Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. С. Афонин, Спектр мезонов в феноменологическом
АдС/КХД-подходе, *ТМФ*, 2015, том 184, номер 3, 418–
426

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8898>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.209.158.208

26 апреля 2023 г., 17:33:26

© 2015 г.

С. С. Афонин*

СПЕКТР МЕЗОНОВ В ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ АдС/КХД-ПОДХОДЕ

Дан краткий обзор технических аспектов вычисления спектра мезонов в феноменологическом АдС/КХД-подходе на примере модели с мягкой стенкой и некоторых ее обобщений. При этом особый акцент сделан на связи результатов с экспериментальными данными по легким мезонам.

Ключевые слова: голографический подход, КХД, легкие мезоны.

DOI: 10.4213/tmf8898

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы многочисленные попытки применить идеи АдС/КТП-соответствия [1]–[4] к квантовой хромодинамике (КХД) сформировали быстро развивающуюся область исследований в современной теории поля и феноменологии. Основные усилия сосредоточены на описании спектров адронов и глюоболов, нарушении киральной симметрии и на связанной с этим феноменологии (см., например, обзор [5]). Нужно отметить, однако, что в настоящее время область приложений данного подхода гораздо шире. В рамках голографических методов возник интересный язык, позволяющий на единой основе обсуждать различные подходы к моделированию спектральных характеристик легких адронов [5], тяжелых кваркониев [6] и изучению адронных формфакторов [7], фазовой диаграммы КХД [8], [9], связи с КХД на световом фронте [10] и других феноменологических аспектов, которые ранее были предметами исследований для специалистов разных направлений.

С помощью “боттом-ап” голографических моделей делаются попытки описывать непертурбативную динамику сильных взаимодействий в терминах пробной квазиклассической пятимерной теории. Первые версии “боттом-ап” моделей, описывающих спектр мезонов и нарушение киральной симметрии, – так называемые модели с жесткой стенкой [11], [12] – давали неправильные предсказания относительно поведения спектра радиально возбужденных мезонов ($m_n \sim n$ вместо струноподобного

* Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: afonin24@mail.ru

поведения $m_n^2 \sim n$, ожидаемого в феноменологии [13]–[15]) и для непертурбативных поправок к лидирующему партонному логарифму двухточечных корреляционных функций (экспоненциальные вместо ожидаемых полиномиальных поправок). Введение голографической модели с мягкой стенкой (МС-модели) [16] решило эти проблемы.

В настоящем обзоре дается краткое описание основных спектральных свойств МС-модели и некоторых ее обобщений на примере векторных и скалярных мезонов. Данный выбор обусловлен тем, что эти каналы, по-видимому, можно описать без привлечения зависящих от модели усложнений, связанных со спонтанным нарушением киральной симметрии.

2. ОБЩАЯ СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ “БОТТОМ-АП” ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В этом разделе мы кратко суммируем основные результаты голографических МС-моделей. Простейшее действие МС-модели, описывающей векторные мезоны, дается выражением

$$S = -\frac{c^2}{4} \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-az^2} F_{MN} F^{MN}, \quad (1)$$

где $F_{MN} = \partial_M V_N - \partial_N V_M$, $M = 0, 1, 2, 3, 4$ (в метрике знак минус перед пространственными компонентами), а c является нормировочной константой для поля V_M . Массовый масштаб вводится с помощью параметра a . Действие (1) определено в пятимерном пространстве анти-де Ситтера AdS_5 , метрика которого может быть записана следующим образом:

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} (dx_\mu dx^\mu - dz^2), \quad z > 0, \quad (2)$$

где R – радиус пространства AdS_5 , а z обозначает голографическую координату. Она имеет физический смысл обратного масштаба энергии. На границе пространства AdS_5 , $z = \epsilon \rightarrow 0$, поле V_M соответствует источнику оператора векторного кваркового тока в КХД, интерполирующего векторные мезоны, $V_M(x, \epsilon) \leftrightarrow \bar{q} \gamma_\mu q$ или $V_M(x, \epsilon) \leftrightarrow \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q$. Согласно предписаниям АДС/КТП-соответствия [3], [4] массы полей в дуальной теории, определенной в пространстве AdS_5 , фиксированы:

$$m_5^2 R^2 = (\Delta - J)(\Delta + J - 4), \quad (3)$$

где Δ означает каноническую размерность соответствующего оператора в четырехмерной теории поля, описывающего частицы со спином J , $J = 0, 1$. Далее мы положим $R = 1$. В рассматриваемом случае $\Delta = 3$. Эта каноническая размерность векторного тока ведет к безмассовости пятимерного поля V_M .

