Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Я. Арефьева, Е. О. Поздеева, Т. О. Поздеева, Голографическая оценка множественности и столкновение мембран в модифицированных пространствах AdS_5 , *ТМФ*, 2013, том 176, номер 1, 35–49

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8535>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.5.30

26 апреля 2023 г., 15:12:02

© 2013 г. И. Я. Арефьева*, Е. О. Поздеева[†], Т. О. Поздеева[‡]

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МНОЖЕСТВЕННОСТИ И СТОЛКНОВЕНИЕ МЕМБРАН В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ AdS_5

В настоящее время ведутся активные теоретические и экспериментальные исследования кварк-глюонной плазмы, которая образуется в результате столкновения тяжелых ионов. В рамках голографического подхода образование кварк-глюонной плазмы в четырехмерном мире связывается с формированием черных дыр в пятимерном пространстве анти-де Ситтера. При этом множественность образования частиц при столкновении тяжелых ионов определяется энтропией пятимерной черной дыры, которая оценивается площадью ловушечной поверхности. При таком подходе можно моделировать зависимость энтропии от энергии сталкивающихся ионов и тем самым зависимость множественности от энергии, а также сравнивать теоретические результаты с экспериментальными данными. Для получения различной модельной зависимости от энергии рассмотрено образование черных дыр в модифицированных пространствах анти-де Ситтера, а именно в пространствах анти-де Ситтера с различными b -факторами. Найдена динамика изменения площади ловушечной поверхности в зависимости от энергии для каждого исследуемого пространства.

Ключевые слова: пространство анти-де Ситтера, черные дыры, ловушечная поверхность, столкновения тяжелых ионов, множественность рождения частиц.

DOI: 10.4213/tmf8535

1. ВВЕДЕНИЕ

AdS/CFT -дуальность является мощным методом исследования квантовых систем в ситуациях, когда обычная теория возмущений не применима [1]–[3]. В последнее время активно развивается описание с помощью идеи AdS/CFT -дуальности образования кварк-глюонной плазмы (КГП) при столкновении тяжелых ионов [4]. При

*Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва, Россия.
E-mail: arefeva@mi.ras.ru

[†]Научно-исследовательский институт ядерной физики им Д. В. Скобельцына, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: pozdeeva@www-hep.sinp.msu.ru

[‡]Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия. E-mail: pozdeeva@inbox.ru

этом процесс образования КПП (термализация) интерпретируется как процесс образования черной дыры во вспомогательном пятимерном пространстве анти-де Ситтера (пространстве AdS_5). Образование черных дыр в пространстве AdS_5 рассматривается как с помощью анализа столкновения шоковых волн [5]–[13], так и с помощью использования метрики Вадьи (см. работы [14]–[16] и приведенные в них ссылки). Такой подход позволяет получить физические характеристики квантовой четырехмерной системы исходя из вычислений, проведенных в пространстве AdS_5 для классической системы. В частности, представляет значительный интерес оценка множественности рожденных частиц при столкновении тяжелых ионов и ее зависимость от энергии. Предполагается, что множественность определяется энтропией рожденной черной дыры в пространстве AdS_5 . Эта гипотеза позволяет оценить зависимость множественности от энергии и сравнить ее с уже полученными к настоящему времени экспериментальными данными [17].

Простейшие дуальные модели, рассмотренные в работах [5]–[13], требуют модификации [12], чтобы наиболее точно описывать экспериментальные данные. Сама задача образования черных дыр для модифицированных моделей в случае точечных источников достаточно сложна (см., например, работу [18]), поэтому представляет интерес использование доменных стенок в качестве модели сталкивающихся ионов. Такой подход был предложен в статьях [9]. При этом возникает ряд проблем, связанных с бесконечными размерами доменных стенок, однако, как мы показали в работе [13], регуляризация, при которой вводится конечный размер стенок, позволяет применять этот метод. В настоящей статье показано, что использование доменной стенки позволяет существенно упростить задачу для модифицированных моделей и при этом получить нетривиальную зависимость множественности от энергии.

Мы рассматриваем столкновение тяжелых ионов в модифицированных пространствах анти-де Ситтера. Основой для предлагаемой модификации является введение b -факторов¹⁾ степенного, экспоненциального и смешанного видов. Возможность такой модификации связана с введением дилатонного поля. Основной целью настоящей работы является получение зависимости площади ловушечной поверхности от энергии для различных видов b -факторов.

2. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА В ДИЛАТОННОМ ПОЛЕ ДЛЯ МЕТРИКИ ШОКОВОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим действие пятимерной гравитации, которая взаимодействует с полем и точечным источником в присутствии отрицательной космологической постоянной [5], [12]:

$$S_5 = S_R + S_\Phi + S_{st}. \quad (1)$$

Здесь S_R – действие Гильберта–Эйнштейна с учетом относительной космологической постоянной,

$$S_R = -\frac{1}{16\pi G_5} \int \sqrt{-g} \left[R + \frac{d(d-1)}{L^2} \right] dx^5,$$

S_Φ – действие дилатона,

$$S_\Phi = -\frac{1}{16\pi G_5} \int \sqrt{-g} \left[-\frac{4}{3}(\partial\Phi_s)^2 + V(\Phi_s) \right] dx^5,$$

¹⁾В англоязычной литературе b -факторы называются wrapped factors.

