Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. В. Бондаренко, Н. Ф. Шульга, Формула Грина в теории потенциального рассеяния и поправки к эйкональной амплитуде рассеяния, *ТМФ*, 1998, том 115, номер 2, 280–288

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf873>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 13:43:12

ФОРМУЛА ГРИНА В ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ И ПОПРАВКИ К ЭЙКОНАЛЬНОЙ АМПЛИТУДЕ РАССЕЯНИЯ

Развит метод вычисления амплитуды рассеяния быстрых заряженных частиц во внешнем поле, основанный на формуле Грина. Показано, что амплитуда рассеяния может быть представлена в виде интеграла по произвольной замкнутой поверхности, охватывающей область действия на частицу внешнего поля. Дан простой вывод поправок к эйкональной амплитуде рассеяния без использования конкретного вида потенциала внешнего поля. Полученные формулы могут быть применены для исследования взаимодействия частиц с полями сложной конфигурации.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для исследования процесса рассеяния быстрых заряженных частиц во внешнем поле на малые углы широко используется эйкональное приближение [1–8]. Связано это с тем, что эйкональное приближение позволяет выйти за рамки борновской теории возмущений и допускает переход в область применимости как борновского, так и квазиклассического приближений, а также в классическую теорию рассеяния. Существенно, что при выводе эйкональной амплитуды рассеяния не используется конкретный вид потенциала внешнего поля. Это позволяет применять эйкональное приближение для анализа рассеяния частиц в полях сложной конфигурации таких, например, как совокупность многих рассеивающих центров в ядре [1, 9] и в веществе [5–7]. При этом атомы в среде могут быть разбросаны хаотично (аморфная среда) или могут образовывать регулярные структуры (кристалл). При исследовании рассеяния частиц в таких структурах особое значение приобретает анализ поправок к эйкональной амплитуде рассеяния.

Данная работа посвящена нахождению и анализу поправок к эйкональной амплитуде рассеяния, а также определению условий, при которых справедливы результаты, полученные на основе эйконального приближения. Подобные проблемы рассматривались и в работах [3, 5, 10–13], где найдены поправки к эйкональной амплитуде рассеяния для

*Национальный научный центр “Харьковский физико-технический институт”, Харьков, Украина

некоторых простейших случаев (центрально-симметричное поле, цилиндрически симметричный потенциал, нерелятивистская частица). Эти результаты, однако, были получены либо путем суммирования бесконечных рядов для амплитуды рассеяния [3, 13], либо путем использования решения некоторого интегрального уравнения для волновой функции [10], что затрудняет оценку точности полученных результатов (в особенности для полей сложной конфигурации).

В нашей работе развивается метод нахождения поправок к эйкональной амплитуде рассеяния, в котором нет необходимости проводить суммирование каких-либо бесконечных рядов. Предлагаемый метод основан на применении формулы Грина для вычисления амплитуды рассеяния и развитии аналога метода Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) применительно к данной задаче.

Мы показываем, что с помощью формулы Грина трехмерный интеграл, определяющий амплитуду рассеяния, может быть сведен к двумерному интегралу по замкнутой поверхности, охватывающей область действия на частицу внешнего поля. В качестве такой поверхности выбирается цилиндр, плоские грани которого перпендикулярны импульсу падающей частицы, а боковая поверхность отнесена на большое расстояние от рассеивателя. Это позволяет сразу представить амплитуду рассеяния как некоторый двумерный интеграл по прицельным параметрам. При этом для нахождения амплитуды рассеяния достаточно знать волновую функцию в пределах действия на частицу внешнего поля, что открывает возможности применения приближенных методов.

В работе используется техника вычисления волновой функции в квазиклассическом приближении с последующим разложением экспоненциального и предэкспоненциального факторов по обратным степеням импульса частицы [5, 13]. Применение этой волновой функции позволяет записать некоторое дифференциальное уравнение для подынтегральной функции в амплитуде рассеяния, решение которого можно искать в приближении, аналогичном квазиклассическому. Это приводит к весьма простому методу для вычисления поправок к эйкональной амплитуде рассеяния и оценки отброшенных членов.

