Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. Бекки, Тождества Славнова–Тейлора и Уорда
в теории электрослабых взаимодействий, *ТМФ*, 2015,
том 182, номер 1, 65–75

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8732>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.127.20

26 апреля 2023 г., 17:06:42

© 2015 г.

К. Бекки*

ТОЖДЕСТВА СЛАВНОВА–ТЕЙЛОРА И УОРДА В ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

В рамках теории электрослабых взаимодействий обсуждается класс калибровок, подходящих для вычисления электромагнитных процессов. В частности, показано, что в калибровках из указанного класса наряду с фундаментальными тождествами Славнова–Тейлора, гарантирующими независимость физических результатов выбора калибровки, имеются также стандартные тождества Уорда в квантовой электродинамике, которые, как хорошо известно, играют важнейшую роль в вычислении электромагнитных процессов, в частности при анализе электромагнитных радиационных поправок.

Ключевые слова: электрослабая теория, тождества Славнова–Тейлора, тождества Уорда, нелинейные ξ -калибровки, ренормализация.

DOI: 10.4213/tmf8732

Работа написана по случаю семидесятипятилетия Андрея Славнова

1. ВВЕДЕНИЕ

Старшекурсники, изучающие физику элементарных частиц, знают, что основной целью теории электрослабых взаимодействий является унитаризация теории слабых взаимодействий Ферми. В основе этого лежит введение промежуточных векторных бозонов, которые должны быть заряженными, а следовательно, взаимодействовать с электромагнитным полем, и массивными, поскольку из спектров бета-распада следует, что взаимодействие Ферми является короткодействующим. Теория электрослабых взаимодействий основывается на этой динамической схеме, которая реализуется в рамках перенормируемых взаимодействий, тем самым гарантируя пертурбативную унитарность. Теория основана на модели Янга–Миллса неабелевых калибровочных взаимодействий, пертурбативная согласованность которых с массивными векторными бозонами была доказана в 1963–1967 гг. при условии, что существует новая нейтральная скалярная частица, названная частицей Хиггса. Открытия нейтральных слабых токов, а затем промежуточных массивных векторных бозонов и совсем недавно частицы Хиггса подвели под теорию электрослабых взаимодействий самую солидную основу [1].

*Università di Genova, Dipartimento di Fisica and I.N.F.N. Sezione di Genova, Genova, Italy.
E-mail: becchi@ge.infn.it

Выше мы очень кратко описали суть теории электрослабых взаимодействий; при этом имеются базовые технические аспекты теории, которые в меньшей степени известны студентам университетов, которые, однако, весьма существенны для ее согласованности. Действительно, в рамках лоренц-инвариантного подхода перенормируемость теории требует введения, наряду с новыми физическими частицами, нефизических частиц, связанных с полями, или, точнее, с компонентами полей, обусловленных симметриями, или, другими словами, соотношениями унитарности. Среди этих полей имеются скалярные компоненты векторных бозонов, обусловленные явной лоренцевой инвариантностью, три компонента поля Хиггса, требуемые слабой изотопической инвариантностью, и, что менее тривиально, духи Фаддеева–Попова, которые должны компенсировать вклады других нефизических полей в соотношения унитарности.

Техническая проблема, связанная с нефизической частью теории, заключается в отсутствии единственности построения. Отказавшись от явной лоренцевой инвариантности, можно было бы избежать введения скалярных компонент векторных полей, а также уменьшить влияние других нефизических полей. Однако нам нужно гарантировать лоренцеву инвариантность физических результатов, что далеко не тривиально. Отсутствие единственности также имеет место в фейнмановской квантовой электродинамике (КЭД), однако, по крайней мере в обычно рассматриваемом случае линейных калибровок, сохранение электромагнитного тока, являющееся физическим свойством, гарантирует, что скалярная компонента электромагнитного векторного потенциала является свободным полем, и поэтому ее можно не принимать во внимание, хотя она и появляется в лагранжиане теории. На квантовом уровне это явно выражается в хорошо известных КЭД-тождествах Уорда. Тождества Уорда играют важнейшую роль в исследованиях электромагнитных процессов, а также в вычислениях реальных и виртуальных радиационных поправок, например при доказательстве их факторизации [2].

Поскольку слабый векторный бозон является заряженным, теория электрослабых взаимодействий представляет собой неабелеву калибровочную теорию. Отсюда следует, что в явно лоренц-инвариантном подходе скалярные компоненты векторных бозонов больше не являются свободными полями, а их взаимодействия зависят от выбора калибровки. 'т Хофт [3] предложил, а Славнов [4] и Тейлор [5] полностью осознали, что выполнение условий унитарности и независимость результатов от выбора калибровки опирается на точное соотношение между динамиками компонент нефизических полей и духов Фаддеева–Попова. Соотношения Славнова–Тейлора представляют собой основное свойство неабелевых калибровочных теорий и, по существу, решают проблемы унитарности и независимости от калибровки.

