|^2)$ имеет вид

$$A(s, t) = A_{\text{Born}} s^{-\alpha|q|^2 \ln(|q|^2/\lambda^2)} \Phi(\xi),$$

где

$$\Phi(\xi) = 1 - \frac{N-4}{2} \frac{\xi}{2} + \frac{(N-4)(N-3)}{2} \frac{\xi^2}{4!} + \dots, \quad (10)$$

и находится в согласии с точными двухпетлевыми результатами. Оказывается, что для больших ξ асимптотическое поведение амплитуды зависит от числа гравитино так, что при $N > 5$ амплитуда рассеяния быстро убывает по сравнению с борновским вкладом.

В дважды-логарифмическом приближении можно также вычислить амплитуды множественного рождения гравитонов

$$s \gg s_i = (k_{i-1} + k_i)^2 \gg |k_r^\perp|^2, \quad \prod_{r=1}^{n+1} s_r = s \prod_{r=1}^n |k_r|^2.$$

Например, амплитуда рождения гравитона в этом приближении имеет вид

$$A_{2 \rightarrow 3}^{(N)} = A_{2 \rightarrow 3}^{\text{Born}} s_1^{-\alpha|q_1|^2 \ln(|q_1|^2/\mu^2)} s_2^{-\alpha|q_2|^2 \ln(|q_2|^2/\mu^2)} r^{(N)}(\rho_1, \rho_2), \quad \rho_r = \sqrt{\alpha} \frac{\ln s_r}{|q_r|^2},$$

где

$$\begin{aligned}
 r^{(N)} &= \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{dx_1 dx_2}{(2\pi i)^2} e^{x_1 \rho_1 + x_2 \rho_2} \times \\
 &\quad \times \frac{d^{(N)}(\sqrt{|q_2|/|q_1|} x_1) d^{(N)}(\sqrt{|q_1|/|q_2|} x_2)}{d^{(N)}(x_1) d^{(N)}(x_2)} \phi^{(N)}(x_1, x_2), \\
 \phi^{(N)}(x_1, x_2) &= \frac{2}{6-N} \left(\frac{(d^{(N)}(\sqrt{|q_2|/|q_1|} x_1))'}{d^{(N)}(\sqrt{|q_2|/|q_1|} x_1)} - \frac{(d^{(N)}(\sqrt{|q_1|/|q_2|} x_2))'}{d^{(N)}(\sqrt{|q_1|/|q_2|} x_2)} \right) \times \\
 &\quad \times \frac{1}{\sqrt{|q_1|/|q_2|} x_2 - \sqrt{|q_2|/|q_1|} x_1}.
 \end{aligned}$$

Можно также найти поправки типа двойных логарифмов к выражениям для амплитуд рассеяния в эйкональном приближении с помощью модификации эйкональной фазы $\delta(\vec{\rho}, \ln s)$ в соответствии с вышеприведенными асимптотиками двойных логарифмических функций:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{DL}}(s, t) &= -2is s^{-\alpha|q|^2 \ln(|q|^2/\mu^2)} \int d^2\rho e^{i\vec{q}\vec{\rho}} (e^{i\delta_{\text{DL}}(\vec{\rho}, \ln s)} - 1), \\
 \delta_{\text{DL}}(\vec{\rho}, \ln s) &= \frac{s}{6-N} \frac{\kappa^2}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2q}{|q|^2} e^{-i\vec{q}\vec{\rho}} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dx}{2\pi i} s^{\sqrt{\alpha}|q|x} \frac{(d^{(N)}(x))'}{d^{(N)}(x)} = \\
 &= \frac{s}{2} \frac{\kappa^2}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2q}{|q|^2} e^{-i\vec{q}\vec{\rho}} \Phi(\xi),
 \end{aligned}$$

где функция $\Phi(\xi)$ задана в (10), а $d^{(N)}(x)$ выражается в терминах функции параболического цилиндра (см. формулы (9)). Разложение для этой амплитуды имеет вид

$$A_{\text{DL}}(s, t) = -2is s^{-\alpha|q|^2 \ln(|q|^2/\mu^2)} (2\pi)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(s\alpha i)^n}{n!} \int \prod_{r=1}^n \frac{d^2q_r}{|q_r|^2} \Phi(\xi_r) \delta^2\left(q - \sum_{l=1}^n q_l\right),$$

где $|q_r|^2 < s$. Это предсказание можно частично проверить на уровне двух петель: для члена, пропорционального $\kappa^2 s^3 \alpha^2$, получим

$$A_4^N|_{N=8} = \frac{\kappa^2 s^2}{|q|^2} (-i\pi s) \alpha^2 |q|^2 \frac{\ln^3(s/|q|^2)}{3},$$

что согласуется с известным двухпетлевым результатом.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы показали, что померон в КХД представляет собой объект, составленный из реджезованных глюонов. Чтобы построить траектории Редже для глюона и взаимодействия реджеонов, можно применить подход эффективного действия. При больших N_c уравнение БКП для связанных состояний глюонов в цветовом синглетном и октетном представлениях оказывается интегрируемым. В калибровочной $N = 4$ теории с расширенной суперсимметрией померон дуален гравитону в

десятимерном пространстве анти-де Ситтера. В результате теория померона Грибова в этой модели должна быть основана на теории взаимодействующих реджизованных гравитонов. Траектории и вершины гравитонов в теории возмущений можно вычислить с помощью эффективного действия, локального по быстротам частиц. В низшем порядке траектория гравитона содержит логарифмическую расходимость в ультрафиолетовой области, поэтому в гравитации возникают поправки типа двойных логарифмов. Показано, что в дважды-логарифмическом приближении суперсимметрия приводит к более быстрому убыванию амплитуды рассеяния при высоких энергиях по сравнению с борновскими выражениями.