а S_{st} – действие точечного источника, движущегося вдоль траектории $x^\mu = x^\mu_*(\eta)$,

$$S_{\text{st}} = \int \left[\frac{1}{2e} g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu_*}{d\eta} \frac{dx^\nu_*}{d\eta} - \frac{e}{2} m^2 \right] d\eta,$$

где $d+1 = D = 5$, m – масса частицы, η – произвольный параметр мировой линии, e_μ^a – репер, связанный с метрикой, $g_{\mu\nu} = e_\mu^a e_{\nu a}$, а e – квадратный корень из детерминанта метрики, $e = \sqrt{-g}$. Уравнения Эйнштейна имеют вид

$$\left(R_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu\nu}}{2} R \right) - \frac{g_{\mu\nu}}{2} \left(-\frac{4}{3} (\partial\Phi_s)^2 + V(\Phi_s) \right) - \frac{4}{3} \partial_\mu \Phi_s \partial_\nu \Phi_s - g_{\mu\nu} \frac{d(d-1)}{2L^2} = 8\pi G_5 J_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где $(\partial\Phi_s)^2 = g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi_s \partial_\nu \Phi_s$, а ток точечного источника в светоподобных координатах (x^+, x^-, x^i, z) , $i = 1, 2$, задается как

$$J_{++} = \frac{E}{b^3(z)} \delta(x^1) \delta(x^2) \delta(z - z_*) \delta(x^+).$$

В дальнейшем мы будем считать массу частицы равной нулю, что позволяет иметь дело только со светоподобными геодезическими.

2.1. Уравнения Эйнштейна. Предположим, что метрика имеет вид шоковой волны [18]–[22],

$$ds^2 = b^2(z) (dz^2 + dx^i dx^i - dx^+ dx^- + \phi(z, x^1, x^2) \delta(x^+) (dx^+)^2), \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

и выпишем ненулевые компоненты тензора Эйнштейна $G_{\mu\nu} = (R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu} R/2)$ в явном виде²⁾:

$$\begin{aligned} G_{++} &= -\frac{\delta(x^+)}{2} \left(\partial_i^2 + \partial_z^2 + \frac{3b'}{b} \partial_z - \frac{6b''}{b} \right) \phi(z, x^1, x^2), & G_{+-} &= -\frac{3b''}{2b}, \\ G_{11} &= \frac{3b''}{b}, & G_{22} &= \frac{3b''}{b}, & G_{zz} &= \frac{6(b')^2}{b^2}, \end{aligned}$$

где $b = b(z)$, $b' = \partial_z b$.

Рассмотрим сначала $(+z)$ -компоненту уравнения (2). Для метрики (3) она записывается как

$$\partial_{x^+} \Phi_s(x^+, z) \partial_z \Phi_s(x^+, z) = 0.$$

Будем предполагать, что $\partial_z \Phi_s(x^+, z) \neq 0$. В этом случае получаем, что поле Φ_s не зависит от переменной x^+ . Рассматривая (iz) - и $(-z)$ -компоненты тензорного уравнения Эйнштейна, получаем независимость поля Φ_s от переменных x^i и x^- . Следовательно, поле дилатона зависит только от переменной z : $\Phi_s = \Phi_s(z)$.

²⁾Напомним, что наличие дельта-функции в анзаце для шоковой волны не приводит к трудностям, связанным с нелинейным характером уравнения Эйнштейна, поскольку оказывается, что дельта-функция входит в уравнение линейно [23].

Рассмотрим оставшиеся компоненты уравнения (2). Для $(++)$ -компоненты имеем

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}\left(\partial_t^2 + \partial_z^2 + \frac{3b'}{b}\partial_z\right)\phi + 3\left(\frac{b''}{b} - \frac{2b^2}{L^2}\right)\phi + \left(\frac{2}{3}(\Phi'_s)^2 - \frac{b^2}{2}V(\Phi_s)\right)\phi = \\ = \frac{8\pi G_5 E}{b^3} \delta(x^1)\delta(x^2)\delta(z - z_*). \end{aligned} \quad (4)$$

Для $(+-)$ -, (11)- и (22)-компонент уравнения Эйнштейна сводятся к уравнению

$$\frac{3b''}{b} + \frac{2}{3}(\Phi'_s)^2 - \frac{b^2}{2}V(\Phi_s) - \frac{6b^2}{L^2} = 0, \quad (5)$$

а для (zz) -компоненты – к уравнению

$$\frac{6(b')^2}{b^2} - \frac{2}{3}(\Phi'_s)^2 - \frac{b^2}{2}V(\Phi_s) - \frac{6b^2}{L^2} = 0. \quad (6)$$

