Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. А. Трутнев, Р. М. Шагалиев, В. В. Евдокимов,
А. И. Бочков, Участие В. С. Владимирова в работах по
атомному проекту СССР – значимая веха в развитии ос-
нов математического моделирования процессов нейтрон-
ной физики, *ТМФ*, 2013, том 174, номер 2, 202–207

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8506>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.64.247

26 апреля 2023 г., 11:06:40

© 2013 г.

Ю. А. Трутнев*, Р. М. Шагалиев*,
В. В. Евдокимов*, А. И. Бочков*

УЧАСТИЕ В. С. ВЛАДИМИРОВА В РАБОТАХ ПО АТОМНОМУ ПРОЕКТУ СССР – ЗНАЧИМАЯ ВЕХА В РАЗВИТИИ ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

Настоящая статья приурочена к девяностолетию со дня рождения выдающегося советского и российского ученого, академика АН СССР Василия Сергеевича Владимиров. В. С. Владимиров – один из крупнейших математиков современности, – с 1950 по 1955 г. работал в КБ-11 (сегодня Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики) – на “объекте”, в котором велась разработка атомного оружия. Приведены основные результаты научной деятельности В. С. Владимирова, связанные с его работой в атомном проекте СССР.

Ключевые слова: метод Владимирова, метод факторизации, вариационный принцип Владимирова, перенос нейтронов.

DOI: 10.4213/tmf8506

Работу над атомным проектом В. С. Владимиров начал младшим научным сотрудником Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова. В соответствии с постановлением Совета Министров СССР по урановому проекту в мае 1948 года в ЛОМИ развернулись работы под научным руководством Л. В. Канторовича по расчетам критических масс делящегося вещества, необходимых для взрыва, и соответствующей плотности нейтронов. Типичной была задача определения радиуса шара, окруженного несколькими оболочками, при котором интегральное уравнение Пайерлса имеет положительное решение.

Испытание первой советской атомной бомбы РДС-1 было проведено 29 августа 1949 года на полигоне вблизи Семипалатинска. За свой вклад в разработку РДС-1 младший научный сотрудник В. С. Владимиров в мае 1950 года был премирован денежной суммой в размере 5000 руб.

*Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров, Нижегородская обл., Россия.
E-mail: R.M.Shagaliyev@vniief.ru

В ноябре 1950 года В. С. Владимирова был переведен в КБ-11. На “объекте” он продолжил заниматься численными методами расчета критических параметров многослойных ядерных систем. Кинетическое уравнение переноса нейтронов, которое лежит в основе математических моделей для решения этого класса задач, входит в число наиболее сложных и вычислительно затратных. Очень актуальной была задача конструирования эффективных численных методов, которые были бы устойчивыми к погрешностям и позволяли бы на очень простых вычислительных устройствах того времени решать кинетическое уравнение. Понимая необходимость создания методов приближенного решения кинетического уравнения переноса нейтронов, в 1951 году В. С. Владимирова разработал оригинальный метод решения кинетических уравнений для сферически-симметричных областей, основанный на использовании характеристик интегро-дифференциального уравнения Больцмана – *метод характеристик* [1]–[3]. Этот метод успешно применялся для расчетов атомных и водородных зарядов. В 1951–1953 годах вручную были посчитаны десятки вариантов многослойных зарядов для водородной бомбы. За выполнение специального задания Правительства В. С. Владимирову и Н. Н. Боголюбову в декабре 1953 года была присуждена Сталинская премия СССР и присвоены звания Лауреата Сталинской премии СССР.

