Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. С. Жеданов, А. Н. Малюк, Об устойчивости антиферромагнитного состояния конечных спиновых цепочек, *ТМФ*, 1998, том 115, номер 2, 275–279

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf872>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.183.62

26 апреля 2023 г., 12:42:04

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ АНТИФЕРРОМАГНИТНОГО СОСТОЯНИЯ КОНЕЧНЫХ СПИНОВЫХ ЦЕПОЧЕК

Для модели одномерного антиферромагнетика с классическими спинами и анизотропным взаимодействием аналитически найдено значение магнитного поля, при котором антиферромагнитное упорядочение становится неустойчивым. Такого рода неустойчивости характерны для явления поверхностного спин-флоп-перехода, активно изучаемого в последнее время в сверхрешетках.

Явление поверхностного спин-флоп-перехода было предсказано при исследовании спиновых волн вблизи поверхности антиферромагнетика [1–3]. Было показано, что собственная частота поверхностной спиновой волны обращается в нуль при значении магнитного поля в $\sqrt{2}$ раз меньшем, чем поле обыкновенного, объемного спин-флоп-перехода.

Несколько лет назад были опубликованы первые экспериментальные результаты наблюдений поверхностного спин-флоп-перехода в антиферромагнитно (АФМ) упорядоченных сверхрешетках Fe / Cr [4, 5]. Замечено, что если один из крайних слоев сверхрешетки намагничен антипараллельно магнитному полю (что всегда выполняется для АФМ-сверхрешетки с четным числом слоев), то при значении магнитного поля, заметно меньшем, чем поле объемного спин-флоп-перехода, происходит поверхностный спин-флоп-переход, который при увеличении магнитного поля плавно переходит в объемный. В работах [4, 5] было проведено и численное моделирование для цепочки классических спинов, которое хорошо согласовалось с полученными экспериментальными данными.

Приведенные в [1–3] значения поля спин-флоп-перехода получены для непрерывной модели антиферромагнетика. Сверхрешетки же являются объектами с ярко выраженной дискретностью. Поэтому отдельный интерес представляет устойчивость АФМ-состояния в цепочке классических спинов.

Вообще говоря, в каждом из двумерных ферромагнитно упорядоченных слоев Fe нельзя исключить возникновения неоднородной структуры внутри каждого слоя. Однако в первом приближении этим обстоятельством можно пренебречь, считая, что спины в каждом из Fe-слоев направлены одинаково. В таком случае естественно рассматривать одномерную цепочку эффективных спинов, в которой спин в каждом узле представляет

* Донецкий физико-технический институт НАН Украины, Донецк, Украина

собой суммарный спин Fe-слоя. Именно такая модель и использовалась в работах [4, 5] для численного расчета.

В данной работе проведен анализ устойчивости АФМ-состояния в цепочке, состоящей из конечного числа классических спинов единичной длины и помещенной во внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси анизотропии. Энергию такой цепочки возьмем в виде

$$E = \sum_{n=1}^{2N-1} (\mathbf{S}_n \hat{J} \mathbf{S}_{n+1}) - \sum_{n=1}^{2N} \{A(S_n^y)^2 - (\mathbf{H} \mathbf{S}_n)\}, \quad (1)$$

где $\mathbf{S}_n$ – векторы спинов, $\mathbf{H}$ – магнитное поле вдоль оси y , $\mathbf{H} = (0, H)$, $A > 0$ – константа одноионной анизотропии. Матрицу обменных констант $\hat{J}$ для АФМ-случая без ограничения общности можно выбрать следующим образом:

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J \end{pmatrix}, \quad J > 0.$$

Мы ограничились наиболее интересным с физической точки зрения случаем, когда число спинов в цепочке четное. Именно для четного числа слоев в сверхрешетках поверхностный спин-флоп-переход наблюдается наиболее отчетливо [4, 5]. В этом случае один из крайних спинов (первый) антипараллелен магнитному полю, а другой (последний) – параллелен.