Используя уравнение (5), запишем уравнение (4) в виде

$$\left(\partial_{x^1}^2 + \partial_{x^2}^2 + \partial_z^2 + \frac{3b'}{b}\partial_z\right)\phi(z, x_\perp) = -16\pi G_5 \frac{E}{b^3} \delta(x^1)\delta(x^2)\delta(z_* - z). \quad (7)$$

Отсюда видно, что дилатонное поле не влияет явным образом на профиль шоковой волны, обусловленный источником. Однако, как следует из уравнений (5) и (6), поле дилатона и его потенциал связаны с b -фактором:

$$V(\Phi_s) = \frac{3}{b^2} \left(\frac{b''}{b} + \frac{2(b')^2}{b^2} - \frac{4b^2}{L^2} \right), \quad (8)$$

$$\Phi'_s = \pm \frac{3}{2} \sqrt{\left(\frac{2(b')^2}{b^2} - \frac{b''}{b} \right)}. \quad (9)$$

Таким образом, система уравнений Эйнштейна для метрики (3) свелась к двум уравнениям (8), (9), определяющим связь поля и полевого потенциала с b -фактором, и к дифференциальному уравнению (7) для профиля шоковой волны.

2.2. Уравнение профиля доменной стенки. В данном пункте мы будем рассматривать уравнения Эйнштейна для шоковой волны, обусловленной равномерно распределенной по доменной стенке массой. Движению шоковой волны, порожденной точечной массой, соответствует уравнение (7). Чтобы получить уравнения Эйнштейна для шоковой волны, порожденной доменной стенкой, мы рассматриваем усреднение массы точечного источника по доменной стенке. Такой способ усреднения был предложен в работах [9] и рассматривался нами в статье [13].

2.2.1. Распределение массы по доменной стенке. Чтобы вывести уравнения доменной стенки, воспользуемся выражением для индуцированной метрики на поверхности стенки:

$$h_{\alpha\beta} = \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma^\beta} g_{\mu\nu} = b^2 \delta_{\alpha\beta}. \quad (10)$$

Проинтегрируем уравнение (7) по переменной $x_\perp = (x_1, x_2)$. Согласно соотношению (10) мы имеем

$$\int \sqrt{h} dx_\perp = \int b^2 dx_\perp,$$

откуда

$$\int b^2 \left(\partial_z^2 + \partial_{x_1}^2 + \partial_{x_2}^2 + \frac{3b'}{b} \partial_z \right) \phi(z, x_\perp) dx_\perp = -16\pi G_5 b^2 \frac{E}{b^3} \delta(z_* - z).$$

Предположив, что производные функции $\phi(z, x_\perp)$ по трансверсальным переменным $x_\perp$ убывают на $\pm\infty$, получим уравнение, которое определяет движение мембранной стенки:

$$\left(\partial_z^2 + \frac{3b'}{b} \partial_z \right) \phi^W(z) = -16\pi G_5 \frac{E}{b^3} \delta(z_* - z),$$

где

$$\phi^W(z) = \int \phi(z, x_\perp) dx_\perp. \quad (11)$$

2.2.2. Распределение массы по конечной области. Мы можем предположить, что размеры движущейся доменной стенки конечны, и выполнить усреднение массы в уравнении (7) по поверхности конечного размера. Мы рассматриваем профиль волны, которая обусловлена массой, равномерно распределенной по поверхности, перпендикулярной направлению движения. Таким образом, профиль волны (11) зависит только от координаты z , вдоль которой происходит движение, и уравнение для профиля волны принимает вид

$$\left(\partial_z^2 + \frac{3b'}{b} \partial_z \right) \phi^\omega(z) = -16\pi G_5 \frac{E}{b^3} \delta(x_\perp) \delta(z_* - z).$$

Предположение, что доменная стенка представляет собой диск радиуса L , позволяет преобразовать это уравнение к виду

$$\left(\partial_z^2 + \frac{3b'}{b} \partial_z \right) \phi^\omega(z) = -16\pi G_5 \frac{E^*}{b^3} \delta(z_* - z), \quad \text{где } E^* = \frac{E}{L^2}.$$

Отсюда видно, что случаи распределения массы по конечной и бесконечной поверхностям эквивалентны, т.е. профили отличаются только постоянным множителем, соответствующим размеру конечного объекта: $\phi^\omega(z) = \phi^W(z)/L^2$.

2.3. Условие формирования ловушечной поверхности. В работах [9], [13] при рассмотрении случая $b = L/z$ получены условия на граничные точки z_A, z_B ловушечной поверхности:

$$(\partial_z \phi^\omega)|_{z=z_A} = 2, \quad (\partial_z \phi^\omega)|_{z=z_B} = -2, \quad (12)$$

где предполагается, что $z_A < z_* < z_B$. Выражения (12) очевидным образом приводят к условию³⁾ $(\partial_z \phi^\omega)^2|_{\text{TS}} = 4$. Так как $\phi^W(z) = L^2 \phi^\omega(z)$, условие на границу ловушечной поверхности, образованной при столкновении двух бесконечных доменных стенок, записывается как

$$(\partial_z \phi^W)^2|_{\text{TS}} = 4L^4.$$

Таким образом, очевидно, что значения граничных точек квазиловушечной поверхности не зависят от того, распределена ли масса по конечной поверхности или по бесконечной.