В литературе метод характеристик часто называют *методом Владимирова* [1]–[4]. Рассмотрим метод Владимирова применительно к решению кинетического уравнения для сферы:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi(r, \mu)}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial \varphi(r, \mu)}{\partial \mu} + \alpha(r) \varphi(r, \mu) &= F(r), \\ F(r) &= \frac{\beta(r)}{2} \varphi^{(0)}(r) + \frac{Q(r)}{2}, \quad \varphi^{(0)}(r) = \int_{-1}^1 \varphi(r, \mu') d\mu'. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение (1) решается в области $G = \{-1 \leq \mu \leq 1, 0 \leq r \leq R\}$. Граничные условия для уравнения (1) определим в виде

$$\varphi(R, \mu) = 0 \quad \text{при} \quad \mu \leq 0. \quad (2)$$

В методе Владимирова вводятся новые независимые переменные

$$x = \mu r, \quad y = r \sqrt{1 - \mu^2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \mu = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (3)$$

В переменных x, y уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \alpha \psi = F, \quad (4)$$

где

$$\psi(x, y) = \varphi\left(\sqrt{x^2 + y^2}, \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right).$$

В процессе преобразования уравнения (1) к новым переменным область G взаимно однозначно переходит в полукруг $g = \{0 \leq y \leq R, x^2 + y^2 \leq R^2\}$. При этом линии $r \sqrt{1 - \mu^2} = \text{const}$, являющиеся характеристиками дифференциальной части

Рис. 1. Расположение узлов сетки.

оператора интегро-дифференциального уравнения (1), перейдут в прямые линии $y = \text{const}$.

Граничные условия для новой функции $\psi(x, y)$ принимают вид

$$\psi(x, \sqrt{R^2 - x^2}) = 0, \quad -R \leq x \leq 0, \quad \text{или} \quad \psi(-\sqrt{R^2 - y^2}, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq R. \quad (5)$$

Таким образом, линейное дифференциальное уравнение (1) в переменных x, y на линиях $y = \text{const}$ превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение (4). Решая уравнение (4) при условии (5) как обыкновенное дифференциальное уравнение, получим

$$\psi(x, y) = \int_{-\sqrt{R^2 - y^2}}^x F(\sqrt{x'^2 + y^2}) \exp\left\{-\int_{x'}^x \alpha(\sqrt{x''^2 + y^2}) dx''\right\} dx'.$$

Для численного интегрирования уравнения (4) разобьем область определения решения g линиями $r = \text{const}$ и $y = \text{const}$ на интервалы (рис. 1). Индекс i обозначает порядковый номер координатной линии $y = \text{const}$, индекс k – порядковый номер точки на каждой из линий $y = \text{const}$.

Вычисление функции $\psi(x, y) = \varphi(r, \mu)$ производится в узловых точках с координатами

$$x = x_{k,i} = \pm\sqrt{r_k^2 - r_i^2}, \quad y = y_i = r_i,$$

где $i = 0, 1, \dots, p$ – число точек по радиусу, $k = \pm i, \pm(i+1), \dots, \pm p$. В результате на каждой линии $y = y_i$ проводим последовательное интегрирование уравнения (4) по x . Для интервала $(x_{k+1,i}, x_{k+2,i})$ получим

$$\begin{aligned} \psi_{k+2,i} &= \psi_{k+1,i} \exp\left\{-\int_{x_{k+1,i}}^{x_{k+2,i}} \alpha(\sqrt{x''^2 + y_i^2}) dx''\right\} + \\ &+ \int_{x_{k+1,i}}^{x_{k+2,i}} F(\sqrt{x'^2 + y_i^2}) \exp\left\{-\int_{x'}^{x_{k+2,i}} \alpha(\sqrt{x''^2 + y_i^2}) dx''\right\} dx'. \end{aligned}$$

29 июня 1953 года В. С. Владимиров защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему “Численное решение кинетического уравнения для сферы” [5].

“Следует отметить, что примерно в это же время в Лос-Аламосской национальной лаборатории США был разработан похожий метод Карлсона. Разница в методах следующая: в методе Карлсона численное интегрирование проводится по радиусу при фиксированных косинусах угла между радиусом и направлением движения частицы, в то время как в методе Владимирова – по характеристикам, т. е. по путям (по кусочно-прямым линиям), по которым движутся частицы...” [5].

Метод Владимирова послужил основой для создания дивергентного варианта *метода характеристик* – метода характеристических трубок [6]–[9]. Достоинством характеристических методов [7]–[9] является возможность построения разностных схем, обладающих свойством монотонности.