Не стоит, однако, забывать, что в начале шестидесятых годов, когда энергия 50 ГэВ в системе центра масс была технически недостижима, наиболее насущной проблемой было вычисление электромагнитных радиационных поправок для слабых процессов. С точки зрения этой, отчасти устаревшей задачи важно обратиться к КЭД-тождествам Уорда, которые, впрочем, не выполняются, если теория квантуется с наиболее часто используемыми калибровками. Совсем недавно вычисление высокоэнергетических электромагнитных процессов, таких как распад бозона Хиггса на две гамма-частицы [6], показало преимущества схем, удовлетворяющих

КЭД-тождествам Уорда [7], [1]. Цель настоящей работы – представить семейство калибровок, которые гарантируют выполнение как тождеств Славнова–Тейлора, так и КЭД-тождеств Уорда.

Стоит упомянуть альтернативную возможность использования фоновых калибровок. В присутствии фоновых калибровочных полей можно потребовать, чтобы теория была инвариантна относительно калибровочных преобразований фоновых полей. Известно, что это гарантирует, что амплитуды переходов, включающие калибровочные поля, удовлетворяют неабелеву обобщению КЭД-тождеств Уорда. Ясный пример преимуществ такой процедуры предложили Шифман с соавторами [7] для однопетлевого вычисления распада бозона Хиггса на две гамма-частицы, где фотоны появляются только в конечном состоянии. Мы имеем в виду другое, поскольку хотим воспользоваться КЭД-тождествами Уорда и в случае виртуальных фотонов. При вычислении радиационных поправок для сечений рассеяния процессы для виртуальных и реальных фотонов смешиваются.

Поэтому наша цель состоит в построении плотности лагранжиана, инвариантной относительно электромагнитных калибровочных преобразований, за исключением фейнмановского калибровочного члена. В стандартных подходах член, фиксирующий калибровку, вообще говоря, нарушает каждую калибровочную инвариантность, однако можно сохранить электромагнитную калибровочную инвариантность, зафиксировав нефизические компоненты слабых промежуточных векторных бозонов $W^\pm$ и Z , используя электромагнитные ковариантные функции фиксации калибровки. Это следует из того факта, что БРСТ-оператор $\mathcal{S}$, который появляется при построении члена Фаддеева–Попова, преобразует электромагнитные ковариантные величины в электромагнитные ковариантные величины. Остается свобода в выборе нефизических компонент электромагнитного векторного потенциала. Это можно сделать с помощью фейнмановского предписания, которое разделяет скалярную компоненту и векторный потенциал, если остальной лагранжиан сохраняет электромагнитную калибровочную инвариантность.

Настоящая работа чисто техническая. Действительно, полевой тензор, ассоциированный с безмассовой компонентой промежуточных векторных бозонов, не является физически хорошо определенной величиной; его матричные элементы зависят от выбора калибровки. Физически корректно определенное тензорное поле – это поле, построенное из абелевой компоненты калибровочных полей, являющейся смесью нейтральных компонент¹⁾. Однако в том, что касается низкоэнергетических электромагнитных эффектов, роль безмассовой компоненты становится преобладающей, и поэтому имеет смысл воспользоваться тождествами Уорда в КЭД для этих компонент.

Как мы увидим, ценой использования КЭД-тождеств Уорда является нелинейность функций фиксации калибровки $W_\pm$, которые принимают вид составных операторов из-за наличия электромагнитных ковариантных производных. Поэтому, в отличие от случая линейных калибровок, на параметры оказывают влияние пертурбативные поправки, в свою очередь подверженные перенормировочным предписаниям. Это должно относиться к коэффициентам всех возможных членов в выра-

¹⁾Если использовать обозначения из раздела 2, то тензор физического поля на классическом уровне отвечает величине $F^{\mu\nu} - \text{tg } \theta_W Z^{\mu\nu}$.

жении для функции фиксации калибровки. Возникает вопрос: насколько высокой является эта цена? Ответ зависит от цели вычислений. Если рассматриваются поправки высшего порядка по малым параметрам, которые могут понадобиться при точных вычислениях очень высокоэнергетического процесса, то эффекты от перенормировки калибровочного условия могут сделать всю схему неприемлемой. Однако если в то же время нужно учитывать низкоэнергетические электромагнитные радиационные поправки, то выбор нашей схемы может стать необходимостью. Если же исследовать однопетлевой слабый процесс, такой как распад бозона Хиггса на две гамма-частицы, то преимущества нашей схемы такие же, как и преимущества фонового метода, они состоят в резком уменьшении числа дающих вклад диаграмм.

2. ЛАГРАНЖИАН

Хотя лагранжиан и правила Фейнмана для теории электрослабого взаимодействия хорошо известны, по крайней мере в ограниченной калибровке 'т Хофта ($\xi = 1$), мы приведем полный лагранжиан в общей ξ -калибровке 'т Хофта, чтобы читатель мог сравнить наш подход с привычными схемами. Начнем с представления калибровочно-инвариантной части плотности лагранжиана стандартной модели с одним хиггсовым дублетом. Мы не будем принимать во внимание спинорные поля, поскольку в перенормируемом случае их динамические свойства не зависят от выбора калибровки.

