Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Зезе, Новый подход к вакуумной полевой теории струн, *ТМФ*, 2014, том 179, номер 3, 360–366

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8612>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 04:56:35

© 2014 г.

С. Зезе*

НОВЫЙ ПОДХОД К ВАКУУМНОЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ СТРУН

Обсуждается возможность применения чисто духового кинетического оператора в полевой теории открытых струн с точки зрения современных аналитических методов, основанных на применении KV -подалгебры. Чисто духовый кинетический оператор получается в результате фиксации калибровки в полевой теории струн в окрестности тахионного вакуумного решения в секторе с тождественным оператором. Показано, что получающийся при этом кинетический оператор не тождествен срединной вставке вершины конформного духа, которой была посвящена обширная литература. Также показано, что уравнения движения не допускают нетривиальных решений.

Ключевые слова: полевая теория струн, конденсация тахионов, D-браны.

DOI: 10.4213/tmf8612

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие аналитических решений в полевой теории открытых струн [1] и дальнейший прогресс в этой области заложили основу понимания непертурбативной природы полевой теории струн. В последнее время стало понятно, что мульти-D-бранные решения [2]–[7] содержат аномалию. В этой аномалии находит свое проявление нетривиальная природа пространства струнного поля, которая все еще не осмыслена до конца. Чтобы приблизиться к решению этой трудной задачи, представляется полезным осознать лежащую в основе пространства полевых решений структуру пространства решений типа D-бран¹⁾. Следует напомнить, что вакуумная полевая теория струн (ВПТС) [8], кинетический оператор которой имеет чисто духовую природу [9], [10], позволяет дать очень простое описание D-бран. Уравнения движения разделяются на материальную и духовую части, при этом уравнения движения полей материи имеют вид уравнения для проектора $\Psi_m^2 = \Psi_m$ [11]. Простота описания позволила получить такие важные результаты, как отношение напряженностей D-бран [10], [11], поверхностные состояния в виде проекционных операторов [11],

¹⁾Хата и Коджита отождествили число D-бран с числом накруток [5], [6], но их решение также оказывается сингулярным при больших числах накруток.

*Yokote Seiryō Gakuin High School, Yokote, Japan. E-mail: ztaro21@gmail.com

[12] и связь с некоммутативной теорией поля [13]–[16]. Если бы подобное описание оставалось справедливым и его можно было реализовать в современном аналитическом подходе, это послужило бы важным шагом на пути понимания роли D-бран в полевой теории струн.

Исторически ВПТС была предложена в качестве кандидата на роль тахионного вакуума еще появления аналитического описания. В настоящее время уже доступны аналитические и замкнутые выражения [1], [17], [18], и мы можем применить их для проверки того, подходит ли описание в терминах ВПТС для полевой теории струн в окрестности тахионного вакуума. На первый взгляд, кинетический оператор, полученный на основе аналитического решения, содержит материальные члены, а потому находится в противоречии с концепцией ВПТС. С другой стороны, некоторые аспекты аналитических решений, как представляется, проявляются в ВПТС. Одним из них оказывается возникновение в некоторых аналитических решениях рукавообразного фантомного члена, который указывает на существование некоторой скрытой структуры типа проектора [1], [19]–[21].

Другой аспект, который и исследуется в настоящей работе, – это существование основанных на тождественном операторе решений, кинетический оператор которых очень близок, но не тождествен чисто духовому оператору [18], [21]–[23]. В настоящей работе ВПТС получается из полевой теории струн, разложенной в окрестности основанных на тождественном операторе решений $c - cK$. Приведем сводку результатов.

1. Чисто духовый кинетический оператор получается с помощью фиксации калибровки полевой теории струн в окрестности решения, основанного на тождественном операторе. Не требуется никакой сингулярной репараметризации [24].
2. Кинетический оператор задается вставкой вершины конформного духа на границе мирового листа открытых струн, а потому он неэквивалентен вставке в середине мирового листа, исследованной в прошлых работах (см., например, статью [24]).
3. Не существует нетривиальных классических решений, что обусловлено калибровочным условием, которое налагается на струнное поле.

Вопреки нашим устремлениям эти результаты указывают, что ВПТС, выведенная из аналитического решения, оказывается несогласованной.

2. КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНОЕ ДЕЙСТВИЕ

Гипотеза ВПТС [8] утверждает, что чисто духовый кинетический оператор можно получить из полевой теории струн, разложенной вблизи решения в виде тахионного вакуума, еще до фиксации калибровки. Мы проанализируем эту гипотезу, приняв за основу аналитические решения, основанные на KBc -технике [17]. Предположим сначала, что решение Ψ_V в виде тахионного вакуума, отвечающее ВПТС, калибровочно эквивалентно аналитическому решению Ψ_O , записанному в форме Окавы $FcK(1 - F^2)^{-1}BcF$ [17], или его вещественной форме [18]. Таким образом,

$$\Psi_V = U^{-1}Q_B U + U^{-1}\Psi_O U,$$

где U – элемент калибровки. Получим действие ВПТС из действия полевой теории струн, разложенного в окрестности решения Ψ_V . Действие может быть записано

как

$$\begin{aligned} S_{Q_B}[\Psi + \Psi_V] &= S_{Q_B}[\Psi + U^{-1}Q_B U + U^{-1}\Psi_O U] = \\ &= S_{Q_B}[U^{-1}Q_B U + U^{-1}(\Psi_O + U\Psi U^{-1})U] = \\ &= S_{Q_B}[\Psi_O + U\Psi U^{-1}] = S_{Q_O}[U\Psi U^{-1}], \end{aligned} \quad (1)$$

где S_{Q_B} и S_{Q_O} суть действия полевой теории струн, кинетические операторы которых равны соответственно Q_B (стандартному оператору БРСТ) и Q_O (кинетическому оператору, выведенному из Ψ_O). Калибровочная инвариантность действия полевой теории струн была использована при переходе от второй строки к третьей в формуле (1). Последнее выражение в формуле (1) показывает, что действие ВПТС эквивалентно действию, определяемому кинетическим оператором Q_O , с точностью до переопределений полей. Потому на следующем этапе мы обсудим, является ли кинетический оператор Q_O в действительности чисто духовым. Кинетический оператор Q_O задается выражением

$$Q_O \Psi = Q_B \Psi + \Psi_O \Psi + \Psi \Psi_O.$$

Поскольку поля материи входят в это равенство только в виде вставок своих генераторов Вирасоро L_n^X , оператор Q_O должен удовлетворять уравнению $\delta Q_O / \delta L_n^X = 0$ при каждом n , если он является чисто духовым оператором. Это приводит к следующему условию:

$$c_n \Psi + \frac{\delta \Psi_O}{\delta L_n^X} \Psi + \Psi \frac{\delta \Psi_O}{\delta L_n^X} = 0, \quad (2)$$

где c_n – мода конформного духового поля $c(z)$. Чтобы это условие выполнялось, оператор Ψ_O должен быть линеен по L_n^X , а потому и по K . Это оставляет лишь несколько кандидатов из множества решений F в Ψ_O , а именно только решения, основанные на тождественном операторе, которые обсуждаются в работе [25]. Но легко видеть, что эти решения не удовлетворяют условию (2), поскольку K входит в них только через такие члены, как cK , Kc или $cK Bc$, и вариации этих членов по L_n^X оказываются пропорциональными $c \sim c(1)$, а не c_n . Поэтому представляется невозможным получить чисто духовый кинетический оператор в калибровочно-инвариантном действии в предположении, что тахионный вакуум калибровочно эквивалентен решению Окавы.

3. ЧИСТО ДУХОВЫЙ КИНЕТИЧЕСКИЙ ОПЕРАТОР В ТЕОРИИ С ФИКСИРОВАННОЙ КАЛИБРОВКОЙ

Хотя чисто духовый кинетический оператор и не удастся получить в калибровочно-инвариантном действии, остается еще возможность получить его в теории с фиксированной калибровкой. Наиболее подходящим кандидатом оказывается решение, основанное на тождественном операторе:

$$\Psi_0 = c - cK. \quad (3)$$

Хотя это решение сингулярно в отсутствии регуляризации, оно, как представляется, задает согласованное описание тахионного вакуума [22], [25]. Кинетический оператор в окрестности этого решения задается равенством

$$Q\Psi = Q_B\Psi + \Psi_0\Psi - (-1)^\Psi\Psi\Psi_0 = Q_B\Psi + c(1-K)\Psi - (-1)^\Psi\Psi c(1-K).$$

