Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Марачевский, Эффект Казимира для периодических систем, разделенных вакуумной щелью, *ТМФ*, 2013, том 176, номер 1, 117–126

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8491>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.135.184

26 апреля 2023 г., 06:29:25

© 2013 г.

В. Н. Марачевский*

ЭФФЕКТ КАЗИМИРА ДЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ, РАЗДЕЛЕННЫХ ВАКУУМНОЙ ЩЕЛЬЮ

Изложен общий метод вычисления энергии Казимира двух дифракционных решеток, периодических в одном пространственном направлении и разделенных вакуумной щелью. Энергия Казимира выражена через коэффициенты Рэлея.

Ключевые слова: эффект Казимира, дифракционные решетки.

DOI: 10.4213/tmf8491

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время эффект Казимира [1] активно изучается в теоретической и экспериментальной физике. Особый интерес к этой области связан с тем, что эффект Казимира представляет собой макроскопический эффект квантовой электродинамики [2]–[4], изучение которого важно с точки зрения фундаментальной физики [5], [6]. Теоретическое и экспериментальное исследование эффекта Казимира позволяет лучше понять физику систем большого числа частиц [7].

Другим важным аспектом эффекта является то обстоятельство, что при любом расчете нано- и микроэлектромеханических устройств, в котором существенны расстояния порядка сотен нанометров, необходимо учитывать силы Казимира [8].

Энергия Казимира есть сумма энергий нулевых колебаний, порождаемых дискретной ветвью спектра (связанные состояния) и непрерывной ветвью спектра (состояния рассеяния) [9]. Замечательно, что энергия Казимира может быть записана в конечной форме, без расходимостей. С физической точки зрения это связано с наличием вакуумной щели между неоднородностями и возможностью явным образом выделить вклад от взаимодействия разделенных вакуумной щелью частей в энергию системы. В результате энергия Казимира может быть выражена через коэффициенты или матрицы отражения электромагнитных волн от неоднородностей [3], [9]–[12]. Данный подход позволяет вычислить энергию Казимира для объектов произвольной формы, разделенных вакуумной щелью.

*Институт теоретической и математической физики, Санкт-Петербургский государственный университет, Старый Петергоф, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: maraval@mail.ru

Первые эксперименты по измерению нормальной составляющей силы Казимира между областями с синусоидальными геометриями, периодическими в одном пространственном направлении, были проведены в 1999 г. [13], а по измерению тангенциальной составляющей в аналогичной геометрии – в 2002 г. [14]. Для детального сравнения теории и эксперимента требовалось создание точной теории периодических систем, которая позволила бы вычислять силу Казимира при произвольно заданной частотной дисперсии диэлектрической проницаемости материалов.

В приближении близкой силы (PFA) поверхности двух тел представляются в виде суммы небольших параллельных друг другу плоских площадок, взаимодействие между которыми вычисляется по формуле Лифшица [15] для двух полубесконечных диэлектриков (или металлов) с плоскими параллельными границами, разделенными вакуумной щелью. В 2008 г. были проведены первые экспериментальные исследования эффекта Казимира вне области применимости приближения PFA. Эксперимент по измерению нормальной силы Казимира между дифракционной решеткой из силикона с прямоугольным профилем поверхности и сферой большого радиуса из золота убедительно показал существенное отличие экспериментальных данных от теоретических результатов, как предсказанных с помощью PFA [16], так и полученных в приближении идеально проводящих граничных условий [17].

В работах [10], [18] была предложена теория, позволяющая рассчитывать силу Казимира для периодических геометрий, результаты которой хорошо согласуются с экспериментальными данными [16]. Дальнейшее подтверждение теория получила в работах [19], где было проведено детальное сравнение теоретических предсказаний и экспериментов по измерению тангенциальной силы Казимира для геометрий с синусоидальными профилями поверхностей, разделенных вакуумной щелью. В работах [19] удалось показать, что тангенциальная сила Казимира между параллельными дифракционными решетками находится в замечательном соответствии с результатами точной теории, а расчеты, проведенные с помощью PFA, не согласуются с экспериментальными данными. Таким образом, в работах [10], [19] впервые удалось провести сравнение теории и эксперимента вне пределов применимости PFA. В работе [20] было проведено еще одно сравнение теории и эксперимента для геометрии, которая аналогична рассмотренной в работе [16].