Из-за особого значения, которое мы придаем электромагнитным взаимодействиям, обозначим через ∇ электромагнитную ковариантную производную, т. е. для каждого заряженного поля $\Phi_{\pm}$ определим

$$\nabla^{\mu}\Phi_{\pm} \equiv \partial^{\mu}\Phi_{\pm} \mp ieA^{\mu}\Phi_{\pm}. \quad (1)$$

Правила игры хорошо известны, но для полноты мы их здесь перечислим: g , g' и $\theta_W = \arctg(g'/g)$ – параметры, $e = g \sin \theta_W$ – элементарный электромагнитный заряд, $F^{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля; мы положили $Z^{\mu\nu} = \partial^{\mu}Z^{\nu} - \partial^{\nu}Z^{\mu}$.

Поле Хиггса включает дублетное скалярное поле с компонентами

$$\phi = \begin{pmatrix} G^+ \\ \frac{H + v + iG}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \phi^{\dagger} = \begin{pmatrix} G^- \\ \frac{H + v - iG}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

Лагранжиан теории представляет собой сумму калибровочно-инвариантной части и части, фиксирующей калибровку. Калибровочно-инвариантная часть представляет собой сумму двух слагаемых:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{V}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}, \quad (2)$$

где $\mathcal{L}_{\text{V}}$ – инвариантная часть лагранжиана калибровочного векторного бозона:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{V}} = & -\nabla_{\mu}W_{+\nu}\nabla_{\mu}W_{-\nu} + \nabla_{\mu}W_{+}^{\mu}\nabla_{\nu}W_{-}^{\nu} - \frac{1}{4}[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}] + \\ & + 2i[eF_{\mu\nu} + g \cos \theta_W Z_{\mu\nu}]W_{+}^{\mu}W_{-}^{\nu} + \\ & + ig \cos \theta_W Z_{\mu}[W_{-\nu}\nabla^{\mu}W_{+}^{\nu} - W_{+\nu}\nabla^{\mu}W_{-}^{\nu} + W_{-}^{\mu}\nabla \cdot W_{+} - W_{+}^{\mu}\nabla \cdot W_{-}] + \\ & + \frac{g^2}{2}[W_{+}^2W_{-}^2 - (W_{+} \cdot W_{-})^2 - \cos^2 \theta_W(Z^2(W_{+} \cdot W_{-}) - (Z \cdot W_{+})(Z \cdot W_{-}))], \quad (3) \end{aligned}$$

а $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$ – инвариантная часть лагранжиана Хиггса. Полагая $m_W = gv/2$, $m_Z = gv/2 \cos \theta_W$, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Higgs}} = & \frac{1}{2}[(\partial H)^2 + (\partial G)^2] + \nabla G_+ \cdot \nabla G_- - \frac{m_H^2}{2} \left[\left(H + \frac{H^2}{2v} \right)^2 + \right. \\ & + \frac{G_+ G_-}{v} \left(H + \frac{H^2}{2v} + \frac{G^2 + G_+ G_-}{v} \right) + \frac{G^2}{v} \left(H + \frac{H^2}{v} + \frac{G^2}{4v^2} \right) \Big] + \\ & + \left(m_W^2 W_+^\mu W_{\mu-} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z^\mu Z_\mu \right) \left(1 + \frac{H^2 + G^2}{v^2} + \frac{2H}{v} \right) + \\ & + \frac{g^2}{2} G_+ G_- \left[W_+ \cdot W_- + \frac{\cos^2 2\theta_W}{2 \cos^2 \theta_W} Z^2 \right] + \\ & + m_Z \left(\left(1 + \frac{H}{v} \right) \partial_\mu G - \frac{G}{v} \partial_\mu H \right) Z^\mu + i \frac{g \cos 2\theta_W}{2 \cos \theta_W} Z_\mu [G_- \nabla G_+ - G_+ \nabla G_-] - \\ & - \frac{e \operatorname{tg} \theta_W}{2} Z_\mu [(g(H + iG) + 2m_W) W_+^\mu G_- + (g(H - iG) + 2m_W) W_-^\mu G_+] + \\ & + \frac{ig}{2} [G_- W_{\mu+} \partial^\mu (H + iG) - G_+ W_{\mu-} \partial^\mu (H - iG)] + \\ & + im_W \left[\left(1 + \frac{H - iG}{v} \right) W_- \cdot \nabla G_+ - \left(1 + \frac{H + iG}{v} \right) W_+ \cdot \nabla G_- \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь следует отметить, что взаимодействия промежуточных бозонов W_+ и W_- с электромагнитным полем имеют различную природу. Имеются взаимодействия, индуцированные ковариантными производными, которые по существу одинаковы для всех заряженных полей независимо от их спина²⁾ и которые мы называем *электрическими* взаимодействиями. Однако во второй строке формулы (3) имеется слабое, пропорциональное тензору электромагнитного поля, которое типично для векторных полей и должно называться *магнитным* слагаемым.