3. ДОМЕННЫЕ СТЕНКИ С b -ФАКТОРАМИ

В настоящей работе мы обобщим подход, предложенный в работах [9], на пространства с b -факторами, отличными от $b = L/z$. В данном разделе мы рассмотрим три типа b -факторов [12]:

$$\begin{aligned} b &= \left(\frac{L}{z}\right)^a, & a > 0, \\ b &= e^{-z/R}, & R = \Lambda_{\text{QCD}}^{-1} = 1 \text{ фм}, \\ b &= \frac{L}{r} e^{-z^2/R^2}. \end{aligned}$$

3.1. Степенной b -фактор. Отметим, что в работах [12] используется степенной фактор вида $b = (L/(z - z_0))^a$. При $a = 1$ и $b = L/(z - z_0)$ уравнение Эйнштейна имеет вид

$$\left(\partial_z^2 - \frac{3}{z - z_0} \partial_z\right) \phi^\omega(z) = -16\pi G_5 E^* \frac{(z - z_0)^3}{L^3} \delta(z - z_*). \quad (13)$$

Так как величина z_0 является постоянной, с помощью замены переменной z на $z - z_0$ уравнение (13) сводится к виду, рассмотренному в статьях [9]. Далее для определенности мы будем полагать $z_0 = 0$ в степенных b -факторах.

Уравнение профиля доменной стенки в пространстве со степенным фактором $b = (L/z)^a$ записывается как

$$\left(\partial_z^2 - \frac{3a}{z} \partial_z\right) \phi^\omega(z) = -16\pi G_5 \left(\frac{z}{L}\right)^{3a} E^* \delta(z - z_*). \quad (14)$$

Будем рассматривать данное уравнение до и после точки столкновения по отдельности. Граничные точки квазиловушечной поверхности черной дыры обозначим

³⁾ Отметим, что в работе [12] использовалось условие $(\partial_z \phi^\omega)^2|_{\text{TS}} = 8$. Разница в граничных условиях связана с выбором в [12] метрики шоковой волны в виде

$$ds^2 = b^2 \{dz^2 + dx^i dx^i - 2dx^+ dx^- + \phi(z, x^1, x^2)(dx^+)^2\}.$$

через z_A и z_B , $z_A < z_* < z_B$. Решение уравнения (14) представим в виде

$$\phi^\omega(z) = \phi_A^\omega \Theta(z_* - z) + \phi_B^\omega \Theta(z - z_*), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \phi_A^\omega(z) &= C_0 z_A z_B \left(\left(\frac{z_*}{z_B} \right)^{3a+1} - 1 \right) \left(\left(\frac{z}{z_A} \right)^{3a+1} - 1 \right), \\ \phi_B^\omega(z) &= C_0 z_A z_B \left(\left(\frac{z_*}{z_A} \right)^{3a+1} - 1 \right) \left(\left(\frac{z}{z_B} \right)^{3a+1} - 1 \right), \\ C_0 &= -\frac{16\pi G_5 E z_A^{3a} z_B^{3a}}{(1+3a)L^{3a+2}(z_B^{3a+1} - z_A^{3a+1})}. \end{aligned}$$

Для профиля (15) условия формирования квазиловушечной поверхности в граничных точках $z = z_A$ и $z = z_B$ имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{8\pi G_5 E z_A^{3a} (1 - z_B^{3a+1}/z_*^{3a+1})}{L^{3a+2}(z_B^{3a+1}/z_*^{3a+1} - z_A^{3a+1}/z_*^{3a+1})} &= -1, \\ \frac{8\pi G_5 E z_B^{3a} (1 - z_A^{3a+1}/z_*^{3a+1})}{L^{3a+2}(z_B^{3a+1}/z_*^{3a+1} - z_A^{3a+1}/z_*^{3a+1})} &= 1. \end{aligned} \quad (16)$$

Точку столкновения z_* можно не фиксировать, а искать из системы уравнений (16), которую мы рассматриваем как систему уравнений для определения значений z_* , z_A при заданном z_B :

$$z_A = \left(\frac{z_B^{3a}}{-1 + z_B^{3a} C^2} \right)^{1/3a}, \quad z_* = \left(\frac{z_A^{3a} z_B^{3a} (z_B + z_A)}{z_A^{3a} + z_B^{3a}} \right)^{1/(3a+1)}, \quad (17)$$

где $C^2 = 8\pi G_5 E / L^{3a+2}$. Решение этой системы представлено на рис. 1

При $z_B^{3a} C^2 \gg 1$ рассмотрим $z_A \ll z_* \ll z_B$. Из формул (17) имеем следующие приближения:

$$z_A \sim \left(\frac{1}{C^2} \right)^{1/3a}, \quad z_* \sim \left(\frac{z_B}{C^2} \right)^{1/(3a+1)}.$$

Площадь ловушечной поверхности вычисляется следующим образом:

$$S_{\text{trap}} = \frac{1}{2G_5} \int_C \sqrt{\det |g_{\text{AdS}_3}|} dz d^2 x_\perp,$$