Отметим, что в работах [4, 5] учитывалась только одноионная анизотропия, т.е. в энергии (1) считалось, что $J = 1$. В дискретном случае оба вида анизотропии – обменный, характеризуемый величиной $J - 1$, и одноионный, характеризуемый величиной A , – вносят различные вклады в физическую картину статистики и динамики спинов. Поэтому целесообразно включить в рассмотрение оба этих вида. Напомним, что континуальный предел получается при выполнении условий $A \ll 1$, $J - 1 \ll 1$.

Для удобства дальнейших вычислений перепишем энергию системы в угловых переменных:

$$E = \sum_{n=1}^{2N-1} [\sin \varphi_n \sin \varphi_{n+1} + J \cos \varphi_n \cos \varphi_{n+1} - A \cos^2 \varphi_n - H \cos \varphi_n] - A \cos^2 \varphi_{2N} - H \cos \varphi_{2N}, \quad (2)$$

где φ_n – углы отклонения единичных векторов $\mathbf{S}_n = (S_n^x, S_n^y) = (\sin \varphi_n, \cos \varphi_n)$ от оси y . В такой записи энергия цепочки $2N$ спинов есть функция $2N$ угловых переменных φ_i , $i = 1, \dots, 2N$.

Устойчивыми будут только те состояния, которые соответствуют локальному минимуму энергии. Для того чтобы состояние $\{\varphi_i^0\}$ соответствовало минимуму энергии, необходимо и достаточно, чтобы $\partial E / \partial \varphi_k = 0$ и второй дифференциал энергии

$$d^2 E = \sum_{i,j=1}^{2N} a_{ij} d\varphi_i d\varphi_j = \sum_{i,j=1}^{2N} \frac{\partial^2 E}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} d\varphi_i d\varphi_j \quad (3)$$

был положительно-определенной квадратичной формой. Следовательно, по критерию Сильвестра все главные миноры матрицы a_{ij} должны быть положительными, $D_k > 0$, $k = 1, \dots, 2N$, где

$$D_1 = a_{11}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \dots, \quad D_k = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

В АФМ-состоянии $\varphi_n = \pi n$. В этом случае матрица a_{ij} принимает вид

$$\|a_{ij}\| = \left\| \begin{array}{ccccccc} C - H - J & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & C + H & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & C - H & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C + H & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & C - H & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & C + H - J \end{array} \right\|, \quad (5)$$

где $C = 2(A + J)$.

Раскладывая D_n по последней строке, получаем рекуррентное соотношение

$$D_n = (C + (-1)^n H) D_{n-1} - D_{n-2}, \quad n = 3, \dots, 2N - 1. \quad (6)$$

При этом следует учесть граничные условия

$$\begin{aligned} D_1 &= C - H - J, & D_2 &= (C - H - J)(C + H) - 1, \\ D_{2N} &= (C + H - J) D_{2N-1} - D_{2N-2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из этих рекуррентных соотношений можно получить следующие общие выражения для D_n :

$$\begin{cases} D_{2k-1} = \frac{(C - H - J)x - J}{x - x^{-1}} x^{k-1} - \frac{(C - H - J)x^{-1} - J}{x - x^{-1}} x^{-k+1}, \\ D_{2k} = \frac{(C - H - J)x - J}{(C - H)(x - 1)} x^k - \frac{(C - H - J)x^{-1} - J}{(C - H)(x - 1)} x^{-k+1}; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} D_{2N} &= \frac{((C - H - J)x - J)((C + H - J)x - J)}{(x - x^{-1})(x + 1)} x^{N-1} - \\ &- \frac{((C - H - J)x^{-1} - J)((C + H - J)x^{-1} - J)}{(x - x^{-1})(x + 1)} x^{-N+2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$x = \frac{1}{2} \left(C^2 - H^2 - 2 + \sqrt{(C^2 - H^2)(C^2 - H^2 - 4)} \right). \quad (10)$$

АФМ-состояние потеряет устойчивость, когда хотя бы один из главных миноров D_n обратится в нуль. Заметим, что $x > 1$ при $H < H_B = \sqrt{C^2 - 4}$, где H_B – поле объемного спин-флоп-перехода. Тогда при $N \rightarrow \infty$ вторым слагаемым в (9) можно пренебречь, и из условия $(C - H - J)x - J = 0$ получим

$$H_\infty = \frac{\sqrt{(2JC - (J+1)^2)(2JC - (J-1)^2)} - J^2 + 1}{2J}. \quad (11)$$

При $0 \leq H \leq H_\infty$ все главные миноры D_n , $n = 1, \dots, 2N - 1$, положительны при любом значении N . Следовательно, H_∞ есть поле поверхностного спин-флоп-перехода для бесконечной цепочки со свободными концами.