В настоящей работе рассматривается общий формализм, позволяющий вычислять нормальную и тангенциальную компоненты силы Казимира между двумя периодическими диэлектриками (металлами) или периодическими дифракционными решетками произвольной формы, разделенными вакуумной щелью. Периоды диэлектриков совпадают, частотная зависимость диэлектрической проницаемости считается заданной. Энергия Казимира выражается через матрицу отражения электромагнитных волн. Матрицу отражения в случае дифракционных решеток или периодических диэлектриков можно выразить через коэффициенты при базисных функциях в разложении Рэлея [21], которое описывает отражение падающей электромагнитной волны от периодической структуры. Таким образом, энергия Казимира выражается через коэффициенты Рэлея. В данной формулировке теории нет расходимостей, энергия Казимира конечна.

2. ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА КАЗИМИРА ДЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрим две диэлектрические (или металлические) дифракционные решетки произвольного профиля в плоскости (x, y) с периодом d в направлении x , разделенные щелью в трехмерном пространстве. Система инвариантна относительно сдвига в направлении z , перпендикулярном плоскости (x, y) и, таким образом, формирует волновод. В общем случае верхняя и нижняя дифракционные решетки могут иметь различную форму и различные диэлектрические (металлические) свойства. На рис. 1 высота периодически меняющейся области равна h для нижней дифракционной решетки. Определение тангенциального сдвига становится понятным из сравнения рис. 1 с рис. 2 и 3. Для простоты мы предполагаем, что пространство между двумя решетками заполнено вакуумом, удовлетворяющим условию $\epsilon = \mu = 1$, а также считаем выполненным условие $\mu = 1$ внутри диэлектриков и используем единицы $\hbar = c = k_B = 1$.

Решения уравнений Максвелла должны удовлетворять условиям квазипериодичности в направлении x , инвариантности относительно сдвигов по времени t и координате z , так что электрические и магнитные поля могут быть записаны в виде

$$E_i(x, y, z, t) = E_i(x, y)e^{ik_z z - i\omega t}, \quad (1)$$

$$H_i(x, y, z, t)v = H_i(x, y)e^{ik_z z - i\omega t}, \quad (2)$$

$$E_i(x + d, y) = e^{ik_x d} E_i(x, y), \quad (3)$$

$$H_i(x + d, y) = e^{ik_x d} H_i(x, y). \quad (4)$$

В каждой задаче по теории эффекта Казимира необходимо определить полный базис решений волнового уравнения. Рассмотрим дифракцию электромагнитных волн на нижней дифракционной решетке, когда верхняя дифракционная решетка отсутствует. Нас интересует решение задачи для произвольных значений z -компоненты k_z волнового вектора k . Продольные компоненты электромагнитного поля в области $y > h$ можно записать с использованием базиса Рэлея [21]:

$$E_z(x, y) = I_p^{(e)} e^{i\alpha_p x - i\beta_p^{(1)} y} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_{np}^{(e)} e^{i\alpha_n x + i\beta_n^{(1)} y}, \quad (5)$$

$$H_z(x, y) = I_p^{(m)} e^{i\alpha_p x - i\beta_p^{(1)} y} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_{np}^{(m)} e^{i\alpha_n x + i\beta_n^{(1)} y}, \quad (6)$$

где

$$\alpha_p = k_x + \frac{2\pi p}{d}, \quad \beta_p^{(1)2} = \omega^2 - k_z^2 - \alpha_p^2, \quad (7)$$

$$\alpha_n = k_x + \frac{2\pi n}{d}, \quad \beta_n^{(1)2} = \omega^2 - k_z^2 - \alpha_n^2; \quad (8)$$

здесь p – целое число и суммирование производится по всем целочисленным значениям n , $-\pi/d < k_x < \pi/d$. Другие компоненты электромагнитного поля можно выразить через продольные компоненты E_z , H_z с использованием формул, хорошо

Рис. 1. Система из двух параллельных дифракционных решеток с совпадающим периодом d , разделенных вакуумной щелью.

известных из теории волноводов. Это решение верно вне любой одномерной периодической структуры в трехмерном пространстве (т.е. при $y > h$).

При $y = 0$ решение должно удовлетворять следующим разложениям, которые действительны при $y \leq 0$:

$$E_z(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{np}^{(e)} e^{i\alpha_n x - i\beta_n^{(2)} y}, \quad (9)$$

$$H_z(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{np}^{(m)} e^{i\alpha_n x - i\beta_n^{(2)} y}, \quad (10)$$

где

$$\beta_n^{(2)2} = \epsilon\omega^2 - k_z^2 - \alpha_n^2. \quad (11)$$

Компонента E_z электромагнитного поля в области $0 \leq y \leq h$ определяется следующим образом:

$$E_z(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_z^n(y) e^{i\alpha_n x}, \quad (12)$$

другие компоненты определяются аналогично.