где $\det |g_{\text{AdS}_3}|$ – детерминант метрики трехмерного пространства AdS_3 . Далее мы будем вычислять относительную площадь квазиловушечной поверхности s , заданную формулой

$$s = \frac{S_{\text{trap}}}{\int d^2 x_\perp} = \frac{1}{2G_5} \int_{z_A}^{z_B} b^3 dz.$$

Для рассматриваемого нами случая $b(z) = (L/z)^a$ формула для расчета относительной площади квазиловушечной поверхности принимает вид

$$s = \frac{1}{2G_5(3a-1)} \left(z_A \left(\frac{L}{z_A} \right)^{3a} - z_B \left(\frac{L}{z_B} \right)^{3a} \right),$$

Рис. 1. Решение системы уравнений (16) при заданном z_B . На рис. 1–4 единицей длины является фемтометр.

именно s и определяет относительную энтропию. В предположении $3a > 1$ и при используемом приближении из этого равенства видно, что относительная площадь ловушечной поверхности будет стремиться к своему максимальному значению при бесконечно большом z_B :

$$s|_{z_B \rightarrow \infty} = \frac{L^{3a}}{2G_5(3a-1)} z_A^{1-3a} = \frac{L}{2G_5} \left(\frac{8\pi G_5}{L^2} \right)^{(3a-1)/3a} E^{(3a-1)/3a}. \quad (18)$$

Таким образом, мы имеем, что при $a > 1/3$ энтропия S растет как $E^{(3a-1)/3a}$.

Сделаем подстановку параметров и переменных размерности длины в формулу (18), используя соотношение $1 \text{ ГэВ} = 5 \text{ фм}^{-1}$, параметры G_5 и L выбираем из феноменологических соображений [5]: $G_5 = L^3/1.9$, $L = 4.4 \text{ фм}$. Здесь предполагается, что рассматриваются столкновения ядер свинца. Множественность рожденных частиц при столкновениях тяжелых ионов (PbPb- и AuAu-столкновениях) согласно экспериментальным данным [17] в области $10 \div 10^3 \text{ ГэВ}$ зависит от энергии как $s_{NN}^{0.15}$. Следовательно, $a \approx 0.47$. При $a = 0.47$

$$\frac{L}{2G_5} \left(\frac{8\pi G_5}{L^2} \right)^{(3a-1)/3a} \approx 0.16 \text{ фм}^{-1.85}.$$

3.2. Фактор вида $b = e^{-z/R}$. Уравнение профиля волны доменной стенки в пространстве с экспоненциальным b -фактором $b = e^{-z/R}$ записывается как

$$\left(\partial_z^2 - \frac{3}{R} \partial_z \right) \phi^\omega(z) = -16\pi G_5 E^* e^{3z/R} \delta(z - z_*),$$

и мы строим решение в виде (далее в обозначениях граничных точек и других величин мы пишем нижние индексы a и b вместо A и B)

$$\phi^\omega(z) = \phi_a(z)\Theta(z_* - z) + \phi_b(z)\Theta(z - z_*),$$

где

$$\begin{aligned} \phi_a &= C_a \frac{R}{3} e^{3z/R} + \tilde{C}_a, & \phi_b &= C_b \frac{R}{3} e^{3z/R} + \tilde{C}_b, \\ C_a &= -\frac{16\pi G_5 E^* (e^{3z^*/R} - e^{3z_b/R})}{e^{3z_b/R} - e^{3z_a/R}}, & C_b &= -\frac{16\pi G_5 E^* (e^{3z^*/R} - e^{3z_a/R})}{e^{3z_b/R} - e^{3z_a/R}}, \\ \tilde{C}_a &= -C_a \frac{R}{3} e^{3z_a/R}, & \tilde{C}_b &= -C_b \frac{R}{3} e^{3z_b/R}. \end{aligned}$$

Условия на границах квазиловушечной поверхности таковы:

$$\begin{aligned} \frac{8\pi G_5 E}{L^2} \frac{(e^{3z^*/R} - e^{3z_b/R})e^{3z_a/R}}{e^{3z_b/R} - e^{3z_a/R}} &= -1, \\ \frac{8\pi G_5 E}{L^2} \frac{(e^{3z^*/R} - e^{3z_a/R})e^{3z_b/R}}{e^{3z_b/R} - e^{3z_a/R}} &= 1. \end{aligned} \quad (19)$$

Проанализируем эти условия. Положим $Z_0 = e^{3z^*/R}$, $Z_a = e^{3z_a/R}$, $Z_b = e^{3z_b/R}$ и подставим эти обозначения в условия (19). Получим уравнения

$$\frac{8\pi G_5 E}{L^2} \frac{(Z_0 - Z_b)Z_a}{Z_b - Z_a} = -1, \quad \frac{8\pi G_5 E}{L^2} \frac{(Z_0 - Z_a)Z_b}{Z_b - Z_a} = 1,$$