2. ФОРМУЛА ГРИНА В ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим потенциальное рассеяние заряженной частицы во внешнем стационарном поле $U(\mathbf{r})$, локализованном в некоторой пространственной области V . Для простоты будем считать, что частица является скалярной. Волновая функция частицы в таком поле определяется уравнением Клейна–Гордона

$$\Delta \Psi + (\mathbf{p}^2 - 2EU(\mathbf{r}) + U^2(\mathbf{r}))\Psi = 0, \quad (2.1)$$

где $\mathbf{p}$ – импульс частицы и E – ее энергия. Используется система единиц, в которой скорость света и постоянная Планка равны единице.

Решение этого уравнения, имеющее асимптотический вид

$$\Psi(\mathbf{r})|_{r \rightarrow \infty} \approx e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} + \frac{f(\mathbf{n}')}{r} e^{ipr}, \quad (2.2)$$

есть [2]

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} - \frac{E}{2\pi} \int d^3 r' \frac{e^{ip|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} U(\mathbf{r}') \left(1 - \frac{U(\mathbf{r}')}{2E}\right) \Psi(\mathbf{r}'). \quad (2.3)$$

При этом амплитуда рассеяния определяется соотношением

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{E}{2\pi} \int d^3 r e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} U(\mathbf{r}) \left(1 - \frac{U(\mathbf{r})}{2E}\right) \Psi(\mathbf{r}), \quad (2.4)$$

где $\mathbf{n}' = \mathbf{p}'/|\mathbf{p}'|$ – направление рассеяния, причем $\mathbf{p}'^2 = \mathbf{p}^2$.

Формула (2.4) показывает, что для определения амплитуды рассеяния необходимо знать волновую функцию частицы в области координат, где локализован потенциал $U(\mathbf{r})$.

Используя уравнение (2.1), запишем соотношение (2.4) в виде

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{1}{4\pi} \int_V d^3 r \left\{ e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} \Delta \Psi - \Psi \Delta e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} \right\}. \quad (2.5)$$

Сравнивая формулы (2.4) и (2.5), видим, что если функция $U(\mathbf{r})$ локализована в некоторой пространственной области, то интегрирование по координатам в (2.5) может быть распространено на любую пространственную область V , которая охватывает область локализации потенциала.

Применяя вторую формулу Грина, интеграл (2.5) можно преобразовать в интеграл по поверхности S , ограничивающей объем V ,

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{1}{4\pi} \oint_S dS (\nabla \Psi + i\mathbf{p}'\Psi) e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}}. \quad (2.6)$$

Существенной особенностью этой формулы является то, что результат интегрирования не зависит от замкнутой поверхности S , ограничивающей объем V . Требуется только, чтобы поверхность охватывала область действия потенциала. Эта поверхность, в частности, может представлять собой сферу с неограниченно большим радиусом r . При этом легко убедиться в соответствии между представлением (2.6) для амплитуды рассеяния и определением (2.2) для амплитуды рассеяния как коэффициента при расходящейся волне.

Действительно, подставляя (2.2) в (2.6) и пренебрегая в подынтегральном выражении слагаемыми, пропорциональными r^{-2} , получим, что

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{i}{4\pi} \oint dS \left[(\mathbf{p} + \mathbf{p}') + \frac{f(\mathbf{n})}{r} (p\mathbf{n} + \mathbf{p}') e^{ipr} \right] e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}}. \quad (2.7)$$

Из-за быстрых осцилляций экспоненты $e^{i(pr - \mathbf{p}'\mathbf{r})}$ при $r \rightarrow \infty$ основной вклад во втором слагаемом (2.7) вносят значения $\mathbf{n}$, близкие к $\mathbf{n}'$. Поэтому, разложив функцию $f(\mathbf{n})$ по параметру $(\mathbf{n} - \mathbf{n}')$ и сохранив только главный член разложения $f(\mathbf{n}) \approx f(\mathbf{n}')$, можно

вынести $f(\mathbf{n}')$ в правой части (2.7) за знак интеграла. В результате интегрирования по поверхности S получим тождество

$$f(\mathbf{n}') = f(\mathbf{n}').$$

Обратим внимание на то, что непосредственное вычисление амплитуды рассеяния по формуле (2.2) не всегда возможно, т.к. для этого необходимо знать волновую функцию частицы во всем пространстве и затем найти ее асимптотический вид при $r \rightarrow \infty$. В (2.4) для нахождения амплитуды рассеяния требуется знать волновую функцию только в области действия на частицу внешнего поля, т.е. в ограниченной области. Это открывает возможности применения различных приближенных методов для вычисления волновой функции в этой области, таких как эйкональное и квазиклассическое приближения. Аналогичная ситуация возникает и при использовании формулы (2.6), если в качестве поверхности интегрирования брать не бесконечно удаленную от потенциала поверхность, а поверхность, находящуюся вблизи области действия потенциала.