Для решения уравнений Максвелла удобно рассмотреть фиксированное число членов в разложениях (5), (6), (9), (10), (12): пусть n меняется от $-N$ до N . Решение со сколь угодно малой ошибкой можно получить при достаточно большом N . Решение становится точным в пределе $N \rightarrow +\infty$.

Внутри области $0 \leq y \leq h$ удобно переписать уравнения Максвелла в виде дифференциальных уравнений первого порядка $\partial F / \partial y = M(y)F$, где $M(y)$ – квадратная

Рис. 2. Воображаемая дифракционная решетка, для которой вычисляется матрица отражения $R_{2\text{ down}}$.

матрица размерности $8N + 4$, а вектор F задается как

$$F^T = (E_z^N, \dots, E_z^{-N}, E_x^N, \dots, E_x^{-N}, H_z^N, \dots, H_z^{-N}, H_x^N, \dots, H_x^{-N}). \quad (13)$$

Для прямоугольной дифракционной решетки матрица M не зависит от y . Неизвестные коэффициенты Рэлея $R_{np}^{(e)}$, $R_{np}^{(m)}$ можно найти при сшивке решений уравнений $\partial F / \partial y = M(y)F$ в области $0 \leq y \leq h$ с разложениями Рэлея (5), (6) при $y = h$ и разложениями (9), (10) при $y = 0$. Для этого используются условия непрерывности по каждой из фурье-компонент полей E_z , E_x , H_z , H_x при $y = 0$ и $y = h$. Детали данного метода нахождения коэффициентов Рэлея, называемого дифференциальным методом, а также другие численные методы можно найти в [22].

В общем случае в данной задаче нет разделения на TE - и TM -моды, исключение составляет случай идеальной проводимости дифракционных решеток. Поэтому матрица отражения $R_{1\text{ down}}$ для отражения от нижней дифракционной решетки может быть определена следующим образом:

$$R_{1\text{ down}}(k_x, k_z, \omega) = \begin{pmatrix} R_{n_1 q_1}^{(EE)}(I_p^{(e)}, I_p^{(m)})|_{I_p^{(e)}=\delta_{pq_1}, I_p^{(m)}=0} & R_{n_2 q_2}^{(EH)}(I_p^{(e)}, I_p^{(m)})|_{I_p^{(e)}=0, I_p^{(m)}=\delta_{pq_2}} \\ R_{n_3 q_3}^{(HE)}(I_p^{(e)}, I_p^{(m)})|_{I_p^{(e)}=\delta_{pq_3}, I_p^{(m)}=0} & R_{n_4 q_4}^{(HH)}(I_p^{(e)}, I_p^{(m)})|_{I_p^{(e)}=0, I_p^{(m)}=\delta_{pq_4}} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Для вычисления энергии Казимира необходимо определить собственные частоты всех нормальных мод колебаний электромагнитного поля между двумя дифракционными решетками. Эти собственные частоты можно просуммировать с использованием принципа аргумента:

$$\frac{1}{2\pi i} \oint \phi(\omega) \frac{d}{d\omega} \ln f(\omega) d\omega = \sum \phi(\omega_0) - \sum \phi(\omega_\infty), \quad (15)$$

Рис. 3. Верхняя дифракционная решетка из рис. 1, для которой вычисляется матрица отражения $R_{2\text{ up}}$. Нормальный и тангенциальный сдвиги от воображаемой дифракционной решетки, показанной на рис. 2, обозначены как L и s соответственно.

где ω_0 – нули и ω_∞ – полюсы функции $f(\omega)$ внутри контура интегрирования, вырожденные собственные значения суммируются с учетом вырождения [23], [24]. Для энергии Казимира имеем $\phi(\omega) = \omega/2$. Уравнение для собственных частот соответствующей проблемы классической электродинамики имеет вид $f(\omega) = 0$.