В 1954 году для решения многослойного уравнения диффузии В. С. Владимиров предложил *метод факторизации* [3], [10], [11]. Сущность метода факторизации состоит в том, что дифференциальный оператор второго порядка разлагается на два линейных множителя (дифференциальные операторы первого порядка) с помощью неизвестной функции, удовлетворяющей уравнению Риккати. Для данной задачи решение уравнения Риккати положительно, и поэтому численное интегрирование одного из уравнений первого порядка при возрастании радиуса устойчиво, а второго уравнения первого порядка также устойчиво, но при уменьшении радиуса.

Рассмотрим краевую задачу

$$-(pu')' + qu = f(r), \quad 0 < r < R; \quad (6)$$

$$hu(0) - u'(0) = 0, \quad u(R) + Hu'(R) = 0. \quad (7)$$

Для этой задачи дифференциальный оператор факторизуется в виде двух линейных операторов первого порядка,

$$-\frac{d}{dr} \left(p \frac{du}{dr} \right) + qu = - \left(\frac{d}{dr} + \frac{g}{p} \right) \left(p \frac{d}{dr} - g \right) u,$$

причем вспомогательная функция $g(r)$ удовлетворяет уравнению Риккати

$$g' + \frac{g^2}{p} = q, \quad g(0) = p(0)h. \quad (8)$$

В результате задача (6), (7) сводится к линейной системе краевых задач

$$y' + \frac{g}{p}y = f, \quad y(0) = 0; \quad (9)$$

$$-pu' + gu = y, \quad u(R) = \frac{Hy(R)}{p(R) + Hg(R)}. \quad (10)$$

Решение краевой задачи (8) для уравнения Риккати положительно ($p(0)h > 0$). Это обеспечивает устойчивость численного решения уравнения (9) при возрастании r от 0 до R и уравнения (10) при убывании r от R до 0.

“Изложенный метод факторизации эквивалентен методу прогонки с той только разницей, что в методе факторизации сначала факторизуется дифференциальный оператор и полученные устойчивые уравнения решаются численными методами, в то время как в методе прогонки сначала применяются к исходному уравнению трех-точечные разностные схемы и далее проводится факторизация соответствующего разностного оператора” [5].

Осенью 1954 года методом факторизации в отделе В. С. Владимиров по заданию А. Д. Сахарова была рассчитана серия задач по обоснованию работы изделия РДС-37.

В своих “Воспоминаниях”, по-видимому имея в виду методы факторизации и прогонки, А. Д. Сахаров написал следующее [12]: “Но, конечно, для расчета изделий, основанных на “третьей идее”, недостаточно было анализа отдельных процессов в упрощающих предположениях – нужны были новые методики сложных численных вычислений, пригодные для ЭВМ. Такие методики были разработаны математиками объекта и московских математических групп”.

Помимо практических задач В. С. Владимиров большое внимание уделял теоретическим исследованиям уравнения переноса. Им были доказаны теоремы существования и единственности решения уравнения переноса, установлены свойства собственных значений и собственной функции, исследованы особенности производных в окрестности раздела двух сред, предложен новый *вариационный принцип* [3], [13]. Разработанный в 1954 году, этот принцип в мировой литературе часто называют *вариационным принципом Владимирова* [14].

Рассмотрим краевую задачу для односкоростного стационарного уравнения переноса

$$(s, \nabla \varphi) + \alpha(x) \varphi = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \theta(x, \mu) \varphi(x, s') ds' + Q(x, s), \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in D, \quad (11)$$

с граничным условием

$$\varphi|_{\Gamma} = 0, \quad (s, n) \leq 0, \quad (12)$$

где Γ – граница выпуклой области D , n – вектор внешней нормали к Γ , Ω – единичная сфера, $\mu = (s, s')$. Пусть индикатриса $\theta(x, \mu)$ и источник $Q(x, s)$ – четные функции относительно μ и s соответственно. Для новой неизвестной функции

$$\Psi(x, s) = \frac{1}{2} [\varphi(x, s) + \varphi(x, -s)]$$

задача (11), (12) эквивалентна самосопряженной задаче

$$\begin{aligned} -\left(s, \nabla \left(s, \frac{1}{\alpha} \nabla \Psi\right)\right) + \alpha \Psi &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \theta(x, \mu) \Psi(x, s') ds' + Q, \\ \Psi - \frac{1}{\alpha} (s, \nabla \Psi)|_{\Gamma} &= 0, \quad (s, n) \leq 0, \\ \Psi + \frac{1}{\alpha} (s, \nabla \Psi)|_{\Gamma} &= 0, \quad (s, n) \geq 0, \end{aligned} \quad (13)$$