Действие (1) является чисто феноменологическим. Неизвестно, какая динамическая пятимерная модель ведет к фону e^{-az^2} в качестве решения пятимерных уравнений Эйнштейна. “Промежуточная” динамическая модель, ведущая к подобному фону, могла бы выглядеть следующим образом:

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} (\partial_M \varphi \partial^M \varphi - m^2 \varphi^2 + e^\varphi \mathcal{L}), \quad (4)$$

где $\mathcal{L}$ – плотность лагранжиана в пространстве AdS_5 . Если квадрат пятимерной массы m^2 поля дилатона φ принимает минимальное значение, разрешенное в AdS_5 , $m^2 = -4$ (граница стабильности Брайтенлонера–Фридмана [17]), то уравнение движения (см. ниже (26)) будет иметь решение $\varphi = -az^2$. Знак константы a не фиксирован.

Гипотеза АдС/КТП-соответствия дает практическую процедуру вычисления корреляционных функций в сильно связанных четырехмерных теориях поля [3], [4]. Все такие функции могут быть получены из порождающего функционала связных функций Грина $W_{4D}[\varphi_0(x)]$, которые зависят от источников $\varphi_0(x)$ операторов четырехмерной теории. Если пятимерная дуальная теория существует, голографическое соответствие постулирует отождествление

$$W_{4D}[\varphi_0(x)] = S_{5D}[\varphi(x, \epsilon)]. \quad (5)$$

Дуальная теория предполагается в слабо связанном режиме. Это влечет два важных следствия: 1) в первом приближении можно ограничиться только квадратичными членами в S_{5D} ; 2) можно использовать квазиклассический анализ. Таким образом, рецепт вычисления n -точечного коррелятора следующий: вычислить S_{5D} на решении уравнений движения и продифференцировать n раз по полям на границе.

Применим данную процедуру к действию (1). Это действие калибровочно-инвариантно, так что можно использовать калибровочную свободу для фиксации аксиальной калибровки, $V_z = 0$, которая наиболее удобна. Кроме того, будем рассматривать поперечные поля, $\partial_\mu V^\mu = 0$. Сделаем фурье-преобразование поля $V^\mu(x, z)$ по четырехмерным координатам, $V^\mu(q, z)$. Если положить $V^\mu(q, z) = v(q, z)V_0^\mu(q)$ и потребовать, чтобы выполнялось условие $v(q, \epsilon) = 1$, тогда $V_0^\mu(q)$ можно интерпретировать как источник для оператора векторного тока. Уравнение движения для скалярной функции $v(q, z)$ следует из действия (1):

$$\partial_z \left(\frac{e^{-az^2}}{z} \partial_z v \right) + \frac{e^{-az^2}}{z} q^2 v = 0. \quad (6)$$

Вычисление действия (1) на решении уравнения (6) дает граничный член

$$S = \frac{c^2}{2} \int d^4x V_0^\mu V_{0\mu} \frac{e^{-az^2}}{z} v \partial_z v \Big|_{z=\epsilon}^{z=\infty}. \quad (7)$$

Двухточечный коррелятор $\Pi_V(-q^2)$ векторных токов J_μ определяется как

$$\int d^4x e^{iqx} \langle J_\mu(x) J_\nu(0) \rangle = (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}) \Pi_V(-q^2). \quad (8)$$

Его можно найти, дважды дифференцируя по источнику V_0^μ в (7) вблизи границы $z = \epsilon$,

$$\Pi_V(-q^2) = c^2 \frac{\partial_z v}{q^2 z} \Big|_{z=\epsilon}. \quad (9)$$

Решение уравнения (6) с граничными условиями $v(q, \epsilon) = 1$, $v(q, \infty) = 0$ есть

$$v(q, z) = \Gamma\left(1 - \frac{q^2}{4|a|}\right) e^{(a-|a|)z^2/2} U\left(\frac{-q^2}{4|a|}, 0; |a|z^2\right), \quad (10)$$