которые, как и в предыдущем случае, рассмотрим как уравнения на Z_a , Z_0 при фиксированном Z_b . Данная система имеет тривиальное решение $Z_a = Z_b = Z_0$ и решение

$$Z_a = \frac{L^2}{16\pi G_5 E} \frac{Z_b}{Z_b - L^2/16\pi G_5 E}, \quad Z_0 = \frac{L^2}{8\pi G_5 E}. \quad (20)$$

Это решение представлено на рис. 2 при двух значениях параметра Z_0 : при

$$\frac{L^2}{16\pi G_5 E} = 1, \quad \frac{L^2}{16\pi G_5 E} = \frac{1}{2}.$$

Относительная площадь квазиловушечной поверхности определяется формулой

$$s = \frac{3}{2RG_5} \left(\frac{1}{e^{3z_a/R}} - \frac{1}{e^{3z_b/R}} \right) = \frac{3}{2RG_5} \left(\frac{1}{Z_a} - \frac{1}{Z_b} \right). \quad (21)$$

Рис. 2. Решение (20) при $Z_0 = 2$ (а) и при $Z_0 = 1$ (б). Вертикальная штриховая линия отделяет область $Z_b > Z_0$.

Максимальное значение энтропии получается при $Z_b \gg 1$, в этом приближении

$$Z_a \sim \frac{L^2}{16\pi G_5 E}, \quad s \sim \frac{24\pi E}{RL^2}, \quad (22)$$

что дает линейную зависимость энтропии от энергии.

3.3. Смешанный фактор вида $b = (L/z)e^{-z^2/R^2}$. Уравнение профиля, которое соответствует движению доменной стенки в пространстве с b -фактором вида $b = (L/z)e^{-z^2/R^2}$, записывается как

$$\left(\partial_z^2 - 3 \left(\frac{1}{z} + \frac{2z}{R^2} \right) \partial_z \right) \phi^\omega = -16\pi G_5 E^* \left(\frac{z}{L} \right)^3 e^{3z^2/R^2} \delta(z - z_*).$$

Рассмотрим решение полученного уравнения:

$$\phi^\omega = \phi_a^\omega \Theta(z_* - z) + \phi_b^\omega \Theta(z - z_*), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \phi_a^\omega &= -C_a(R^2 - 3z_a^2)e^{3z_a^2/R^2} + C_a(R^2 - 3z_*^2)e^{3z_*^2/R^2}, \\ \phi_b^\omega &= -C_b(R^2 - 3z_b^2)e^{3z_b^2/R^2} + C_b(R^2 - 3z_*^2)e^{3z_*^2/R^2}, \end{aligned}$$

а множители C_a, C_b задаются равенствами

$$\begin{aligned} C_a &= C_0 \left(-(R^2 - 3z_b^2)e^{3z_b^2/R^2} + (R^2 - 3z_*^2)e^{3z_*^2/R^2} \right), \\ C_b &= C_0 \left(-(R^2 - 3z_a^2)e^{3z_a^2/R^2} + (R^2 - 3z_*^2)e^{3z_*^2/R^2} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$C_0 = \frac{8\pi G_5 E^* R^2}{9L^3((R^2 - 3z_b^2)e^{3z_b^2/R^2} - (R^2 - 3z_a^2)e^{3z_a^2/R^2})}. \quad (25)$$

Продифференцируем каждое из двух слагаемых в правой части решения (23):

$$\frac{d\phi_a^\omega(z)}{dz} = -C_a \frac{18z^3}{R^2} e^{3z^2/R^2}, \quad \frac{d\phi_b^\omega(z)}{dz} = -C_b \frac{18z^3}{R^2} e^{3z^2/R^2}.$$

Таким образом, условия формирования квазиловушечной поверхности в граничных точках принимают вид

$$C_a \frac{9z_a^3}{R^2} e^{3z_a^2/R^2} = -1, \quad C_b \frac{9z_b^3}{R^2} e^{3z_b^2/R^2} = 1. \quad (26)$$

Рассмотрим данную систему при C_a и C_b , заданных формулами (24) и (25), получим систему из двух уравнений относительно трех неизвестных z_a , z_b и z^* . Будем считать, что z_a и z^* неизвестны, а z_b задано.

Из системы уравнений (26) можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} z_a^3 e^{3z_a^2/R^2} &= \frac{L^3 z_b^3 e^{3z_b^2/R^2}}{8\pi G_5 E^* z_b^2 e^{3z_b^2/R^2} - L^3}, \\ (R^2 - 3z_*^2) e^{3z_*^2/R^2} &= \frac{(z_a^3 R^2 - 3z_a^3 z_b^2 - 3z_b^3 z_a^2 + z_b^3 R^2) e^{3z_a^2/R^2} e^{3z_b^2/R^2}}{z_a^3 e^{3z_a^2/R^2} + z_b^3 e^{3z_b^2/R^2}}. \end{aligned}$$