В дальнейшем нас будет интересовать рассеяние быстрых частиц на малые углы. В этом случае поверхность в формуле (2.6) удобно выбрать в виде цилиндра, плоские грани которого перпендикулярны импульсу падающей частицы, а боковая поверхность отнесена на большое расстояние от рассеивающего центра. Тогда вкладом в интеграл (2.6) от боковой поверхности можно пренебречь, и формула (2.6) приобретает вид

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{1}{4\pi} \int d^2\rho e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} \left(\frac{\partial}{\partial z} \Psi + ip'_z \Psi \right) \Big|_{z=-L'}^{z=L}, \quad (2.8)$$

где ρ — координаты, ортогональные импульсу $\mathbf{p}$ падающей частицы (ось z параллельна $\mathbf{p}$). Значения координаты z в подынтегральном выражении (2.8) необходимо взять при $z = L$ и $z = -L'$ вне области действия потенциала, что соответствует интегрированию по плоским граням цилиндра ($L, L' > 0$).

Легко проверить, что при $z = L$ слагаемые $\partial \Psi / \partial z$ и $ip'_z \Psi$ вносят одинаковый вклад в амплитуду рассеяния. Действительно, используя представление (2.3) для волновой функции и фурье-разложения для входящей в него функции Грина, находим, что при $z = L$

$$\begin{aligned} \int d^2\rho e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} \Psi(\rho, z) &= \int d^2\rho \exp(i(\mathbf{p} - \mathbf{p}')\rho + ip'_z z) - \\ &- \frac{iE}{p'_z} \int d^2\rho' dz' \exp(i\mathbf{p}'\rho' + i|p'_z||z - z'|) \times \\ &\times U(\mathbf{r}') \left[1 - \frac{U(\mathbf{r}')}{2E} \right] \Psi(\mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Продифференцировав это соотношение по z , получим для $z = L$ с точностью до множителя ip'_z такое же выражение в правой части, что и в соотношении (2.9). Для $z = -L'$ находим, что

$$\int d^2\rho e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} \left(\frac{\partial}{\partial z} + ip'_z \right) = 2 \int d^2\rho \exp[-i(\mathbf{p}'\rho + (p - p'_z)L')].$$

В результате приходим к следующему выражению для амплитуды рассеяния:

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{ip'_z}{2\pi} \int d^2\rho e^{-i\mathbf{p}'\mathbf{r}} \left[e^{-ip'_z L} \Psi(\mathbf{r}, L) - e^{-i(p-p'_z)L'} \right]. \quad (2.10)$$

Второе слагаемое в квадратных скобках здесь можно положить равным единице, т.к. интегрирование по прицельным параметрам дает $\mathbf{p}'_{\perp} = 0$, $p'_z = p$.

3. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Формула (2.10) показывает, что для нахождения амплитуды рассеяния достаточно знать волновую функцию в области действия на частицу внешнего поля. Для быстрых частиц эта функция может быть представлена в виде [5]

$$\Psi = f e^{iS}, \quad (3.1)$$

где функции S и f определяются из уравнений

$$\begin{aligned} (E - U(\mathbf{r}))^2 &= (\nabla S)^2 + m^2, \\ 2\nabla S \nabla f + (\Delta S)f &= i\Delta f. \end{aligned} \quad (3.2)$$

При рассмотрении рассеяния на малые углы функции S и f могут быть разложены в ряды по обратным степеням импульса частицы [5]:

$$\begin{aligned} S &= \mathbf{p}\mathbf{r} + \chi_0(\mathbf{r}) + \chi_1(\mathbf{r}) + \dots, \\ f &= f_0 + f_1(\mathbf{r}) + \dots, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $\mathbf{p}$ – импульс падающей частицы и $\chi_n \sim f_n \sim p^{-n}$. Первые члены такого разложения, асимптотически соответствующие плоской волне для падающей частицы, имеют вид

$$\begin{aligned} \chi_0(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z dz' U(\mathbf{r}, z'), \\ \chi_1(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^z dz' [(\nabla \chi_0)^2 - U^2], \\ f_0 &= 1, \quad f_1 = -\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^z dz' (\Delta \chi_0), \end{aligned} \quad (3.4)$$

где ось z параллельна импульсу падающей частицы и $v = p/E$ – скорость частицы.

