Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. С. Афонин, И. В. Пусенков, Кварковые массы и мезонный спектр: голографический подход, *ТМФ*, 2015, том 184, номер 3, 427–436

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8909>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.174.16.151

26 апреля 2023 г., 11:09:50

© 2015 г.

С. С. Афонин*, И. В. Пусенков*

КВАРКОВЫЕ МАССЫ И МЕЗОННЫЙ СПЕКТР: ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Основываясь на экспериментальных данных, можно предположить, что радиальный спектр векторных мезонов со скрытым кварковым ароматом имеет реджевскую форму, предложен конкретный вид такой формы. Параметры реджевского спектра оказываются сильно зависящими от масс кварков, образующих мезоны. Рассмотрена задача нахождения формы этих зависимостей в рамках голографического подхода к сильным взаимодействиям. Полученные результаты хорошо согласуются с феноменологией и моделями дуальных амплитуд типа Венециано.

Ключевые слова: голографический подход, квантовая хромодинамика, тяжелые мезоны.

DOI: 10.4213/tmf8909

1. ВВЕДЕНИЕ

Так называемый “bottom-up” (“боттом-ап”) голографический подход для описания КХД [1], [2] оказался весьма плодотворным методом теоретического исследования феноменологии сильных взаимодействий. Первоначально данный подход применялся в спектроскопии легких мезонов (низкоэнергетическая физика, адронные форм-факторы, эффекты, возникающие при конечной температуре, и другие приложения (см. [3], [4])). К удивлению, было мало попыток применить голографическое описание в секторе тяжелых кварков. Нам известна всего лишь одна попытка [4] описать аналитически возбужденные состояния тяжелых адронов как функции от кварковой массы с использованием голографического подхода. Целью настоящей работы является решение этой задачи для векторных мезонов со скрытым кварковым ароматом.

Наш выбор таких адронных состояний связан с наличием большого числа экспериментальных данных о радиальном спектре [5]. Так как радиальные возбуждения возникают естественным образом в пятимерных голографических моделях (они

* Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: afonin24@mail.ru, ilyapusenkov@gmail.com

Таблица 1. Массы известных ω -, ψ - и Υ -мезонов (в МэВ) [5]. Экспериментальная ошибка не приведена, если она меньше 1 МэВ. Следующие, менее надежные состояния не учтены: $\omega(2330)$ (и другой кандидат $\omega(2290)$) [5], все D -волновые ψ -мезоны [5] и также $\Upsilon(11023)$ [5] (рождение последнего резонанса довольно сильно подавлено в процессе e^+e^- -анигиляции, что указывает на большую примесь D -волновой компоненты).

n	0	1	2	3	4
M_ω	783	1425 ± 25	1670 ± 30	1960 ± 25	2205 ± 30
M_ψ	3097	3686	4039 ± 1	4421 ± 4	—
M_Υ	9460	10023	10355	10579 ± 1	10865 ± 8

отождествляются с модами Калуцы–Клейна), то предсказания могут быть проверены феноменологически. К тому же голографическое описание векторных мезонов относительно несложно [1], [2] и выглядит наиболее естественным, когда начинается работа с сохраняющимися токами.

Известно, что S -волновые векторные мезоны со скрытым кварковым ароматом рождаются в большом количестве в процессе e^+e^- -аннигиляции. Предполагается, что механизм образования резонансов в таком процессе одинаков на всех энергетических масштабах. Мы считаем, что в релятивистской картине¹⁾ формирования массы вклад, возникающий за счет глюонного взаимодействия, не зависит от аромата кварков. Приближенную величину этой добавки можно получить из спектра ω -мезонов (положив $m_{u,d} = 0$). Другими словами, спектр векторных мезонов со скрытым кварковым ароматом зависит от кварковых масс, а вклады от остальных эффектов (в том числе и глюонного взаимодействия) задают коэффициенты в соответствующей формуле для массы адронов.

Спектр состояний, который мы собираемся описывать, представлен в табл. 1. На рис. 1 прослеживается универсальное реджевское поведение радиальных спектров $M_n^2 \sim n$, где n – радиальное квантовое число. Помимо этого поведения, присутствует единый для всех графиков эффект: основное состояние систематически оказывается ниже линейных траекторий. Вероятно, некий универсальный механизм ответствен за подобное поведение: похоже, эффект связан с минимальным сближением кварков в основном состоянии.