Теперь мы должны фиксировать калибровку в лагранжиане. Выберем модифицированные функции ξ -калибровки 'т Хофта для промежуточных векторных бозонов в виде

$$\mathcal{G}_\pm = \nabla \cdot W_\pm \mp i\xi_W m_W G_\pm, \quad \mathcal{G}_Z = \partial \cdot Z - \xi_Z m_Z G, \quad \mathcal{G}_A = \partial \cdot A. \quad (5)$$

Новым является оператор ∇ , заменяющий обычную производную ∂ . Вводя поля-множители Лагранжа $b_\pm$, b_Z и b_A и соответствующие антидухи $\bar{c}_\pm$, $\bar{c}_Z$ и $\bar{c}_A$, получим фиксирующую калибровку часть лагранжиана:

$$\mathcal{L}_{\text{GF}} = \mathcal{S} \left[\bar{c}_- \left(\mathcal{G}_+ + \frac{\xi_W}{2} b_+ \right) + \bar{c}_+ \left(\mathcal{G}_- + \frac{\xi_W}{2} b_- \right) + \bar{c}_Z \left(\mathcal{G}_Z + \frac{\xi_Z b_Z}{2} \right) + \bar{c}_A \left(\mathcal{G}_A + \frac{\alpha b_A}{2} \right) \right], \quad (6)$$

²⁾В калибровке $\xi = 1$.

где действие БРСТ-оператора $\mathcal{S}$ имеет вид

$$\begin{aligned}
SW_{\pm}^{\mu} &= \nabla^{\mu} c_{\pm} \mp ig \cos \theta_W (Z^{\mu} c_{\pm} - W_{\pm}^{\mu} c_Z) \pm ie W_{\pm} c_A, \\
SZ^{\mu} &= \partial^{\mu} c_Z - ig \cos \theta_W (W_{+}^{\mu} c_{-} - W_{-}^{\mu} c_{+}), \\
SA^{\mu} &= \partial^{\mu} c_A - ie (W_{+}^{\mu} c_{-} - W_{-}^{\mu} c_{+}), \\
SH &= \frac{ig}{2} (c_{-} G_{+} - c_{+} G_{-}) + \frac{m_Z}{v} c_Z G, \\
SG &= \frac{g}{2} (c_{-} G_{+} + c_{+} G_{-}) - m_Z c_Z \left(1 + \frac{H}{v}\right), \\
SG_{\pm} &= im_W \left(1 + \frac{H \pm iG}{v}\right) c_{\pm} \pm i \left(\frac{g \cos 2\theta_W}{2 \cos \theta_W} c_Z + ec_A\right) G_{\pm}, \quad \mathcal{S} \bar{c}_i = b_i, \\
\mathcal{S} c_{\pm} &= \pm i (g \cos \theta_W + ec_A) c_{\pm}, \quad \mathcal{S} c_Z = ig \cos \theta_W c_{+} c_{-}, \quad \mathcal{S} c_A = iec_{+} c_{-}.
\end{aligned} \tag{7}$$

После интегрирования по полям-множителям b_i получаем

$$\mathcal{L}_{\text{GF}} = -\frac{1}{\xi_W} \mathcal{G}_{+} \mathcal{G}_{-} - \frac{1}{2\xi_Z} \mathcal{G}_Z^2 - \frac{1}{2\alpha} \mathcal{G}_A^2 - \bar{c}_{-} \mathcal{S} \mathcal{G}_{+} - \bar{c}_{+} \mathcal{S} \mathcal{G}_{-} - \bar{c}_Z \mathcal{S} \mathcal{G}_Z - \bar{c}_A \mathcal{S} \mathcal{G}_A, \tag{8}$$

что можно записать как сумму двух составляющих: бозонной части

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{GF-B}} &= -\frac{1}{\xi_W} \nabla \cdot W_{+} \nabla \cdot W_{-} - \xi_W m_W^2 G_{+} G_{-} + im_W (G_{+} \nabla \cdot W_{-} - G_{-} \nabla \cdot W_{+}) - \\
&\quad - \frac{1}{2\xi_Z} (\partial \cdot Z)^2 - \frac{\xi_Z m_Z^2}{2} G^2 + m_Z G \partial \cdot Z - \frac{1}{2\alpha} (\partial \cdot A)^2
\end{aligned} \tag{9}$$