Рассмотрим условие $D_{2N} = 0$, которое принимает вид

$$x^{2N-3} = \frac{((C - H - J)x^{-1} - J)((C + H - J)x^{-1} - J)}{((C - H - J)x - J)((C + H - J)x - J)}. \quad (12)$$

Условие (12) есть алгебраическое уравнение порядка $2N$ относительно неизвестной H . Ясно, что в замкнутой форме корни его найти невозможно. Тем не менее легко оценить критическое значение H в пределе большого числа спинов.

Применив к (12) теорию возмущений при больших N , т.е. считая $x^{-2N} \ll 1$, получим, что

$$H_{2N} \approx H_\infty - \frac{(x_\infty^2 - 1)^2(J^2 - 1)}{2H_\infty(x_\infty^2 - J^2)} \frac{1}{x_\infty^{2N+1}}, \quad (13)$$

где

$$x_\infty = \frac{1}{2} \left(2CJ - J^2 - 1 + \sqrt{(2JC - (J+1)^2)(2JC - (J-1)^2)} \right). \quad (14)$$

Следовательно, D_{2N} (в отличие от всех остальных миноров) обращается в нуль при величине поля, меньшей чем H_∞ . Поэтому условие $D_{2N} = 0$ и есть условие поверхностного спин-флоп-перехода. Таким образом, при уменьшении числа спинов в системе поле поверхностного спин-флоп-перехода уменьшается.

Рассмотрим частный случай $J = 1$, исследованный в [4, 5]. При этом решение можно найти аналитически для любого числа спинов. Действительно, формула (9) принимает вид

$$D_{2N} = \frac{C^2 - H^2 - 2C}{x - x^{-1}} (x^N - x^{-N}). \quad (15)$$

Из условия $C^2 - H^2 - 2C = 0$ получаем, что $H_s = \sqrt{C^2 - 2C} = 2\sqrt{A(A+1)}$. Следовательно, в отсутствие обменной анизотропии поле поверхностного спин-флоп-перехода не зависит от количества спинов в системе. Отношение полей поверхностного и объемного спин-флоп-переходов есть $H_s/H_B = \sqrt{(1+A)/(2+A)}$. В непрерывном пределе ($A \rightarrow 0$) получаем известный [1–3] результат $H_s = H_B/\sqrt{2}$.

Таким образом удастся аналитически (при учете только одноионной анизотропии) найти поле, при котором АФМ-фаза теряет устойчивость. Подчеркнем, что найденное поле превышает поле, при котором АФМ-фаза перестает быть *глобальным* минимумом.

Это свидетельствует о наличии своеобразного гистерезиса (характерного для дискретных моделей, как показывает численное моделирование [5]). Действительно, при полях, несколько меньших, чем рассчитанное, существует фаза поверхностного спин-флоп-перехода с меньшей энергией (глобальный минимум), но при этом АФМ-фаза все еще остается *локальным минимумом* (т.е. при таких полях мы имеем дело с метастабильным АФМ-состоянием, которое может быть разрушено тепловыми флуктуациями).

Полученные результаты могут служить первым приближением к построению общей теории поверхностного спин-флоп-перехода в сверхрешетках.

Список литературы

- [1] *D. L. Mills.* Phys. Rev. Lett. 1968. V. 20. P. 18.
- [2] *W. Saslov, D. L. Mills.* Phys. Rev. 1968. V. 171. P. 488.
- [3] *F. Keffer, H. Chow.* Phys. Rev. Lett. 1973. V. 31. P. 1068.
- [4] *R. W. Wang, D. L. Mills.* Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 920.
- [5] *R. Wang, D. Mills.* Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 3931.

Поступила в редакцию 4.XI.1997 г.