На языке нерелятивистских потенциальных моделей это может означать, что потенциал конфайнмента почти полностью разрушается на характерных для размера основного состояния масштабах за счет кулоновского, спин-спинового или другого взаимодействия. Нам неизвестно обсуждение этого вопроса в литературе, поэтому было решено исключить основное состояние из расчетов линейных траекторий, которые затем мы будем описывать в рамках голографического подхода. Для описания экспериментальных данных используем линейный анзац:

$$M_n^2 = An + B, \tag{1}$$

¹⁾Ключевым моментом является работа именно с квадратом массы. Переходя к линейной массе (нерелятивистская картина), мы получаем зависимость “энергии связи” от кваркового аромата.

Рис. 1. Спектры ω -мезонов (а), ψ -мезонов (б), Υ -мезонов (в), данные взяты из табл. 1.

который дает результаты, приведенные в табл. 2. Наклон A и пересечение B растут с увеличением кварковой массы, причем пересечение растет гораздо быстрее.

Таблица 2. Радиальные траектории Редже (1) (в GeV^2) для данных из табл. 1.

M_n^2	$An + B$
M_ω^2	$0.95n + 0.99$
M_ψ^2	$2.98n + 10.5$
M_Υ^2	$5.75n + 95.1$

Предвидя возможные вопросы, необходимо сделать некоторое пояснение. Обычно приведенный выше реджевский закон (1) применяется для описания спектра легких мезонов, так как подобное поведение предсказывают квазиклассические модели КХД-струн с безмассовыми кварками. Поэтому удивительным фактом стало то, что линейный закон работает и для тяжелых векторных мезонов, причем их спектр подчиняется этому линейному закону с большей степенью точности, чем спектр легких мезонов. В дополнение к этому последние два состояния траектории на рис. 1а требуют уточнений, в то время как состояния траекторий на рис. 1б и рис. 1в очень подробно исследованы [5]. Руководствуясь этими соображениями, мы считаем, что если данные по легким мезонам мотивировали нас использовать описание спектра

вида (1), то данный анзац может быть использован и для описания тяжелых мезонов.

Наша цель состоит в следующем: используя голографический подход, найти функции $A(m)$ и $B(m)$ (m – масса кварка), предполагая, что спектр линейен (см. (1)).

В разделе 2 мы представим краткий обзор голографической модели с мягкой стенкой [6] и переформулируем ее таким образом, чтобы ввести зависимость спектра от массы кварков. Феноменологические тесты и их обсуждения представлены в разделе 3. Заключение приведено в разделе 4.

2. МОДЕЛИ С МЯГКОЙ СТЕНКОЙ И БЕЗ СТЕНКИ

2.1. Модель с мягкой стенкой. Простейшая модель с мягкой стенкой [6], описывающая векторные мезоны со скрытым кварковым ароматом, задается следующим действием:

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-az^2} \left(-\frac{1}{4g_5^2} F_{MN} F^{MN} \right), \quad (2)$$

где $g = |\det g_{MN}|$, $F_{MN} = \partial_M V_N - \partial_N V_M$, $M, N = 0, 1, 2, 3, 4$, константа взаимодействия калибровочной теории g_5 является размерной, а параметр a задает массовый масштаб. Действие (2) определено в пятимерном пространстве анти-де Ситтера (AdS_5), метрика которого выглядит следующим образом:

$$g_{MN} dx^M dx^N = \frac{R^2}{z^2} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2). \quad (3)$$

Здесь $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$, а R – радиус пространства AdS_5 . Далее будем использовать $R = 1$ для упрощения вычислений. Голографическая координата $z > 0$ имеет физический смысл обратного масштаба энергии. Ультрафиолетовая граница пространства $z = 0$ в (3) представляет четырехмерное пространство Минковского. Пятимерное векторное поле $V_M(x, z)$ дуально четырехмерному сохраняющемуся векторному току кварков $j_\mu = \bar{\psi}_q \gamma_\mu \psi_q$ для любого их сорта (аромата) q . Главным свойством данной дуальности является связь граничного значения $V_M(x, 0)$ с источником оператора j_μ [7], [8]. Согласно АдС/КТП-предписанию [7], [8] можно найти пятимерную массу векторного поля. В наших расчетах мы будем использовать аксиальную калибровку $V_z = 0$.