и части Фаддеева–Попова

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{GF-FP}} &= -\bar{c}_{-} \left[\nabla^2 c_{+} + \xi_W m_W^2 \left(1 + \frac{H + iG}{v}\right) c_{+} + e^2 (W_{+} \cdot W_{-} c_{+} - W_{+}^2 c_{-}) + \right. \\
&\quad + iec_A \nabla \cdot W_{+} + ig \cos \theta_W \nabla \cdot (W_{+} c_Z - Z c_{+}) + \\
&\quad + \xi_W m_W G_{+} \left(\frac{g \cos 2\theta_W}{\cos \theta_W} c_Z + ec_A \right) \left. \right] + \text{э.с.} - \\
&\quad - \bar{c}_Z \left[\partial^2 c_Z - ig \cos \theta_W \partial \cdot (W_{+} c_{-} - W_{-} c_{+}) + \xi_Z m_Z^2 \left(1 + \frac{H}{v}\right) c_Z - \right. \\
&\quad \left. - \frac{g}{2} \xi_Z m_Z (G_{+} c_{-} + G_{-} c_{+}) \right] - \bar{c}_A [\partial^2 c_A - ie \partial \cdot (W_{+} c_{-} - W_{-} c_{+})],
\end{aligned} \tag{10}$$

где через э.с. обозначены эрмитово-сопряженные слагаемые.

Следствием такого выбора является потеря линейности калибровочных функций $\mathcal{G}_{\pm}$, что следует из замены обычных производных на ковариантные. Это приводит к систематическому появлению ковариантных производных без всякого изменения в $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$. Наоборот, в $\mathcal{L}_{\text{GF-FP}}$ появляются новые взаимодействия типа “ $\bar{c} W^2 c$ ” как типичное следствие упомянутой нелинейности.

Заметим, что такой выбор калибровки, помимо того что позволяет избежать смешивания векторного и голдстоуновского бозонов в свободном лагранжиане (для чего и выбиралась калибровка ’т Хофта), исключает взаимные переходы этих бозонов,

индуцированные электромагнитными взаимодействиями. Это является основным следствием нашего выбора.

Для полноты приведем также пропагаторы, которые сохраняют обычный вид пропагаторов в ξ -калибровке, т. е. для векторного бозона они имеют вид

$$\Delta_V^{\mu\nu}(k) = \frac{g^{\mu\nu} + ((\xi_V - 1)/(k^2 - \xi_V m_V^2 + i\epsilon))k^\mu k^\nu}{k^2 - m_V^2 + i\epsilon}, \quad V = \gamma, W, Z, \quad (11)$$

где $m_\gamma = 0$, $\xi_A = \alpha$, в то время как пропагаторы скалярного поля имеют вид

$$\Delta_s(k^2) = \frac{1}{m_s^2 - k^2 - i\epsilon}, \quad (12)$$

где $m_{G^\pm} = m_{e^\pm} = \sqrt{\xi_W} m_W$, $m_G = m_{c^z} = \sqrt{\xi_Z} m_Z$, $m_{c^a} = 0$.

3. ПЕРЕНОРМИРОВКА

Мы завершили анализ нового классического лагранжиана в фиксированной калибровке. Осталось обсудить, как изменяются правила перенормировки. Напомним, что в случае линейных калибровок на перенормированную теорию налагается требование, что она должна удовлетворять тождествам Славнова–Тейлора. Их удобно записать в виде, предложенном Руэ и Стора [8], [9], как линейное функциональное дифференциальное уравнение для производящей функции связанных функций Грина. Те же уравнения Славнова–Тейлора становятся билинейными функциональными дифференциальными уравнениями первого порядка для производящей функции собственных одночастично-неприводимых функций Грина [9].

Другое семейство связей, типичное для линейных калибровок, дается уравнениями полей-множителей и антидухов [10]. На эти уравнения, соответствующие линейным функциональным дифференциальным уравнениям первого порядка для производящей функции как связанных, так и собственных функций Грина, не влияют перенормировочные поправки; при этом они приводят к ограничениям на параметры в фиксирующей калибровке части лагранжиана. Остается перенормировать калибровочно-инвариантную часть. Это делается с помощью перенормировок поля, массы и константы взаимодействия.

Если же, наоборот, задающая калибровку функция нелинейна по квантованным полям, то параметры фиксации калибровки не защищены от пертурбативных поправок, поэтому для завершения процедуры требуются дополнительные условия. Другими словами, функции, фиксирующие калибровку, являются составными операторами, которые требуют предписаний для перенормировки. В нашем случае калибровочные функции для нейтральных векторных полей являются линейными, и поэтому соответствующие параметры не перенормируются. Напротив, калибровочные функции для заряженного поля нелинейны по квантованному полю из-за введения электромагнитных ковариантных производных, поэтому соответствующие параметры должны перенормироваться. Например, имеются расходящиеся поправки к продольной части двухточечной функции полей $W_\pm$, которые следует вычесть путем перенормировочного предписания. Перенормировка продольной части этой двухточечной функции представляет собой главный шаг в процедуре фиксации калибровки.