Пренебрегая в разложении (3.3) слагаемыми χ_1 и f_1 , пропорциональными p^{-1} , получим волновую функцию в эйкональном приближении

$$\Psi^{(e)}(\mathbf{r}) = \exp\{i[\mathbf{p}\mathbf{r} + \chi_0(\mathbf{r})]\}. \quad (3.5)$$

Таким образом, величины χ_1 и f_1 дают первые поправки к эйкональной волновой функции в экспоненте и в предэкспоненциальном множителе.

Из неравенств $|\chi_0| \gg |\chi_1| \gg |\chi_2| \cdots$ и $1 \gg |f_1| \gg |f_2| \gg \cdots$ находим, что разложения (3.4) справедливы в области координат $|z| < \bar{z}$ и ρ , удовлетворяющих условиям

$$|U| \ll E, \quad \frac{\bar{z}|\chi_0|}{p\rho^2} \ll 1, \quad \frac{\bar{z}}{p\rho^2} \ll 1, \quad (3.6)$$

где $\bar{z}$ — эффективное значение координаты z в интегралах для величин χ_1 и f_1 .

Подставляя волновую функцию (3.1) в (2.10), получим следующее выражение для амплитуды рассеяния:

$$f = -\frac{ip'_z}{2\pi} \int d^2\rho e^{i(\mathbf{q}\rho + q_z L)} \left[f(\rho, L) e^{i\chi(\rho, L)} - 1 \right], \quad (3.7)$$

где $\chi = \chi_0 + \chi_1 + \cdots$, $f = 1 + f_1 + \cdots$, $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ — переданный внешнему полю импульс и q_z — компонента $\mathbf{q}$, параллельная $\mathbf{p}$. Величина q_z определяется из соотношения

$$q_z = \frac{q_\perp^2 + q_z^2}{2p}, \quad (3.8)$$

где $\mathbf{q}_\perp$ — компонента $\mathbf{q}$, ортогональная $\mathbf{p}$.

Входящие в (3.7) функции $\chi(\rho, L)$ и $f(\rho, L)$ определяются значением координаты $z = L$, причем L находится вне области действия на частицу внешнего поля. Амплитуда рассеяния, однако, от L зависеть не должна. Обратим внимание в этой связи на то, что наличие в (3.7) зависящих от L функций f и χ еще не означает, что и сама амплитуда должна зависеть от L . Мы покажем в дальнейшем, что в действительности параметр L в формуле (3.7) выпадает, и, следовательно, амплитуда рассеяния от L не зависит.

В величинах χ и f в (3.7) сохранены слагаемые, пропорциональные p^{-1} . С той же точностью величину q_z в (3.7) следует положить равной

$$q_z = \frac{q_\perp^2}{2p}. \quad (3.9)$$

Заметим, что для этого значения q_z выполнено соотношение

$$e^{iq_z L} e^{i\mathbf{q}_\perp \rho} = \exp\left(-i\frac{L}{2p}\Delta_\perp\right) e^{i\mathbf{q}_\perp \rho}. \quad (3.10)$$

Таким образом, действие оператора $\exp(-iL\Delta_\perp/2p)$ в (3.7) можно путем интегрирования по ρ по частям перенести с множителя $\exp(i\mathbf{q}\rho)$ на множитель $f \exp(i\chi)$ и получить

$$f = -\frac{ip'_z}{2\pi} \int d^2\rho e^{i\mathbf{q}_\perp \rho} \left\{ \exp\left(-i\frac{L}{2p}\Delta_\perp\right) \left[f(\rho, L) e^{i\chi(\rho, L)} \right] - 1 \right\}. \quad (3.11)$$

Наша задача теперь будет заключаться в нахождении действия оператора $\exp(-iL\Delta_\perp/2p)$ на подынтегральную функцию (3.11). Причем все вычисления мы должны проводить с той же точностью, что и точность определения входящих в (3.11) величин χ и f .