где U – гипергеометрическая функция Трихоми. Подстановка (10) в (9) дает

$$\Pi_V(-q^2) = c^2 \left[\frac{a - |a|}{q^2} - \frac{1}{2} \psi\left(1 - \frac{q^2}{4|a|}\right) \right] + \text{const.} \quad (11)$$

Функция ψ (логарифмическая производная гамма-функции) имеет следующее представление:

$$\psi\left(1 - \frac{q^2}{4|a|}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4|a|}{q^2 - 4|a|(n+1)} + \text{const.} \quad (12)$$

Используя (12), приходим к полюсному представлению для векторного коррелятора

$$\Pi_V(-q^2) = c^2 \left[\frac{a - |a|}{q^2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2|a|}{4|a|(n+1) - q^2} \right] + \text{const.} \quad (13)$$

Полюсы выражения (13) дают спектр масс модели¹⁾.

Как видно из выражения (13), выбор знака a является важным. Если выбран отрицательный знак, $a < 0$, векторный коррелятор содержит безмассовый полюс. Физическое происхождение этого полюса обсуждается в работе [18]. Коротко говоря, векторные физические моды ищутся в виде

$$V_\mu(q, z) = \varepsilon_\mu e^{iqx} v(z), \quad (14)$$

где ε_μ означает вектор поляризации, e^{iqx} есть четырехмерная плоская волна, а $v(z)$ представляет профиль, зависящий от голографической координаты. Спектр массивных мод соответствует нормируемым решениям уравнения (6), собственные значения которых $q_n^2 = m_n^2$. Эти решения удовлетворяют граничному условию $v(\epsilon) = 0$ и дают конечный вклад в действие (7). Однако имеется и безмассовое ненормируемое решение $v(z) = e^{az^2}$, также дающее конечный вклад в действие (7), если $a < 0$.

Отметим, что при большом евклидовом импульсе $Q^2 = -q^2$, коррелятор (11) имеет следующее асимптотическое разложение:

$$\Pi_V(Q^2)_{Q^2 \rightarrow \infty} = \frac{c^2}{2} \left[\ln\left(\frac{4|a|}{Q^2}\right) - \frac{2a}{Q^2} + \frac{4a^2}{3Q^4} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{Q^8}\right) \right]. \quad (15)$$

С другой стороны, в правилах сумм КХД операторное разложение для того же коррелятора дается выражением [19]

$$\Pi_V(Q^2)_{\text{ОРЕ}} = \frac{N_c}{24\pi^2} \ln\left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right) + \frac{\alpha_s}{24\pi} \frac{\langle G^2 \rangle}{Q^4} + \xi \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{Q^6} + \mathcal{O}\left(\frac{\mu^8}{Q^8}\right), \quad (16)$$

¹⁾ Независимость спектра массивных состояний от знака a является особенностью векторного канала. Например, спектр скалярных мезонов таким свойством не обладает (см. ниже (29)).

где $\langle G^2 \rangle$ и $\langle \bar{q}q \rangle$ – глюонный и кварковый конденсаты соответственно, μ – масштаб нормировки, а константа ξ принимает разные значения для векторного и аксиально-векторного случаев. Сравнение выражений (15) и (16) ведет к следующим заключениям:

а) нормировочный множитель с пятимерного поля фиксирован,

$$c^2 = \frac{N_c}{12\pi^2}; \quad (17)$$

б) знак $\langle G^2 \rangle$ воспроизводится правильно;

в) вклад $\mathcal{O}(Q^{-6})$ отсутствует, как и ожидалось, поскольку эффект кваркового конденсата не был включен в модель;

г) присутствие вклада $\mathcal{O}(Q^{-2})$ противоречит КХД, так как его числитель соответствовал бы вакуумному среднему локального калибровочно-инвариантного оператора размерности 2, который не может быть построен в КХД.

Последнее наблюдение явилось главной мотивировкой для модификации МС-модели в работе [20].

3. НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ МС-МОДЕЛИ

В МС-модели можно ввести ультрафиолетовое обрезание $z = \Lambda_{\text{cut}}$. Введение его выглядит разумным, поскольку КХД в ультрафиолетовой области является слабо связанной теорией, следовательно, дуальная к ней теория должна быть сильно связанной в той же области. Поэтому применимость квазиклассического анализа становится сомнительной. Векторный коррелятор МС-модели с ультрафиолетовым обрезанием был вычислен в работе [21],

$$\Pi_V(-q^2) = c^2 \frac{e^{-|a|\Lambda_{\text{cut}}^2}}{2} \frac{U(1 - q^2/4|a|, 1, |a|\Lambda_{\text{cut}}^2)}{U(-q^2/4|a|, 0, |a|\Lambda_{\text{cut}}^2)}. \quad (18)$$

Полюсы коррелятора (18) дают спектр масс, который становится нелинейным. В частности, масса первого радиального возбуждения ближе к массе основного состояния по сравнению с линейным спектром, $m_1^2/m_0^2 < 2$.

Дилатонный профиль в действии (1) можно убрать преобразованием [20]

$$V_M = e^{az^2/2} \tilde{V}_M. \quad (19)$$

Действие модели становится эквивалентным действию (далее не пишем нормировочную константу)

$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x dz \sqrt{g} \left(\tilde{F}_{MN} \tilde{F}^{MN} + \frac{a^2 z^4}{2} \tilde{V}_\mu \tilde{V}^\mu \right) + \frac{a}{2} \int d^4x \tilde{V}_\mu^2 \Big|_{z=0}^{z=\infty}. \quad (20)$$

Последний поверхностный вклад был опущен в работе [20]. Мы удержим его по причине, которая скоро станет ясной. Голографический профиль физических мод (14) имеет следующее поведение:

$$v(z) \sim z^k e^{(a-|a|)z^2/2}, \quad k > 0. \quad (21)$$

Поверхностный вклад в действии (20) исчезает, если $a < 0$, и является бесконечным при $a > 0$. Следовательно, переформулировка МС-модели типа (20) возможна только в случае $a < 0$.

В работе [20] продемонстрировано, что векторный коррелятор такой модели без стенки есть (восстанавливаем нормировочный множитель)

$$\Pi_V(-q^2) = c^2 \left[-\frac{|a|}{q^2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2|a|}{4|a|(n+1) - q^2} \right] + \text{const} \quad (22)$$

с асимптотическим поведением при больших $Q^2 = -q^2$

$$\Pi_V(Q^2)_{Q^2 \rightarrow \infty} = \frac{c^2}{2} \left[\ln \left(\frac{4|a|}{Q^2} \right) + \frac{4a^2}{3Q^4} + \mathcal{O} \left(\frac{a^4}{Q^8} \right) \right], \quad (23)$$

где вклад $\mathcal{O}(Q^{-2})$ отсутствует.

За приобретение этого свойства приходится заплатить определенную цену: в действии (20) появляется массовый член, зависящий от координаты z . Данный вклад нарушает первоначальную калибровочную инвариантность. Однако есть простой способ ее восстановления: появляющийся вклад можно интерпретировать как эффект конденсации некоторого скалярного поля, которое взаимодействует с векторным полем через ковариантную производную (далее опускаем тильды):

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} \left(|D_M \varphi|^2 - m_\varphi^2 \varphi^2 - \frac{1}{4} F_{MN} F^{MN} \right), \quad (24)$$

где

$$D_M = \partial_M - iaV_M. \quad (25)$$

Действие (24) содержит члены четвертой степени по полю. Посмотрим, как этот трюк работает. Уравнение движения для φ в отсутствие векторного поля V_M имеет вид

$$-\partial_z \left(\frac{\partial_z \varphi}{z^3} \right) + \frac{m_\varphi^2 \varphi}{z^5} = 0. \quad (26)$$