Более того, при нашем выборе калибровки пертурбативные поправки индуцируют новые члены в калибровочных функциях $\mathcal{G}_\pm$. В нашем случае пертурбативные поправки индуцируют четыре новых члена в $\mathcal{G}_\pm$:

$$\alpha Z \cdot W_\pm + (\eta G \pm i\zeta H)G_\pm \pm i\bar{c}_\pm(\lambda c_A + \sigma c_Z), \quad (13)$$

где предполагается СР-инвариантность, которая слабо нарушается фермионными поправками, η , ζ , λ и σ – вещественные параметры, которые нужно фиксировать с помощью правил перенормировки. Заметим, что дополнительные духовые-анти-духовые члены, которые должны были бы возникнуть по соображениям подсчета индекса и в силу сохранения заряда, исключаются полевыми уравнениями для нейтральных антидухов.

Приведенное выше замечание означает, что в процедуре перенормировки следует учитывать еще больше членов, чем имеется в уравнениях (3), (4), (9) и (10). Это новые члены в $\mathcal{L}_{\text{GF-B}}$:

$$\begin{aligned} \xi_W \delta \mathcal{L}_{\text{GF-B}} = & -(\eta^2 G^2 + \zeta^2 H^2 - 2\zeta \xi_W m_W H)G_+ G_- + \eta G(\nabla G_+ \cdot W_- + \nabla G_- \cdot W_+) + \\ & + \eta(\partial G - \alpha G Z) \cdot (G_+ W_- + G_- W_+) + i\zeta H(\nabla G_+ \cdot W_- - \nabla G_- \cdot W_+) + \\ & + i[\zeta \partial H - \alpha(\zeta H - \xi_W m_W)Z] \cdot (G_+ W_- - G_- W_+) - \alpha^2 Z \cdot W_+ Z \cdot W_- - \\ & - \alpha(Z \cdot W_+ \nabla \cdot W_- + Z \cdot W_- \nabla \cdot W_+). \end{aligned} \quad (14)$$

Сравнивая эту формулу с (3) и (4), отметим, что каждый отдельный член в сумме также присутствует в хиггсовской части инвариантного лагранжиана, т. е. в $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$. Поэтому мы видим, что при нашем выборе калибровки коэффициенты этих членов в $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$ приобретают явную зависимость от калибровки. Это не нарушает тождества Славнова–Тейлора.

Новые члены также появляются в части Фаддеева–Попова лагранжиана:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L}_{\text{GF-FP}} = & \bar{c}_- \left[m_W(\zeta H - i\eta G)c_+ + (\eta m_Z - 2\sigma m_W)G_+ c_Z - 2m_W \lambda G_+ c_A - \alpha W_+ \cdot \partial c_Z + \right. \\ & + \frac{2i}{\xi_W} \nabla \cdot W_+(\lambda c_A + \sigma c_Z) + i g \alpha \cos \theta_W (W_+^2 c_- - W_+ \cdot W_- c_+) - \alpha Z \cdot \nabla c_+ + \\ & + \frac{g}{2} \zeta H^2 c_+ + i \alpha g \cos \theta_W Z^2 c_+ - i \alpha W_+ \cdot Z \left(\left(g \cos \theta_W + \frac{\sigma}{\xi_W} \right) c_Z + \left(e + \frac{\lambda}{\xi} \right) c_A \right) + \\ & + \frac{g}{2} (\zeta - \eta) G_+^2 c_- + \left(e - \frac{2\lambda}{\xi_W} \right) (\zeta H - i\eta G) G_+ c_A + \\ & + \frac{g}{2} (\eta G^2 + i(\zeta - \eta) H G - (\zeta + \eta) G_+ G_-) c_+ - \\ & - \left(\frac{g}{2 \cos \theta_W} (\eta + \cos 2\theta_W \zeta) + \frac{2\zeta \sigma}{\xi_W} \right) H G_+ c_Z + \\ & + i \left(\frac{g}{2 \cos \theta_W} (\zeta + \cos 2\theta_W \eta) + \frac{2\eta \sigma}{\xi_W} \right) G G_+ c_Z \Big] + \text{э.с.} + \\ & + 2(\lambda e + \sigma g \cos \theta_W) \bar{c}_+ \bar{c}_- c_+ c_- . \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь члены в первых двух строках в правой части модифицируют коэффициенты при тех же членах в $\mathcal{L}_{\text{GF-FP}}$, а оставшиеся члены относятся к новым четырехполевым взаимодействиям. Заметим, что среди этих новых четырехполевых взаимодействий только стоящие в третьей строке в правой части и их эрмитово-сопряженные включают два физических поля, в то время как другие взаимодействия включают по крайней мере три нефизических поля.