Кинетический оператор $\mathcal{Q}$, очевидно, не является чисто духовым, поскольку он содержит зависимость от cK и от исходного заряда БРСТ. Однако можно ожидать, что кинетический оператор действует на c и B по правилу

$$\mathcal{Q}c = 0, \quad \mathcal{Q}B = 1, \quad (4)$$

как будто применение оператора $\mathcal{Q}$ эквивалентно присоединенному действию чисто духового оператора $\{c, *\}$. Более того, второе равенство в (4) показывает, что оператор гомотопии $\mathcal{Q}$, который обеспечивает тривиальные когомологии над тахионным вакуумом, просто совпадает с B . Все это наталкивает на мысль, что следует отождествить действие оператора $\mathcal{Q}$ с действием оператора $\{c, *\}$. Чтобы реализовать это отождествление, заметим, что уравнения (4) не задают оператор $\mathcal{Q}$ однозначно. Например, замена $\mathcal{Q} \rightarrow \mathcal{Q} + \{c', *\}$ не меняет уравнений, если только c' антикоммутирует как с оператором c , так и с оператором B . Можно ожидать, что такие лишние составляющие оператора $\mathcal{Q}$ можно устранить с помощью подходящей фиксации калибровки. Предположим, что нам удалось найти набор операторов, удовлетворяющих условиям

$$\{\mathcal{Q}, \mathcal{B}\} = 1, \quad \{\mathcal{C}, \mathcal{B}\} = 1, \quad (5)$$

где $\mathcal{C}$ и $\mathcal{B}$ суть линейные комбинации операторов c_n и b_n соответственно. Потребуем также, чтобы оператор $\mathcal{B}$ был эрмитов. Наложим далее условие “линейной по B калибровки” [26] на поле струн: $\mathcal{B}\Psi = 0$. Подставляя соотношение $\{\mathcal{C}, \mathcal{B}\} = 1$ в кинетический член, получим искомый чисто духовый кинетический оператор:

$$\text{Tr}[\Psi \mathcal{Q} \Psi] = \text{Tr}[\Psi \mathcal{C} \Psi]. \quad (6)$$

Решение уравнений (5) можно легко найти и выразить в $K\mathcal{B}c$ -терминах как²⁾

$$\mathcal{B}\Psi = \frac{1}{2}\{B\Psi + (-1)^\Psi \Psi B\}, \quad \mathcal{C}\Psi = c\Psi - (-1)^\Psi \Psi c. \quad (7)$$

4. СРАВНЕНИЕ С ГИПОТЕЗОЙ ВПТС

В то время как найденный выше кинетический оператор оказывается чисто духовым, наблюдается существенное расхождение между нашими результатами и предшествующими версиями ВПТС [25]. Действие, представленное выше, построено при фиксированной калибровке, а в предшествующем случае калибровка оставалась произвольной. Поэтому, строго говоря, эти два результата трудно сравнивать. Однако заметим, что гипотеза ВПТС была выдвинута до того, как стали известны детали конструкции решений в виде тахионного вакуума. Остается еще возможность того, что гипотеза ВПТС правильным образом предсказывает вид кинетического члена в теории с фиксированной калибровкой, а интерпретация пространства струнных конфигураций оказывается неверной. Если это так, то предыдущие результаты, выведенные на основе ВПТС, следует пересмотреть в зависимости от того, какое подходящее калибровочное условие, совместное с видом кинетического

²⁾Калибровочное условие $\mathcal{B}\Psi = 0$ эквивалентно условию $(B_0 + \mathcal{B}_0^\dagger)\Psi = 0$, разложение которого по теории возмущений впервые обсуждалось в работе [27] и получило дальнейшее развитие в работе [26].

оператора, наложено. Чтобы рассмотреть эту возможность, удобно переписать $\mathcal{C}$ в операторном формализме в виде

$$c(1) - c(-1) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} c_{2n}.$$

Эта линейная комбинация в самом деле принадлежит общему классу чисто духовых кинетических операторов, предложенных в работе [10]. Однако в дальнейшем развитии ВПТС главное внимание было уделено специальному случаю, когда вставка вершинного оператора духового поля производилась в центральной точке открытых струн, т. е. в точке $c(i) - c(-i)$, что не совпадает с нашим результатом. Можно еще надеяться, что эти две теории переводятся друг в друга с помощью некоторого конформного преобразования. Более точно, можно попробовать связать два кинетических оператора таким конформным отображением U , что будет выполнено условие

$$U(c(1) - c(-1))U^{-1} \sim c(i) - c(-i),$$

в котором $U = e^{i\pi L_0/2}$, что соответствует вращению по единичной окружности. Однако эта симметрия не является симметрией теории с фиксированной калибровкой, поскольку только симметрии, порождаемые генераторами $K_n = L_n - (-1)^n L_{-n}$, оставляют действие с фиксированной калибровкой инвариантным. Поэтому полученный в настоящей работе результат, утверждающий, что вершинные вставки конформных духов должны производиться на границе мирового листа струны, $c(1) - c(-1)$, не эквивалентен вставке $c(i) - c(-i)$ в срединной точке даже в теории с фиксированной калибровкой.

5. КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Еще одно приложение вытекает из уравнений движения. В нашем предписании чисто духовый кинетический оператор получается с помощью фиксации калибровки. Таким образом, калибровка налагается на классическое решение с самого начала и не может быть выбрана произвольно. Это обстоятельство отличает наше описание от описания в большинстве работ, в которых калибровка Зигеля выбирается вне зависимости от выбора кинетического оператора. С учетом этого рассмотрим уравнение движения

$$\mathcal{C}\Psi + \Psi^2 = 0, \quad (8)$$

в котором поле струны удовлетворяет калибровочному условию $\mathcal{B}\Psi = 0$ или, эквивалентно, $B\Psi = \Psi B$ в $KB\mathcal{C}$ -обозначениях. Умножив уравнение (8) слева на B , получим

$$\Psi + 2B\Psi^2 = 0. \quad (9)$$

Умножив последнее уравнение еще раз слева на B , получим $B\Psi = 0$. Подставляя это соотношение обратно в уравнение (9), получим, что $\Psi = 0$. Таким образом, мы получили удивительный результат: уравнение движения не допускает никаких нетривиальных решений. Это весьма странно, поскольку известно, что нетривиальное решение $\Psi = -\Psi_0$, задающее исходную D25-брану, имеет место еще до фиксации калибровки. Можно ожидать, что такая парадоксальная ситуация обусловлена

выбором слишком упрощенного кинетического оператора. Однако это не так. Рассмотрим фоновое поле более общего чем (3) вида в соответствии с работой [17]:

$$\Psi_0 = Fc \frac{K}{1 - F^2} BcF, \quad (10)$$

где F – функция от K . В этом случае оператор гомотопии задается выражением $A = B(1 - F^2)/K$. Следует отметить, что по-прежнему выполнено условие $A^2 = 0$, хотя A теперь и зависит нетривиально от K . Калибровочное условие, аналогичное (7), имеет вид

$$\mathcal{A}\Psi = A\Psi + (-1)^\Psi \Psi A = 0.$$

Теперь, повторяя те же выкладки, что и для соотношений (8) и (9), снова получим для кинетического оператора $\mathcal{Q}$, заданного выражением (10), тривиальное решение $\Psi = 0$. Поэтому калибровочное условие $\mathcal{A}\Psi = 0$, имеющее подлинно тривиальную когомологию, не допускает нетривиальных решений. Вышеприведенное рассуждение показывает, что природа патологического поведения лежит не в излишне упрощенном кинетическом члене, а в слишком сильном калибровочном условии.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы исследовали чисто духовый кинетический оператор в полевой теории открытых струн с помощью фиксации калибровки теории в окрестности аналитического решения, основанного на тривиальном операторе. Полученная чисто духовая вершина размещается на границе, а потому не эквивалентна вставке в срединной точке. Также показано, что уравнение движения в фиксированной калибровке не допускает нетривиальных решений. Последний результат указывает на то, что ВПТС, обсуждаемая в настоящей работе, не может объяснить появление “исходной” конфигурации, представляющей D25-брану. Наши результаты показывают, что ВПТС в ее исходном виде нельзя применить непосредственно в полевой теории струн вблизи аналитических решений.

Хотя фиксация калибровки, исследованная в настоящей работе, и не позволяет объяснить возникновение D-бран, ее все еще можно применять в качестве локального описания в окрестности тахионного вакуума. Например, можно с ее помощью вывести эффективное действие в окрестности тахионного вакуума, если применить метод работы [10]. Также представляет интерес вывод амплитуды замкнутой струны [24], [28]–[30]. В любом случае в пределе нулевой площади мирового листа струны потребуются некоторая регуляризация.