Для того чтобы получить спектр масс, необходимо решить уравнение движения. Соответствующее уравнение выглядит следующим образом:

$$\partial_z \left(\frac{e^{-az^2}}{z} \partial_z v_n \right) + M_n^2 \frac{e^{-az^2}}{z} v_n = 0, \quad (4)$$

где собственные функции $v_n(z)$ – элементы разложения Калуды–Клейна

$$V_\mu(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} V_\mu^{(n)}(x) v_n(z).$$

Индекс n отождествляется с радиальным квантовым числом. Используя четырехмерное преобразование Фурье и подстановку $v_n = \sqrt{z} e^{az^2/2} \psi_n$, мы преобразуем уравнение (4) в уравнение Шредингера

$$-\partial_z^2 \psi_n + U(z) \psi_n = M_n^2 \psi_n \quad (5)$$

с потенциалом

$$U(z) = a^2 z^2 + \frac{3}{4z^2}. \quad (6)$$

Такой потенциал дает радиальный спектр реджевской формы:

$$M_n^2 = 4|a|(n+1). \quad (7)$$

2.2. Модель без стенки. Начнем с чистого пространства AdS_5 и попробуем восстановить ультрафиолетовый вклад в пятимерном лагранжиане, используя некоторые операторы КХД [9]. В результате полный вклад от этих операторов на отрезке $0 < z < \infty$ может быть эффективно переписан как фон, зависящий от голографической координаты z . Это можно сделать определенным преобразованием пятимерных полей [10]. Голографическое действие для модели без стенки определяется следующим выражением:

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} \left\{ \sum_i (|DX_i|^2 - m_i^2 |X_i|^2) - \frac{1}{4g_5^2} F_{MN}^2 \right\}.$$

На ультрафиолетовой границе, $z = 0$, скалярные поля X_i отождествляются с источниками различных операторов КХД с каноническими размерностями i . Соответствующие пятимерные массы определяются формулой $m_i^2 = i(i-4)$ [7], [8]. Согласно предположению поля X_i приобретают зависящие от z вакуумные средние $\langle X_i \rangle$, которые представляют x -независимые решения уравнений движения

$$\partial_z \left(\frac{1}{z^3} \partial_z X_i \right) = \frac{m_i^2}{z^5} X_i \quad (8)$$

со следующими условиями на ультрафиолетовую границу: $\langle X_i \rangle|_{z=0} = 0$. Затем мы получаем аналог уравнения (4) для векторных физических мод и, как в п. 2.1, замена переменных позволяет привести это уравнение к уравнению Шредингера:

$$-\partial_z^2 \psi_n + \left(\frac{3}{4z^2} + 2g_5^2 f(z) \right) \psi_n = M_n^2 \psi_n, \quad (9)$$

где выражение

$$f(z) = \frac{1}{z^2} \sum_i \langle X_i \rangle^2 \quad (10)$$

определяет голографический “потенциал”.

Рассмотрим оператор размерности 2, $i = 2$, а остальными пока пренебрежем. Решение уравнения (8), удовлетворяющее граничным условиям для $X_i(z)$, имеет вид $\langle X_2 \rangle = C_2^{(1)} z^2 + C_2^{(2)} z^2 \ln z$. Если положить $C_2^{(2)} = 0$, тогда потенциал в уравнении (9) совпадает с (6). Таким образом, подобная модель без стенки выглядит эквивалентной модели с мягкой стенкой. Явным образом данную эквивалентность можно показать, если переопределить векторное поле [10] (см. также [4]).

Отметим еще раз, что потенциал в уравнении (9) записан около границы пространства AdS_5 , $z = 0$, где, по предположению, правила голографического соответствия позволяют использовать данные из КХД. Для того чтобы получить спектр масс, необходимо продолжить функцию $f(z)$ в инфракрасную область, $z \rightarrow \infty$. Линейный спектр вида (7) может быть получен только в том случае, если справедлива асимптотика

$$f(z)|_{z \rightarrow \infty} = a^2 z^2. \quad (11)$$

Тот факт, что ультрафиолетовая асимптотика пятимерного поля, дуального оператору размерности 2, автоматически обеспечивает корректное инфракрасное поведение, является всего лишь совпадением, работающим для простейшей модели с мягкой стенкой. В общем случае данные асимптотики различны, даже для поля X_2 . На самом деле сумма в (10) может дать асимптотику (11) даже в отсутствие оператора размерности 2. Но все выглядит так, как если бы оператор размерности 2 был дуален сумме (10) в инфракрасной области: неважно, рассмотрим мы только этот оператор и пренебрежем остальными или будем иметь дело со всей суммой (10) и учитывать асимптотику (11). Напомним, что оператор размерности 2 может быть построен в КХД – это калибровочно-неинвариантный оператор, построенный из двух глюонных полей, $A_\mu A^\mu$. Его вакуумное среднее значение (конденсат) $\langle A_\mu A^\mu \rangle$ обычно служит (в калибровке Ландау, где он минимален) для параметризации некоторых важных непертурбативных эффектов [11]. В литературе можно найти рассуждения [12], показывающие, что $\langle A_\mu A^\mu \rangle$ получается из пересуммирования пертурбативных поправок к единичному оператору в операторном разложении корреляционных функций [13], т. е. приходится работать либо с бесконечными суммами этих поправок, либо с $\langle A_\mu A^\mu \rangle$. В определенном смысле выше мы обсуждали некоторый аналог этого выбора в голографическом подходе.