Таким образом, рассматривая эффекты перенормировки нелинейных калибровочных функций $\mathcal{G}_{\pm}$, мы видим, что высшие петлевые поправки помимо того, что они влияют на коэффициенты при $\mathcal{L}_V$, $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$, $\mathcal{L}_{\text{GF}}$ и $\mathcal{L}_{\text{GF-FP}}$ и тем самым индуцируют высшие петлевые поправки к коэффициентам соответствующих диаграмм, порождают новые диаграммы посредством упомянутых выше новых четырехполевых вершин. Вклады новых диаграмм в физические амплитуды не появляются до третьего петлевого порядка, за исключением тех, которые входят в третью строку правой части формулы (15). Действительно, диаграммы должны содержать по крайней мере две петли нефизических частиц и одну константу взаимодействия, индуцированную однопетлевыми поправками. Напротив, эффекты первых петлевых поправок можно предвидеть для двух петель в таких процессах, как упругое рассеяние бозона Хиггса на фотонах или на W - и Z -бозонах.

Это завершает список недостатков нашей схемы перенормировки, обусловленных выбором калибровочной инвариантности в электромагнитном секторе. Тем не менее должно быть ясно, что если выбрать на классическом уровне $\xi_V \equiv 1$ и $\eta = \zeta = 0$, то правила Фейнмана существенно упростятся, как обсуждалось выше, только вычисление высших петлевых поправок к амплитудам перехода приводит к членам, появляющимся в формулах (14) и (15).

Говоря о преимуществах нашей схемы, отметим, что они являются следствием КЭД-тождеств Уорда и выбора ξ -калибровки. Содержание КЭД-тождеств Уорда состоит в инвариантности производящей функции собственных функций Грина относительно электромагнитных калибровочных преобразований, которая учитывает вклад всех петлевых диаграмм и поэтому играет важную роль в эффективном действии теории, лишенной фейнмановского калибровочного члена. Если обозначить производящую функцию собственных функций Грина как $\Gamma[A_{\mu}, \Phi_{\pm}, \Phi_0]$, где используются коллективные обозначения $\Phi_{\pm}$ для заряженных и Φ_0 для нейтральных полей и источников (за исключением электромагнитного поля A), то мы получим функциональное дифференциальное уравнение³⁾

$$\partial_{\mu} \frac{\delta \Gamma}{\delta A_{\mu}(x)} - ie \sum \Phi_{+}(x) \frac{\delta \Gamma}{\delta \Phi_{+}(x)} + ie \sum \Phi_{-}(x) \frac{\delta \Gamma}{\delta \Phi_{-}(x)} = \frac{1}{\alpha} \partial^2 (\partial \cdot A(x)), \quad (16)$$

где член в правой части есть вариация фейнмановского калибровочного члена. Первым следствием этого уравнения является отсутствие перенормировки зарядов полей, которые явно появляются в тождестве (примерно как и для параметра α). То же самое свойство отсутствия перенормировки можно доказать и в рамках линейных калибровок, но с использованием существенно менее прямых аргументов [10].

³⁾ Которое согласуется с тождеством Славнова–Тейлора с дополнительной связью, обусловленной уравнением для поля электромагнитного духа.

Теперь посмотрим, как в нашей схеме модифицируются фейнмановские диаграммы. Как уже отмечалось при обсуждении формул (3) и (4), среди электромагнитных взаимодействий заряженных полей мы выделили так называемые электрические и магнитные взаимодействия, которые не прерывают линии заряженных полей; то же верно и для взаимодействий вида $AZ\Phi_+\Phi_-$, появляющихся в третьей строке формулы (3) и в пятой строке формулы (4). Вершины, соответствующие этим взаимодействиям, появляются в диаграммах как вершины, где соединяются два пропагатора одного и того же заряженного поля. Это подсказывает идею использования обобщенных пропагаторов заряженных частиц, представляющих собой цепочки пропагаторов одного и того же заряженного поля, соединяющиеся в указанных вершинах. Однако в последних трех строках формулы (4) и во второй, четвертой и пятой строках формулы (10) имеются члены, соответствующие взаимодействию и объединяющие различные обобщенные пропагаторы, например $W_\pm$ и $G_\pm$; соответствующие вершины представляют концы обобщенных пропагаторов.

Фейнмановские диаграммы, вносящие вклад в данный процесс, можно сгруппировать, если они отличаются только вставкой в них фотонных линий, число которых предполагается одним и тем же. Таким образом, группа диаграмм отождествляется по общему фрагменту, составленному из обобщенных и нейтральных пропагаторов частиц с фотонными линиями, соединяющими эти пропагаторы всеми возможными способами.

Сумма всех диаграмм, принадлежащих к одной и той же группе, дает однородный вклад в уравнение (16). Это, в частности, уменьшает степень расходимости суммы диаграмм данной группы. Описанная выше диаграммная структура показывает, что наш выбор значительно уменьшает число диаграмм для групп. Действительно, в линейных ξ -калибровках имеются три линии электромагнитных вершин, соединяющих пропагаторы различных заряженных частиц, которые не появляются в нашей схеме. В примере распада бозона Хиггса на два фотона это уменьшение числа диаграмм становится явным.