Рассмотрим в качестве примера геометрию плоскость–плоскость в случае, когда диэлектрические параллельные слои (слой 1: $y < 0$, слой 2: $y > L$) разделены вакуумной щелью ($0 < y < L$). В этом случае TE - и TM -моды разделяются. Уравнение для собственных частот для TE -моды можно записать в виде

$$f(\omega) = 1 - r_{1TE\text{ down}}(k_x, k_z, \omega) r_{2TE\text{ up}}(k_x, k_z, \omega, L) = 0. \quad (16)$$

Здесь $r_{1TE\text{ down}}(k_x, k_z, \omega)$ – коэффициент отражения плоской волны, распространяющейся вниз, которая отражается от диэлектрической поверхности слоя 1 при $y = 0$, а $r_{2TE\text{ up}}(k_x, k_z, \omega, L)$ – коэффициент отражения плоской волны, распространяющейся вверх, которая отражается от диэлектрической поверхности слоя 2 при $y = L$. Из уравнений Максвелла можно получить, что

$$r_{2TE\text{ up}}(k_x, k_z, \omega, L) = r_{2TE\text{ down}}(k_x, k_z, \omega) e^{2ik_y L}, \quad (17)$$

где $r_{2TE\text{ down}}(k_x, k_z, \omega)$ – коэффициент отражения плоской TE -волны, распространяющейся вниз, которая отражается от диэлектрического слоя 2, временно расположенного на месте слоя 1, т. е. при $y < 0$. Из уравнения (16) и аналогичного уравнения для TM -моды немедленно получаем формулу Лифшица [15] с использованием принципа аргумента (15).

Для двух периодических диэлектриков или дифракционных решеток, разделенных вакуумной щелью, необходимо рассмотреть отражение распространяющихся

вниз и вверх волн. В качестве мысленного эксперимента предположим, что мы удалили верхнюю дифракционную решетку из системы. Матрица отражения волны, распространяющейся вниз, есть $R_{1\text{ down}}$. Представим теперь, что мы удалили нижнюю дифракционную решетку из системы. Обозначим матрицу отражения для волны, распространяющейся вверх, как $R_{2\text{ up}}$. Матрицы отражения $R_{1\text{ down}}$, $R_{2\text{ up}}$ зависят от волновых векторов падающих волн, параметров и взаимного расположения дифракционных решеток. Уравнение нормальных мод системы из двух дифракционных решеток имеет вид

$$R_{1\text{ down}}(k_x, k_z, \omega_i) R_{2\text{ up}}(k_x, k_z, \omega_i, L, s) \psi_i = \psi_i, \quad (18)$$

где ψ_i – собственный вектор, соответствующий нормальной моде с частотой ω_i . Вместо уравнения (16) получаем

$$\det(I - R_{1\text{ down}}(k_x, k_z, \omega) R_{2\text{ up}}(k_x, k_z, \omega, L, s)) = 0. \quad (19)$$

Для каждого k_x, k_z решение уравнения (19) дает возможные собственные частоты ω_i решений уравнений Максвелла, которые необходимо подставить в определение энергии Казимира $E = \sum_i \omega_i/2$.

Предположим, что матрица отражения $R_{2\text{ down}}$ для отражения от фиктивной (воображаемой) дифракционной решетки, расположенной, как на рис. 2, известна в координатах (x, y) . Выполняя замену координат $y = -y_1 + L$, $x = x_1 - s$ (где $s < d$) в разложениях (5), (6), можно получить матрицу отражения $R_{2\text{ up}}$ для отражения волн, распространяющихся вверх от дифракционной решетки того же профиля, полученной зеркальным отражением и сдвинутой относительно нижней дифракционной решетки на $\Delta x = s$, $\Delta y = L$ (см. рис. 3). Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} R_{2\text{ up}}(k_x, k_z, i\omega, L, s) &= \\ &= Q^*(s) K(k_x, k_z, i\omega, L) R_{2\text{ down}}(k_x, k_z, i\omega) K(k_x, k_z, i\omega, L) Q(s), \end{aligned} \quad (20)$$

где $R_{2\text{ down}}(k_x, k_z, i\omega)$ – матрица отражения для волн, распространяющихся вниз, которые отражаются от дифракционной решетки, изображенной в системе координат (x, y) на рис. 2. Здесь $K(k_x, k_z, i\omega, L)$ – диагональная $2(2N + 1)$ -матрица вида

$$K(k_x, k_z, i\omega, L) = \begin{pmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

с матричными элементами $e^{-L\sqrt{\omega^2 + k_z^2 + (k_x + 2\pi m/d)^2}}$, $m = -N, \dots, N$, на главной диагонали матрицы G_1 . Диагональная матрица $Q(s)$ тангенциального сдвига с $2(2N + 1)$ матричными элементами имеет вид

$$Q(s) = \begin{pmatrix} G_2 & 0 \\ 0 & G_2 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где матричные элементы $e^{2\pi i m s/d}$, $m = -N, \dots, N$, расположены на главной диагонали матрицы G_2 .