Список литературы

- [1] Л. Н. Липатов, *ЯФ*, **23** (1976), 642–656; V. S. Fadin, E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **60**:1 (1975), 50–52; Е. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин, *ЖЭТФ*, **71** (1976), 840–855; **72** (1977), 377–389; Я. Я. Балицкий, Л. Н. Липатов, *ЯФ*, **28** (1978), 1597–1611.
- [2] V. S. Fadin, L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **429**:1–2 (1998), 127–134, arXiv: hep-ph/9802290; M. Ciafaloni, G. Camici, *Phys. Lett. B*, **430**:3–4 (1998), 349–354, arXiv: hep-ph/9803389; A. V. Kotikov, L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **582**:1–3, 19–43.
- [3] L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **309**:3–4 (1993), 394–396.
- [4] Л. Н. Липатов, *ЖЭТФ*, **90**:5 (1986), 1536–1552.
- [5] L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **251**:2 (1990), 284–287; “Pomeron in quantum chromodynamics”, *Perturbative Quantum Chromodynamics*, Advanced Series on Directions in High Energy Physics, **5**, ed. A. H. Mueller, World Sci., Singapore, 1989, 411–489.
- [6] A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. B. Zamolodchikov, *Nucl. Phys. B*, **241**:2 (1984), 333–380.
- [7] L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **548**:1–3 (1999), 328–362, arXiv: hep-ph/9812336.
- [8] Л. Н. Липатов, *Письма в ЖЭТФ*, **59** (1994), 571–574, arXiv: hep-th/9311037.
- [9] Р. Бакстер, *Точно решаемые модели в статистической механике*, Мир, М., 1985.
- [10] L. D. Faddeev, G. P. Korchemsky, *Phys. Lett. B*, **342**:1–4 (1995), 311–322, arXiv: hep-th/9404173.
- [11] L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **452**:1–2 (1995), 369–397; *Phys. Rept.*, **286** (1997), 131–198.
- [12] E. N. Antonov, I. O. Cherednikov, E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **721**:1–3 (2005), 111–135, arXiv: hep-ph/0411185.
- [13] Z. Bern, L. J. Dixon, V. A. Smirnov, *Phys. Rev. D*, **72**:8 (2005), 085001, 27 pp., arXiv: hep-th/0505205.
- [14] V. S. Fadin, L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **706**:4–5 (2012), 470–476.
- [15] J. Bartels, L. N. Lipatov, G. P. Vacca, *Ward identities for amplitudes with reggeized gluons*, arXiv: 1205.2530; J. Bartels, V. S. Fadin, L. N. Lipatov, G. P. Vacca, *NLO corrections to the kernel of the BKP-equations*, arXiv: 1210.0797.
- [16] J. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2** (1998), 231–252.
- [17] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, *Phys. Lett. B*, **428**:1–2 (1998), 105–114, arXiv: hep-th/9802109.
- [18] E. Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 253–291, arXiv: hep-th/9802150.
- [19] J. Polchinski, M. J. Strassler, *JHEP*, **05** (2003), 012, 37 pp., arXiv: hep-th/0209211.
- [20] A. V. Kotikov, L. N. Lipatov, A. V. Onishchenko, V. N. Velizhanin, *Phys. Lett. B*, **595**:1–4 (2004), 521–529, arXiv: hep-th/0404092; Erratum, **632**:5–6 (2006), 754–756.
- [21] R. C. Brower, J. Polchinski, M. J. Strassler, C. I. Tan, *JHEP*, **12** (2007), 005, 62 pp., arXiv: hep-th/0603115.
- [22] T. Lukowski, A. Rej, V. N. Velizhanin, *Nucl. Phys. B*, **831**:1–2 (2010), 105–132, arXiv: 0912.1624.

- [23] B. Basso, *An exact slope for AdS/CFT*, [arXiv:1109.3154](#).
- [24] A. P. Bukhvostov, G. V. Frolov, L. N. Lipatov, E. A. Kuraev, *Nucl. Phys. B*, **258** (1985), 601–646.
- [25] L. N. Lipatov, “Evolution equations in QCD”, *Perspectives in Hadronic Physics*, Proceedings of the Conference ICTP (Trieste, Italy, 12–16 May, 1997), eds. S. Boffi, M. M. Giannini, C. Ciofi Degli Atti, World Sci., Singapore, 1997, 413–427.
- [26] L. N. Lipatov, *Phys. Lett. B*, **116**:6 (1982), 411–413; Л. Н. Липатов, *ЖЭТФ*, **82**:4 (1982), 991–1006.
- [27] L. N. Lipatov, *Effective action for the Regge processes in gravity*, [arXiv:1105.3127](#).
- [28] J. Bartels, L. N. Lipatov, A. Sabio Vera, *Double-logarithms in Einstein–Hilbert gravity and supergravity*, [arXiv:1208.3423](#).
- [29] R. Kirschner, L. N. Lipatov, *Nucl. Phys. B*, **213**:1 (1983), 122–148.