И, наконец, что не менее важно, мы уже упоминали ключевую роль КЭД-тождеств Уорда в анализе низкоэнергетических электромагнитных радиационных поправок к физическим процессам. В этом вопросе, однако, следует учитывать, что, как хорошо известно [2], по крайней мере в главном порядке по $\ln(\Delta E/E)$, где ΔE – разрешение электромагнитного детектора по энергии, а E – энергия процесса, радиационные поправки соответствуют характерным множителям, на которые умножаются сечения рассеяния жестких процессов и которые зависят от энергии, по которой фотоны делятся на жесткие и мягкие. Сечения рассеяния жестких процессов при этом не зависят от калибровки, потому естественно вычислить их при простейшем возможном выборе калибровки. Остается вычислить множители, отвечающие радиационным поправкам, которые зависят от природы исходных и конечных заряженных частиц. Они, как правило, представляют собой заряженные спиноры, электромагнитное взаимодействие которых не зависит от выбора электрослабой калибровки. Таким образом, роль нашей схемы в вычислениях радиационных поправок в главном порядке сводится к гарантии обоснованности обычных вычислительных методов. Если рассматривать члены, следующие за главным порядком, то наша схема может играть и более важную роль.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За несколькими фундаментальными исключениями (например, ξ -калибровки Фейнмана и 'т Хофта, фоновые и некоторые нековариантные калибровки), анализ новых калибровочных условий зачастую имеет всего лишь академический интерес. В настоящей работе, написанной по случаю семидесятилетия Андрея Славнова с целью прояснить вопрос о взаимосвязи между главным достижением Андрея – тождествами Славнова–Тейлора – и старыми тождествами Уорда в КЭД, делается попытка показать, что электромагнитные ковариантные калибровки, мотивированные фоновыми калибровками, могут оказаться полезны.

Мы постарались честно перечислить все недостатки предложенного метода; в основном они связаны с перенормировочными эффектами нелинейных калибровок, которые быстро растут с ростом слабого пертурбативного порядка вычислений. КЭД-тождества Уорда представляют собой основной источник преимуществ данного метода над более стандартными выборами. Эти преимущества в основном проявляются при вычислении электромагнитных процессов. Обычно обнаруживается уменьшение ультрафиолетовых степеней диаграмм, а также их числа. Разумеется, особую роль наш метод играет при вычислении электромагнитных радиационных поправок.

В заключение отметим, что некоторые частные калибровки, относящиеся к описанному выше классу, использовались в работах [11].

Благодарности. Автор благодарит С. Иноуэ за помощь.

Список литературы

- [1] C. M. Becchi, G. Ridolfi, *An Introduction to Relativistic Processes and the Standard Model of Electroweak Interactions*, Springer Internat. Publ., Switzerland, 2014.
- [2] D. R. Yennie, S. C. Frautschi, H. Suura, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **13**:3 (1961), 379–452.
- [3] G. 't Hooft, *Nucl. Phys. B*, **33**:1 (1971), 173–199.
- [4] A. A. Славнов, *ТМФ*, **10**:2 (1972), 153–161; A. A. Slavnov, *Scholarpedia*, **3**:10 (2008), 7119.
- [5] J. C. Taylor, *Nucl. Phys. B*, **33**:2 (1971), 436–444.
- [6] J. R. Ellis, M. K. Gaillard, D. V. Nanopoulos, *Nucl. Phys. B*, **106** (1976), 292–340.
- [7] А. И. Вайнштейн, М. Б. Волошин, В. И. Захаров, В. А. Шифман, *ЯФ*, **30** (1979), 1368–1378.
- [8] A. Rouet, R. Stora, “Models with renormalizable Lagrangians: Perturbative approach to symmetry breaking”, *Enseignement du troisième cycle de la Physique en Suisse Romande*, Universities of Geneva, Lausanne, 1973.
- [9] К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер, *Квантовая теория поля*, Мир, М., 1984; J. Zinn-Justin, *Scholarpedia*, **4**:1 (2009), 7120.
- [10] G. Bandelloni, C. Becchi, A. Blasi, R. Collina, *Ann. Inst. Henry Poincaré Sect. A (N. S.)*, **28**:3 (1978), 255–285.
- [11] K. Fujikawa, *Phys. Rev. D*, **7**:2 (1973), 393–398; M. Bacé, N. D. Hari Dass, *Ann. Phys.*, **94**:2 (1975), 349–373; B. W. Lee, R. E. Shrock, *Phys. Rev. D*, **16**:5 (1977), 1444–1473; M. B. Gavela, G. Girardi, C. Malleville, P. Sorba, *Nucl. Phys. B*, **193**:1 (1981), 257–268; N. G. Deshpande, M. Nazerimonfared, *Nucl. Phys. B*, **213**:3 (1983), 390–408; F. Boudjema, *Phys. Lett. B*, **187**:3–4 (1987), 362–366; A. Denner, S. Dittmaier, R. Schuster, *Nucl. Phys. B*, **452**:1 (1995), 80–108, arXiv: hep-ph/9503442.