Мы будем рассматривать только энергии, которые удовлетворяют неравенству $8\pi G_5 E^* z_b^3 e^{3z_b^2/R^2} > L^3$. Для дальнейшего анализа формирования квазиловушечных поверхностей нам необходимо получить решение системы уравнений (26) в явном виде. Нетривиальное решение системы (напомним, что z_a , z^* и z_b положительны) имеет вид

$$\begin{aligned} z_a &= \frac{R}{\sqrt{2}} \sqrt{W_A}, \\ z_* &= \frac{R}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + W \left(\frac{(-z_a^3 R^2 - 3z_a^3 z_b^2 - 3z_b^3 z_a^2 + z_b^3 R^2) e^{3(z_a^2 + z_b^2)/R^2}}{R^2 (z_a^3 e^{3z_a^2/R^2} + z_b^3 e^{3z_b^2/R^2})} \right)}, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$W_A = W \left(2 \left(\frac{(L^3 z_b^3 / R^3) e^{3z_b^2/R^2}}{8\pi G_5 E^* z_b^3 e^{3z_b^2/R^2} - L^3} \right)^{2/3} \right), \quad (28)$$

а $W(z)$ – W -функция Ламберта.

Зависимости величин z_a , z_* от z_b , определяемые формулами (27), (28), представлены на рис. 3а и 3б при значениях энергии $E = 220$ ГэВ и $E = 2$ ГэВ соответственно. Видно, что z_a стремится к своему наименьшему значению при бесконечно

Рис. 3. Зависимость z_a, z_* от z_b при значениях энергии $E = 220$ ГэВ (а) и $E = 2$ ГэВ (б). На врезке показана область графика при $E = 220$ ГэВ, соответствующая $z_b < 1$.

больших z_b . В этом пределе z_a и z_* даются выражениями

$$z_a|_{z_b \rightarrow \infty} = \frac{R}{\sqrt{2}} \sqrt{W_{\text{AM}}}, \quad z_*|_{z_b \rightarrow \infty} = \frac{R}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + W\left(\frac{(3z_a^2 - R^2)e^{3z_a^2/R^2}}{eR^2}\right)}, \quad (29)$$

где

$$W_{\text{AM}} = W\left(\frac{L^2}{2(\pi G_5 E^*)^{2/3} R^2}\right).$$

В общем случае относительная площадь ловушечной поверхности зависит от энергии и от z_b следующим образом:

$$s = \frac{L^3}{2G_5} \left(-\frac{1}{2z_b^2 e^{3z_b^2/R^2}} + \frac{1}{2z_a^2 e^{3z_a^2/R^2}} + \frac{3 \text{Ei}(1, 3z_b^2/R^2)}{2R^2} - \frac{3 \text{Ei}(1, 3z_a^2/R^2)}{2R^2} \right),$$

где z_a зависит от z_b по формулам (27), (28) и $\text{Ei}(1, x)$ – интегральная экспонента. Зависимость относительной площади ловушечной поверхности представлена графически для энергий $E = 220$ ГэВ и $E = 2$ ГэВ на рис. 4. Видно, что максимальное значение площади s ловушечной поверхности достигается при бесконечно большом z_b :

$$s|_{z_b \rightarrow \infty} = \frac{3}{4} \frac{L^3}{G_5 R^2} \left(-\text{Ei}\left(1, \frac{3z_a^2}{R^2}\right) + \frac{1}{3} \frac{R^2}{z_a^2 e^{3z_a^2/R^2}} \right),$$

где z_a определено в (29). Отметим, что выражение в круглых скобках всегда положительно.

Рис. 4. Зависимость s от z_b при $E = 220$ ГэВ (а) и при $E = 2$ ГэВ (б).

Рис. 5. Зависимость относительной площади ловушечной поверхности от энергии при малых энергиях (а) и при больших энергиях (б). Жирными штрихами показана функция $E^{2/3}(1 + 0.007 \ln E) - 3$, приближающая рассчитанную зависимость.

На рис. 5 представлена зависимость относительной площади ловушечной поверхности от энергии (на рис. 5а – при малых энергиях, на рис. 5б – при больших энергиях). На рис. 5б приведена также функция $E^{2/3}(1 + 0.007 \ln E) - 3$, приближающая полученную зависимость при $10 \text{ ГэВ} \lesssim E < 1 \text{ ТэВ}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы изучили возможность формирования черных дыр при столкновении доменных стенок в пространствах AdS_5 с b -факторами. Рассмотрено несколько видов b -факторов: степенной, экспоненциальный и смешанный. На основе анализа условий формирования ловушечных поверхностей получена зависимость энтропии от энергии сталкивающихся доменных стенок в пространствах с b -факторами. Полученные результаты с учетом AdS/CFT -дуальности дают возможность моделировать зависимость множественности рожденных частиц от энергии сталкивающихся тяжелых ионов. Отметим, что результаты для степенных факторов согласуются с выводами в ранее рассмотренных случаях центральных столкновений точечных источников. Для экспоненциальных факторов столкновения доменных стенок не приводят к дополнительным логарифмам, которые возникают при рассмотрении центральных столкновений точечных источников [12] при наличии экспоненциальных факторов, однако дополнительные логарифмы появляются в случае смешанного фактора. Полученные результаты можно применить для сравнения с экспериментальными кривыми множественности образования частиц при столкновении тяжелых ионов.