Суммирование по собственным частотам можно выполнить с использованием принципа аргумента (15); в результате получаем энергию Казимира двух параллельных дифракционных решеток на период d и единичную длину в направлении z :

$$E = \frac{d}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_x \times \\ \times \ln \det(I - R_{1\text{ down}}(k_x, k_z, i\omega) R_{2\text{ up}}(k_x, k_z, i\omega, L, \varphi)), \quad (23)$$

где $\varphi = 2\pi s/d$ и s – тангенциальный сдвиг двух дифракционных решеток. Данное выражение является точным для двух параллельных дифракционных решеток произвольной формы с совпадающими периодами d , разделенных вакуумной щелью при нулевой температуре.

Свободная энергия $\mathcal{F}$ на единицу площади поверхности системы двух дифракционных решеток записывается следующим образом:

$$\mathcal{F}(L, \varphi) = \frac{T}{\pi^2} \sum'_{n=0} \int_0^{+\infty} dk_z \int_0^{\pi/d} dk_x \times \\ \times \ln \det(I - R_{1\text{ down}}(k_x, k_z, i\omega_n) R_{2\text{ up}}(k_x, k_z, i\omega_n, L, \varphi)), \quad (24)$$

где $\omega_n = 2\pi nT$ – частота Мацубары. Член с $n = 0$ домножается на $1/2$. Формула (24) верна для произвольного профиля и произвольной диэлектрической проницаемости каждой дифракционной решетки.

В случае, когда одна из дифракционных решеток имеет кривизну сферы большого радиуса R , $R \gg d$, тангенциальную силу Казимира F_{lat} в этой системе можно получить с использованием PFA для системы сфера–плоскость и точной формулы для свободной энергии двух дифракционных решеток (24):

$$F_{\text{lat}} = 2\pi R \frac{2\pi}{d} \int_{L_2}^{+\infty} dy' \frac{\partial \mathcal{F}(y', \varphi)}{\partial \varphi}. \quad (25)$$

Здесь L_2 – сумма минимального расстояния между сферой и дифракционной решеткой и высот периодических областей на сфере и на дифракционной решетке.

С учетом сказанного выше формула для тангенциальной силы Казимира между сферой большого радиуса R с периодически нанесенным профилем периода d и дифракционной решеткой с таким же периодом имеет вид

$$F_{\text{lat}} = \frac{4TR}{d} \int_{L_2}^{\infty} dy' \sum'_{l=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^{\infty} dk_z \int_0^{\pi/d} dk_x \times \\ \times \ln \det(I - R_{1\text{ down}}(k_x, k_z, i\omega_l) R_{2\text{ up}}(k_x, k_z, i\omega_l, y', \varphi)). \quad (26)$$

Эта формула использовалась при сравнении теории и экспериментов по измерению тангенциальной силы Казимира между сферой большого радиуса с синусоидальным профилем поверхности и дифракционной решеткой синусоидального профиля в работах [19].

Решение задачи легко обобщается на случай, когда в направлении y (при $y < h$ и $y > L - h$) происходит чередование произвольного числа периодических слоев с различными профилями, изготовленных из различных материалов (с периодом d в направлении x), и однородных слоев. В каждом слое с одномерной периодичностью нужно решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка $\partial F / \partial y = M_i(y)F$, где i – номер слоя с одномерной периодичностью, $F^T = (E_z, E_x, H_z, H_x)$ – компоненты электромагнитного поля в базисе Рэлея. В каждом однородном слое выполняются разложения Рэлея. С помощью полученных решений, зная решение уравнений Максвелла на верхней границе однородного слоя, выводим решение на нижней границе однородного слоя. Далее путем сшивки решений на границах периодических и однородных слоев можно получить матрицы отражения в области $h < y < L - h$ и использовать формулу (23) для вычисления энергии Казимира.

Благодарности. Автор выражает признательность организаторам VI Международной конференции “Модели квантовой теории поля” (MQFT – 2012), посвященной памяти А. Н. Васильева, за возможность представить результаты данного исследования. Работа была поддержана Санкт-Петербургским государственным университетом (грант 11.38.660.2013).