Чтобы получить нужный нам член, уравнение должно иметь решение $\varphi_0 \sim z^2$. Это имеет место, если $m_\varphi^2 = -4$. Использование соотношения (3) приводит к заключению, что поле φ соответствует оператору с канонической размерностью $\Delta = 2$. Такое заключение, однако, спорно. Согласно одному из АдС/КТП-предписаний [22] решение классического уравнения движения для скалярного поля Φ , соответствующего оператору $\mathcal{O}$, должно иметь следующую форму вблизи четырехмерной границы $z \rightarrow 0$:

$$\Phi(x, z)_{z \rightarrow 0} = z^{4-\Delta} \Phi_0(x) + z^\Delta \frac{\langle \mathcal{O}(x) \rangle}{2\Delta - 4}, \quad (27)$$

где $\Phi_0(x)$ действует как источник для $\mathcal{O}(x)$, а $\langle \mathcal{O}(x) \rangle$ обозначает соответствующий конденсат. Видно, что при $\Delta = 2$ выражение (27) не определено.

Рассмотрим свободное действие МС-модели для скалярного случая

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-az^2} (\partial_M \Phi \partial^M \Phi - m^2 \Phi^2). \quad (28)$$

Вытекающее из него уравнение движения приводит к следующему спектру:

$$m_n^2 = 2|a| \left(2n + 1 + \sqrt{4 + m_5^2} + \frac{a}{|a|} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (29)$$

Особый интерес представляет ситуация, когда появляется безмассовый скаляр. Существует только одна возможность: $a < 0$, $m_5^2 = -4$. Как было отмечено выше, значение $m_5^2 = -4$ соответствует минимальной величине квадрата массы в пространстве AdS_5 [17]. Данная возможность была упомянута в работе [23].

Как было замечено в работе [18], кроме существования безмассовой моды в векторном канале, имеется еще один аргумент против выбора $a < 0$ в МС-модели: спектр мезонов с высшими спинами не зависел бы от спина j , $m_{n,j}^2 = 4|a|(n+1)$, в то время как МС-модель с положительным знаком дилатона $a > 0$ приводит к ожидаемому струноподобному поведению спектра: $m_{n,j}^2 = 4|a|(n+j)$ [16]. Данный аргумент, по-видимому, верен для калибровочных полей высших спинов в пространстве AdS_5 , которые могут быть сделаны безмассовыми специальным выбором калибровочных условий. Однако такое введение полей с высшими спинами не является единственным. Например, в работе [24] приведены аргументы в пользу того, что соотношение (3) для пятимерной массы верно и для целых спинов $J > 1$. В таком случае приведенный выше аргумент не верен (см., например, работу [25]).

Следует подчеркнуть, что безмассовый полюс в аксиально-векторном корреляторе не подразумевает безмассового аксиально-векторного состояния. Это можно продемонстрировать следующим образом. Физические состояния соответствуют нормируемым решениям типа (14). Соответствующие собственные функции $v_n(z)$ образуют полный набор функций. Таким образом, можно выполнить разложение

$$A^\mu(x, z) = \sum_n A_n^\mu(x) v_n(z).$$

Подставляя это разложение обратно в действие и интегрируя по z , приходим к действию в обычном четырехмерном пространстве, содержащем бесконечное число свободных полей с квадратами масс m_n^2 , представляющих собственные значения соответствующих собственных функций $v_n(z)$ (эта процедура детально описана в работе [26]),

$$S = c^2 \int d^4x \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^{(n)})^2 + m_n^2 (A_\mu^{(n)})^2 \right]. \quad (30)$$

Безмассовое состояние не появляется в действии, так как оно не нормируемо.

Завершая обзор, упомянем недавний результат, касающийся голографической МС-модели. Пересечение траектории в линейном спектре стандартной МС-модели фиксировано. Это обстоятельство делает трудным описание реальных экспериментальных данных. Самосогласованное точно решаемое обобщение МС-модели на

случай произвольного пересечения неочевидно. Такое обобщение было выведено в работе [27]. А именно, было показано, что анзац

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-az^2} U^2(b, 0; az^2) \left(-\frac{1}{4g_5^2} F_{MN} F^{MN} \right) \quad (31)$$

приводит к спектру

$$m_n^2 = 4|a|(n+1+b) \quad (32)$$

с произвольным параметром пересечения b . В той же работе была развита феноменология, возникающая в рамках такого обобщения МС-модели.