Для полученной новой задачи (13) строится вариационный принцип и выделяются естественные граничные условия. Соответствующая билинейная форма имеет довольно простую структуру, что позволяет эффективно применять прямые методы вариационного исчисления к исследованию и приближенному решению исходной задачи.

В 1952 году В. С. Владимиров и Н. Н. Боголюбов начали обсуждение вопроса о применении метода Монте-Карло к решению многомерных задач теории переноса частиц в связи со следующей задачей. Около восьми месяцев длилась разработка

методики для численного решения уравнения Пайерлса для области с цилиндрической симметрией. Для решения задачи объем цилиндра разбивали на элементарные области – торы, осевые сечения которых представляют четырехугольники. Интегральное уравнение заменяли системой алгебраических уравнений. Основными этапами этой работы были вывод формул для элементов матрицы, их расчет и итерирование матрицы 47-го порядка. В 1956 году в первом номере нового журнала “Теория вероятностей и ее применения” В. С. Владимиров опубликовал первую в СССР работу по методу Монте-Карло.

В январе 1955 года В. С. Владимиров покинул объект в связи с переводом на работу в ЦНИИ-58 Министерства оборонной промышленности СССР. В ЦНИИ-58 группа под руководством В. С. Владимирова проводила расчеты задач нейтронной физики для заряда РДС-41. Испытание атомного заряда РДС-41 прошло успешно 16 марта 1956 года на Семипалатинском полигоне.

В 1956 году В. С. Владимиров перешел на должность старшего научного сотрудника в Отдел теоретической физики Математического института им. В. А. Стеклова (МИАН). Вот как описал окончание своего участия в атомном проекте В. С. Владимиров в книге “Я – сын трудового народа” [5]: “Теперь я считал свою работу над атомной проблемой законченной и поставил вопрос о возвращении меня в Академию наук. Мое прямое военное служение Родине закончилось в 33 года”.

Список литературы

- [1] В. С. Владимиров, *Вычисл. матем.*, **3** (1958), 3–33.
- [2] Г. И. Марчук, *Методы расчета ядерных реакторов*, Атомиздат, М., 1961.
- [3] В. С. Владимиров, *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов*, **4** (1992), 105–109.
- [4] В. А. Чуянов, “Владимирова метод”, *Математическая энциклопедия*, т. I, Советская энциклопедия, М., 1977.
- [5] В. С. Владимиров, *Я – сын трудового народа*, ФАЗИС, М., 2007.
- [6] А. В. Никифорова, В. А. Тарасов, В. Е. Трощев, *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, **12:4** (1972), 1041–1048.
- [7] В. Е. Трощев, А. В. Нифанова, Ю. В. Трощев, *Докл. РАН*, **394:4** (2004), 454–458.
- [8] В. Е. Трощев, А. В. Нифанова, *Математическое моделирование*, **18:7** (2006), 24–42.
- [9] А. В. Нифанова, *Характеристические S_n -методы для кинетического уравнения переноса нейтронов в сферических системах*, Дис. ... канд. физ.-матем. наук., ТРИНИТИ, Троицк, 2008.
- [10] В. С. Владимиров, *Прикладн. матем. и механ.*, **19:3** (1955), 315–324.
- [11] В. С. Владимиров, *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов*, **1** (2002), 6–7.
- [12] А. Д. Сахаров, *Воспоминания*, т. 1, Права человека, М., 1996.
- [13] В. С. Владимиров, *Математические задачи односкоростной теории переноса частиц*, Тр. МИАН СССР, **61**, Изд-во АН СССР, М., 1961.
- [14] Ю. Н. Дрожжников, “Владимирова вариационный принцип”, *Математическая энциклопедия*, т. 1, Советская энциклопедия, М., 1977.