4. ПЕРВАЯ ПОПРАВКА К ЭЙКОНАЛЬНОЙ АМПЛИТУДЕ РАССЕЯНИЯ

Определим действие оператора $\exp(-iL\Delta_{\perp}/2p)$ на входящую в (3.11) функцию $f \exp(i\chi)$. С этой целью введем параметр λ и зависящую от него функцию

$$\Phi(\lambda) = \exp\left(-i\lambda \frac{L\Delta_{\perp}}{2p}\right) [f e^{i\chi}]. \quad (4.1)$$

Тогда интересующее нас выражение под знаком интеграла (3.11) будет соответствовать значению функции $\Phi(\lambda)$ при $\lambda = 1$.

Легко проверить, что $\Phi(\lambda)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = -i \frac{L}{2p} \Delta_{\perp} \Phi \quad (4.2)$$

и начальному условию

$$\Phi(0) = f(\boldsymbol{\rho}, L) e^{i\chi(\boldsymbol{\rho}, L)}. \quad (4.3)$$

Волновая функция (3.1) была найдена в квазиклассическом приближении с последующим разложением показателя экспоненты и предэкспоненциального множителя по обратным степеням импульса частицы. По этой причине и действие оператора $\exp(-i\lambda L\Delta_{\perp}/2p)$ на эту функцию необходимо определить в том же приближении. Поэтому решение уравнения (4.2) мы будем искать в виде

$$\Phi = \varphi e^{i\sigma}, \quad (4.4)$$

где функции φ и σ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda} \sigma &= \frac{L}{2p} (\nabla_{\perp} \sigma)^2, \\ \frac{\partial}{\partial \lambda} \varphi &= \frac{L}{2p} (2(\nabla_{\perp} \sigma)(\nabla_{\perp} \varphi) + \varphi \Delta_{\perp} \sigma - i \Delta_{\perp} \varphi). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Входящие в (3.11) функции χ и f определены с точностью до членов, пропорциональных p^{-1} , поэтому и решения уравнений (4.5) необходимо искать с той же точностью. Легко убедиться, что с указанной точностью решение, удовлетворяющее условию (4.3), имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma(\lambda) &= \chi_0 + \chi_1 + \lambda \frac{L}{2p} (\nabla_{\perp} \chi_0)^2 + O(p^{-2}), \\ \varphi(\lambda) &= 1 + f_1 + \lambda \frac{L}{2p} \Delta_{\perp} \chi_0 + O(p^{-2}). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Выполнив в χ_1 и f_1 интегрирование по z по частям, можно выделить линейные по L слагаемые:

$$\begin{aligned} \chi_1(\boldsymbol{\rho}, L) &= -\frac{L}{2p} (\nabla_{\perp} \chi_0)^2 + \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^L dz' \left[z' \frac{\partial}{\partial z'} (\nabla_{\perp} \chi_0)^2 + \frac{1-v^2}{v^2} U^2 \right], \\ f_1(\boldsymbol{\rho}, L) &= -\frac{L}{2p} \Delta_{\perp} \chi_0 + \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^L dz' z' \frac{\partial}{\partial z'} \Delta_{\perp} \chi_0, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где $\nabla_{\perp} = \partial/\partial \rho$. Слагаемое в f_1 , содержащее

$$\int_{-\infty}^L dz \left(\frac{\partial^2 \chi_0}{\partial z^2} \right),$$

опущено, т.к. предполагается, что $U(\rho, L) \cong 0$. По этой же причине верхние пределы входящих в (4.7) интегралов можно положить равными $L = +\infty$.

Подставляя теперь (4.7) в (4.6) и замечая, что при $\lambda = 1$ слагаемые в $\sigma(\lambda)$ и $f(\lambda)$, содержащие линейные по L члены, исчезают, получим, что

$$\begin{aligned} \sigma(1) &= \chi_0(\rho) + \chi_1(\rho), \\ \varphi(1) &= 1 - \frac{1}{2pv} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dz z U(\rho, z), \end{aligned} \quad (4.8)$$