Благодарности. Автор признателен Х. Исоно и И. Кисомото за полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] M. Schnabl, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **10**:4 (2006), 433–501, arXiv: hep-th/0511286.
- [2] M. Murata, M. Schnabl, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **188** (2011), 50–55, arXiv: 1103.1382.
- [3] T. Erler, C. Maccaferri, *JHEP*, **11** (2011), 092, 33 pp., arXiv: 1105.6057.
- [4] M. Murata, M. Schnabl, *JHEP*, **07** (2012), 063, 26 pp., arXiv: 1112.0591.
- [5] H. Hata, T. Kojita, *JHEP*, **01** (2012), 088, 17 pp., arXiv: 1111.2389.
- [6] H. Hata, T. Kojita, *JHEP*, **02** (2013), 065, 18 pp., arXiv: 1209.4406.

- [7] T. Masuda, T. Noumi, D. Takahashi, *JHEP*, **10** (2012), 113, 42 pp., arXiv: 1207.6220.
- [8] L. Rastelli, A. Sen, B. Zwiebach, *Strings–2001* (Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai, India, January 5–10, 2001), Clay Mathematics Proceedings, **1**, eds. A. Dabholkar, S. Mukhi, S. R. Wadia, AMS, Providence, RI, 2002, 79–105, arXiv: hep-th/0106010.
- [9] G. T. Horowitz, J. Morrow-Jones, S. P. Martin, R. P. Woodard, *Phys. Rev. Lett.*, **60**:4 (1988), 261–264.
- [10] L. Rastelli, A. Sen, B. Zwiebach, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **5**:2 (2001), 353–392, arXiv: hep-th/0012251.
- [11] L. Rastelli, A. Sen, B. Zwiebach, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **5** (2002), 393, arXiv: hep-th/0102112.
- [12] L. Rastelli, A. Sen, B. Zwiebach, *JHEP*, **11** (2001), 045, 46 pp., arXiv: hep-th/0105168.
- [13] K. Dasgupta, S. Mukhi, G. Rajesh, *JHEP*, **06** (2000), 022, 13 pp., arXiv: hep-th/0005006.
- [14] R. Gopakumar, S. Minwalla, A. Strominger, *JHEP*, **05** (2000), 020, 27 pp., arXiv: hep-th/0003160.
- [15] E. Witten, *Noncommutative tachyons and string field theory*, arXiv: hep-th/0006071.
- [16] B. Chen, F.-L. Lin, *Phys. Rev. D*, **66**:12 (2002), 126001, 11 pp., arXiv: hep-th/0204233.
- [17] Y. Okawa, *JHEP*, **04** (2006), 055, 36 pp., arXiv: hep-th/0603159.
- [18] T. Erler, M. Schnabl, *JHEP*, **10** (2009), 066, 35 pp., arXiv: 0906.0979.
- [19] I. Ellwood, *JHEP*, **05** (2009), 037, 32 pp., arXiv: 0903.0390.
- [20] T. Erler, C. Maccaferri, *JHEP*, **06** (2012), 084, 16 pp., arXiv: 1201.5122.
- [21] T. Erler, C. Maccaferri, *JHEP*, **04** (2012), 107, 40 pp., arXiv: 1201.5119.
- [22] S. Zeze, *JHEP*, **10** (2010), 070, 9 pp., arXiv: 1008.1104.
- [23] S. Inatomi, I. Kishimoto, T. Takahashi, *Prog. Theor. Phys.*, **126**:6 (2011), 1077–1089, arXiv: 1106.5314.
- [24] D. Gaiotto, L. Rastelli, A. Sen, B. Zwiebach, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **6**:3 (2002), 403–456, arXiv: hep-th/0111129.
- [25] T. Erler, *JHEP*, **11** (2012), 150, 25 pp., arXiv: 1208.6287.
- [26] M. Kiermaier, A. Sen, B. Zwiebach, *JHEP*, **03** (2008), 050, 47 pp., arXiv: 0712.0627.
- [27] H. Fuji, S. Nakayama, H. Suzuki, *JHEP*, **01** (2007), 011, 17 pp., arXiv: hep-th/0609047.
- [28] N. Drukker, *Phys. Rev. D*, **67**:12 (2003), 126004, 5 pp., arXiv: hep-th/0207266.
- [29] N. Drukker, *JHEP*, **08** (2003), 017, 15 pp., arXiv: hep-th/0301079.
- [30] T. Takahashi, S. Zeze, *JHEP*, **08** (2003), 020, 13 pp., arXiv: hep-th/0307173.

Поступила в редакцию 14.11.2013