Благодарности. Настоящая работа была частично поддержана РФФИ (гранты № 11-01-00894_а (И. А., Е. П.) и 12-02-31109-мол_а (Е. П., Т. П.)). Результаты, представленные в настоящей статье, частично докладывались И. Я. Арефьевой на VI Международной конференции “Модели квантовой теории поля” (MQFT–2012), посвященной памяти А. Н. Васильева.

Список литературы

- [1] J. M. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 231–252, arXiv: hep-th/9711200.
- [2] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, *Phys. Lett. B*, **428**:1–2 (1998), 105–114, arXiv: hep-th/9802109.
- [3] E. Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 253–291, arXiv: hep-th/9802150.
- [4] I. Aref’eva, *PoS (ICMP 2012)*, **2012** (2012), 025, 29 pp., arXiv: 1102.4150.
- [5] S. S. Gubser, S. S. Pufu, A. Yarom, *Phys. Rev. D*, **78**:6 (2008), 066014, 17 pp., arXiv: 0805.1551; *JHEP*, **11** (2009), 050, 37 pp., arXiv: 0902.4062.
- [6] J. L. Albacete, Y. V. Kovchegov, A. Taliotis, *JHEP*, **07** (2008), 100, 32 pp., arXiv: 0805.2927.
- [7] L. Álvarez-Gaumé, C. Gómez, A. Sabio Vera, A. Tavanfar, M. A. Vázquez-Mozo, *JHEP*, **02** (2009), 009, 14 pp., arXiv: 0811.3969.
- [8] P. M. Chesler, L. G. Yaffe, *Phys. Rev. Lett.*, **102**:21 (2009), 211601, 4 pp., arXiv: 0812.2053.
- [9] S. Lin, E. Shuryak, *Phys. Rev. D*, **79**:12 (2009), 124015, 12 pp., arXiv: 0902.1508; **83**:4 (2011), 045025, 14 pp., arXiv: 1011.1918.
- [10] I. Y. Aref’eva, A. A. Bagrov, E. A. Guseva, *JHEP*, **12** (2009), 009, 23 pp., arXiv: 0905.1087; I. Y. Aref’eva, A. A. Bagrov, L. V. Joukovskaya, *JHEP*, **03** (2010), 002, 26 pp., arXiv: 0909.1294; И. Я. Арефьева, А. А. Баргов, **161**:3 (2009), 382–399.
- [11] P. M. Chesler, L. G. Yaffe, *Phys. Rev. Lett.*, **106**:2 (2011), 021601, 4 pp., arXiv: 1011.3562.
- [12] E. Kiritsis, A. Taliotis, *JHEP*, **04** (2012), 065, 37 pp., arXiv: 1111.1931; A. Taliotis, *Extra dimensions, black holes and fireballs at the LHC*, arXiv: 1212.0528.
- [13] I. Y. Aref’eva, A. A. Bagrov, E. O. Pozdeeva, *JHEP*, **05** (2012), 117, 34 pp., arXiv: 1201.6542.
- [14] V. Balasubramanian, A. Bernamonti, J. de Boer, N. B. Copland, B. Craps, E. Keski-Vakkuri, B. Müller, A. Schäfer, M. Shigemori, W. Staessens, *Phys. Rev. D*, **84**:2 (2011), 026010, 31 pp., arXiv: 1103.2683.

- [15] R. Callan, J.-Y. He, M. Headrick, *JHEP*, **06** (2012), 081, 38 pp., arXiv:1204.2309.
- [16] И. Я. Арефьева, И. В. Волович, *ТМФ*, **174**:2 (2013), 216–227.
- [17] K. Aamodt, B. Abelev, A. Abrahantes Quintana et al. [ALICE Collaboration], *Phys. Rev. Lett.*, **105**:25 (2010), 252301, 11 pp., arXiv:1011.3916.
- [18] I. Ya. Aref'eva, *ЭЧАЯ*, **41**:6 (2010), 1562–1578, arXiv:0912.5481.
- [19] M. Hotta, M. Tanaka, *Clas. Quant. Grav.*, **10**:2 (1993), 307–314.
- [20] J. Podolský, J. B. Griffiths, *Phys. Lett. A*, **261**:1–2 (1999), 1–4, arXiv:gr-qc/9908008; J. Podolsky, “Exact impulsive gravitational waves in spacetimes of constant curvature”, *Gravitation: Following the Prague Inspiration*, eds. O. Semerák, J. Podolský, M. Žofka, World Sci., Singapore, 2002, 205–246, arXiv:gr-qc/0201029.
- [21] K. Sfetsos, *Nucl. Phys. B*, **436**:3 (1995), 721–745, arXiv:hep-th/9408169.
- [22] И. Я. Арефьева, А. А. Багров, Л. В. Жуковская, *Алгебра и анализ*, **22**:3 (2010), 3–15.
- [23] T. Dray, G. 't Hooft, *Nucl. Phys. B*, **253**:1 (1985), 173–188; V. Ferrari, P. Pendenza, G. Veneziano, *Gen. Relat. Grav.*, **20**:11 (1998), 1185–1191.