где

$$\begin{aligned} \chi_0(\rho) &= -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^{\infty} dz U(\rho, z), \\ \chi_1(\rho) &= \frac{1}{pv^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left[z \nabla_{\perp} U(\rho, z) \nabla_{\perp} \int_{-\infty}^z dz' U(\rho, z') - \frac{1-v^2}{2} U^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Подставляя найденные выражения для функций σ и φ в (3.11), приходим к следующему выражению для амплитуды рассеяния:

$$f(\mathbf{n}') = -\frac{ip'_z}{2\pi} \int d^2 \rho e^{i\mathbf{q}\rho} \left[\varphi(1) e^{i(\chi_0(\rho) + \chi_1(\rho))} - 1 \right]. \quad (4.10)$$

Для потенциала $U(\rho, z)$, симметричного по z , т.е. $U(\rho, -z) = U(\rho, z)$, второе слагаемое в формуле (4.8) для $\varphi(1)$ исчезает и $\varphi(1) = 1$.

Формула (4.10) совпадает с соответствующей формулой работы [3], полученной путем суммирования бесконечного ряда для амплитуды рассеяния, который получается при действии оператора $\exp(iz\Delta_{\perp}/2p)$ на подынтегральную функцию. В [3] использовалось разложение этого оператора в ряд Тейлора. В нашей работе для вывода формулы (4.10) применен метод, позволяющий избежать суммирования каких-либо бесконечных рядов.

Для центрально-симметричного потенциала, когда функция U зависит только от модуля расстояния $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$, формула (4.10) и входящая в нее поправка $\chi_1(\rho)$ могут быть записаны в виде

$$f = -ip_z \int_0^{\infty} \rho d\rho J_0(q\rho) (e^{i(\chi_0(\rho) + \chi_1(\rho))} - 1), \quad (4.11)$$

$$\chi_1(\rho) = -\frac{1}{2pv^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left((1-v^2) + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) U^2(\sqrt{\rho^2 + z^2}). \quad (4.12)$$

Действительно, замечая, что для центрально-симметричного потенциала

$$\frac{\partial}{\partial \rho} U = \frac{\rho}{z} \frac{\partial}{\partial z} U,$$

мы получим после интегрирования в (4.9) по z по частям выражение (4.12) для $\chi_1(\rho)$. При этом для нерелятивистской частицы формула (4.12) переходит в формулу (3.2) работы [3], найденную на основе суммирования бесконечного ряда эйконального разложения амплитуды рассеяния.

Формула (4.10) выведена без использования каких-либо симметричных свойств внешнего поля. Это позволяет использовать амплитуду рассеяния (4.10) для анализа рассеяния частиц в полях, значительно отличающихся от центрально-симметричных, таких как поле цепочки атомов кристалла и поле совокупности атомов тонкой аморфной мишени.

Изложенный метод может быть использован для вычисления и следующих поправок к эйкональной амплитуде рассеяния (слагаемых в фазе рассеяния, пропорциональных p^{-2}). Этот метод может быть обобщен также на случай рассеяния во внешнем поле спинорной частицы.

Список литературы

- [1] *R. J. Glauber*. High Energy Collision. In: Lectures in Theoretical Physics. V. 1. Eds W. E. Britten and L. G. Dunham. N. Y.: Interscience, 1959. P. 75.
- [2] *Р. Ньютон*. Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969.
- [3] *S. J. Wallace*. Ann. Phys. 1973. V. 78. P. 190.
- [4] *H. M. Fried*. Basics of Functional Methods and Eiconal Models. Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1990.
- [5] *А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга*. Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: Наука, 1993.
- [6] *A. I. Akhiezer, N. F. Shul'ga*. Phys. Rep. 1993. V. 234. P. 297.
- [7] *R. Blankenbecler, S. D. Drell*. Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 6265.
- [8] *D. S. Saxon, L. I. Schiff*. Nuovo Cimento. 1957. V. 6. P. 614.
- [9] *А. Г. Сутенко*. УФЖ. 1959. Т. 4. С. 152.
- [10] *A. Baker*. Phys. Rev. D. 1972. V. 6. P. 3462.
- [11] *S. J. Wallace*. Phys. Rev. D. 1973. V. 8. P. 1934.
- [12] *A. Baker*. Phys. Rev. D. 1973. V. 8. P. 1937.
- [13] *А. И. Ахиезер, В. Ф. Болдышев, Н. Ф. Шульга*. ТМФ. 1975. Т. 23. С. 11; ЭЧАЯ. 1979. Т. 10. С. 52.

Поступила в редакцию 3.XI.1997 г.