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Следует подчеркнуть, что рассмотренный пятимерный подход является полностью феноменологическим и вряд ли может быть напрямую выведен из какой-то фундаментальной теории в высших измерениях. Прежде всего, пятимерный фон МС-модели не может возникнуть из решения пятимерных уравнений Эйнштейна, так как он явно нарушает общую пятимерную ковариантность. Возможный выход состоит в построении альтернативного механизма для генерации масс. Тем не менее феноменологический успех голографического “боттом-ап” подхода может указывать на существование совершенно нового и неожиданного описания физики адронов, которое можно было бы выявить. Поэтому дальнейшие исследования в данном направлении представляются перспективными.

Благодарности. Работа поддержана Санкт-Петербургским государственным университетом (грант № 11.38.189.2014) и РФФИ (грант № 13-02-00127_a).

Список литературы

- [1] J. M. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 231–252.
- [2] J. M. Maldacena, *Internat. J. Theor. Phys.*, **38**:4 (1999), 1113–1133.
- [3] E. Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 253–291, arXiv: hep-th/9802150.
- [4] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, *Phys. Lett. B*, **428**:1–2 (1998), 105–114, arXiv: hep-th/9802109.
- [5] A. B. Santra, U. Lombardo, A. Bonanno, *J. Phys. Conf. Ser.*, **374**:1 (2012), 012004, 37 pp.
- [6] S. S. Afonin, I. V. Pusenkov, *Phys. Lett. B*, **726**:1–3 (2013), 283–289.
- [7] C. E. Carlson, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, **187** (2009), 188–193.
- [8] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal, U. A. Wiedemann, *Gauge/string duality, hot QCD and heavy ion collisions*, arXiv: 1101.0618.
- [9] M. Natsuume, *AdS/CFT duality user guide*, arXiv: 1409.3575.
- [10] S. J. Brodsky, G. F. de Teramond, H. G. Dosch, J. Erlich, *Light-front holographic QCD and emerging confinement*, arXiv: 1407.8131.
- [11] J. Erlich, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, *Phys. Rev. Lett.*, **95**:26 (2005), 261602, 4 pp.
- [12] L. Da Rold, A. Pomarol, *Nucl. Phys. B*, **721**:1–3 (2005), 79–97, arXiv: hep-ph/0501218.
- [13] A. V. Anisovich, V. V. Anisovich, A. V. Sarantsev, *Phys. Rev. D*, **62**:5 (2000), 051502, 5 pp., arXiv: hep-ph/0003113.
- [14] D. V. Bugg, *Phys. Rept.*, **397**:5 (2004), 257–358.
- [15] E. Klempt, A. Zaitsev, *Phys. Rept.*, **454**:1–4 (2007), 1–202.

- [16] A. Karch, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, *Phys. Rev. D*, **74**:1 (2006), 015005, 7 pp., arXiv: hep-ph/0602229.
- [17] P. Breitenlohner, D. Z. Freedman, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **144**:2 (1982), 249–281.
- [18] A. Karch, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, *JHEP*, **04** (2011), 066, arXiv: 1012.4813.
- [19] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B*, **147**:5 (1979), 385–447; 448–518.
- [20] S. S. Afonin, *Internat. J. Modern Phys. A*, **26**:21 (2011), 3615–3623, arXiv: 1012.5065.
- [21] S. S. Afonin, *Phys. Rev. C*, **83**:4 (2011), 048202, 4 pp., arXiv: 1102.0156.
- [22] I. R. Klebanov, E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **556**:1–2 (1999), 89–114, arXiv: hep-th/9905104.
- [23] G. F. de Téramond, S. J. Brodsky, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, **199**:1 (2010), 89–96.
- [24] G. F. de Téramond, S. J. Brodsky, *Phys. Rev. Lett.*, **102**:8 (2009), 081601, 4 pp.
- [25] T. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, I. Schmidt, A. Vega, *Phys. Rev. D*, **85**:7 (2012), 076003, 15 pp., arXiv: 1108.0346.
- [26] S. S. Afonin, *Internat. J. Modern Phys. A*, **25**:31 (2010), 5683–5710.
- [27] S. S. Afonin, *Phys. Lett. B*, **719**:4–5 (2013), 399–403, arXiv: 1210.5210.