Список литературы

- [1] H. B. G. Casimir, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.*, **51** (1948), 793–795.
- [2] K. A. Milton, *J. Phys. A*, **37**:38 (2004), R209–R277, arXiv: hep-th/0406024.
- [3] V. N. Marachevsky, *J. Phys. A*, **45**:37 (2012), 374021, 17 pp.
- [4] R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D*, **72**:2 (2005), 021301, 5 pp., arXiv: hep-th/0503158.
- [5] A. Ederly, V. N. Marachevsky, *JHEP*, **12** (2008), 035, 20 pp., arXiv: 0810.3430.
- [6] V. N. Marachevsky, Yu. M. Pis'mak, *Phys. Rev. D*, **81**:6 (2010), 065005, 6 pp., arXiv: 0907.1985.
- [7] I. V. Fialkovsky, V. N. Marachevsky, D. V. Vassilevich, *Phys. Rev. B*, **84**:3 (2011), 035446, 10 pp., arXiv: 1102.1757.
- [8] A. W. Rodriguez, F. Capasso, S. G. Johnson, *Nature Photonics*, **5**:4 (2011), 211–221.
- [9] V. V. Nesterenko, I. G. Pirozhenko, *Phys. Rev. Lett.*, **86**:5 (2012), 052503, 13 pp.
- [10] A. Lambrecht, V. N. Marachevsky, *Phys. Rev. Lett.*, **101**:16 (2008), 160403, 4 pp., arXiv: 0806.3142.
- [11] S. J. Rahi, T. Emig, N. Graham, R. L. Jaffe, M. Kardar, *Phys. Rev. D*, **80**:8 (2009), 085021, 27 pp., arXiv: 0908.2649.
- [12] M. Bordag, I. Pirozhenko, *Phys. Rev. D*, **81**:8 (2010), 085023, 12 pp., arXiv: 0912.4047.
- [13] A. Roy, U. Mohideen, *Phys. Rev. Lett.*, **82**:22 (1999), 4380–4383; V. N. Marachevsky, *The Casimir effect: medium and geometry*, arXiv: 1211.5056.
- [14] F. Chen, U. Mohideen, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, *Phys. Rev. Lett.*, **88**:10 (2002), 101801, 4 pp., arXiv: quant-ph/0201087; *Phys. Rev. A*, **66**:3 (2002), 032113, 11 pp., arXiv: quant-ph/0209167.
- [15] Е. М. Лифшиц, *ЖЭТФ*, **29**:1 (1955), 94–110.
- [16] H. B. Chan, Y. Bao, J. Zou, R. A. Cirelli, F. Klemens, W. M. Mansfield, C. S. Pai, *Phys. Rev. Lett.*, **101**:3 (2008), 030401, 4 pp.
- [17] R. Büscher, T. Emig, *Phys. Rev. A*, **69**:6 (2004), 062101, 18 pp., arXiv: cond-mat/0401451; *Phys. Rev. Lett.*, **94**:13 (2005), 133901, 4 pp.
- [18] A. Lambrecht, V. N. Marachevsky, *Internat. J. Modern Phys. A*, **24**:08–09 (2009), 1789–1795.

- [19] H.-C. Chiu, G. L. Klimchitskaya, V. N. Marachevsky, V. M. Mostepanenko, U. Mohideen, *Phys. Rev. B*, **80**:12 (2009), 121402, 4 pp., arXiv:0909.2161; **81**:11 (2010), 115417, 20 pp., arXiv:1002.3936.
- [20] Y. Bao, R. Guérout, J. Lussange, A. Lambrecht, R. A. Cirelli, F. Klemens, W. M. Mansfield, C. S. Pai, H. B. Chan, *Phys. Rev. Lett.*, **105**:25 (2010), 250402, 4 pp., arXiv:1009.3487.
- [21] O. M. Rayleigh, *Proc. Roy. Soc. A.*, **79**:532 (1907), 399–416.
- [22] D. Maystre (ed.), *Selected Papers on Diffraction Gratings* (Gdansk–Jurata, Poland, 1992), SPIE, Bellingham, 1993; R. Petit (ed.), *Electromagnetic Theory of Gratings*, Springer, Berlin, 1980; M. C. Hutley, *Diffraction Gratings*, Acad. Press, London, 1982; E. G. Loewen, E. Popov, *Diffraction Gratings and Applications*, Marcel Dekker, New York, 1997.
- [23] K. Schram, *Phys. Lett. A.*, **43**:3 (1973), 282–284.
- [24] Ю. С. Бараш, В. Л. Гинзбург, *УФН*, **116**:5 (1975).