Нашей задачей является получение формы зависимости линейного спектра от массы кварков. Такая зависимость может быть обусловлена конденсатом $\langle X_3 \rangle$, так как поле X_3 дуально кварковому оператору $\bar{q}q$. Масса кварка получается из решения классического уравнения движения для скалярного поля Φ [14]:

$$\Phi(x, z) \rightarrow z^{4-i} [\Phi_0(x) + \mathcal{O}(z^2)] + z^i \left[\frac{\langle O(x) \rangle}{2i - 4} + \mathcal{O}(z^2) \right], \quad (12)$$

где $\Phi_0(x)$ является источником оператора $O(x)$, а $\langle O(x) \rangle$ обозначает соответствующий конденсат. В КХД масса кварка m является источником для оператора $\bar{q}q$.

Для операторов с канонической размерностью $i = 3$ решения уравнения (8), удовлетворяющие граничным условиям, являются функциями $\langle X_3 \rangle = C_3^{(1)} z + C_3^{(2)} z^3$. В соответствии с предписанием (12) это решение может быть переписано в терминах физических величин. В случае нулевого изоспина решение имеет следующий вид:

$$\langle X_3 \rangle = \xi m z + \frac{\sigma}{2\xi} z^3, \quad (13)$$

где σ обозначает кварковый конденсат, $\langle \bar{q}q \rangle$ и нормирующий множитель ξ были вычислены в работе [15],

$$\xi^2 = \frac{N_c}{4\pi^2}. \quad (14)$$

Если мы учтем поле X_3 и пренебрежем всеми остальными скалярными полями, действие этой модели совпадет с действием первых “боттом-ап” моделей [1], [2] для векторного сектора. Обычно поле X_3 используется для описания нарушения киральной симметрии в КХД. Этот эффект важен для аксиальных векторных частиц, которые мы не рассматриваем. В нашем случае поле X_3 необходимо для получения закона зависимости векторного спектра от токовой кварковой массы.

Соотношение (13) позволяет однозначно получить зависящие от m члены в (10), $f(z) \rightarrow \xi^2 m^2 + m\sigma z^2 + \tilde{f}(z)$, где вклад $(\sigma^2/4\xi^2)z^6$ переходит в новую сумму $\tilde{f}(z)$. Для того чтобы воспроизвести реджевскую форму спектра, первые два члена инфракрасной асимптотики $\tilde{f}(z)$ должны иметь форму

$$\tilde{f}(z)|_{z \rightarrow \infty} = a^2 z^2 + \delta. \quad (15)$$

Если бы мы знали все коэффициенты в ультрафиолетовом разложении $\tilde{f}(z)$, суммирование дало бы нам строго определенную функцию с инфракрасной асимптотикой (15), для которой бы воспользовались упрощением: функция $\tilde{f}(z)$ заменяется ее инфракрасной асимптотикой (15). Ультрафиолетовая асимптотика голографического потенциала в уравнении (9) регулируется первым членом: $3/4z^2$. Асимптотическое поведение функции $\tilde{f}(z)$ в ультрафиолетовой области и на средних значениях z можно заменить константой δ в формуле (15).

Таким образом, мы получаем следующее уравнение на спектр масс:

$$-\partial_z^2 \psi_n + \left[\frac{3}{4z^2} + 2g_5^2(\sigma m + a^2)z^2 + 2g_5^2 \xi^2 m^2 + 2g_5^2 \delta \right] \psi_n = M_n^2 \psi_n. \quad (16)$$

Множитель перед z^2 в (16) определяет наклон линейной траектории. Он имеет две составляющие, одна из которых зависит от кварковой массы. Такое описание согласуется с правилами сумм в КХД [13], [16] в пределе большого числа цветов N_c [17]. В этом пределе наклон определяется конденсатами четырехмерных операторов. Операторное разложение содержит два таких вакуумных средних: $m\langle \bar{q}q \rangle$ и $(\alpha_s/\pi)G_{\mu\nu}^2$ (глюонный конденсат). В случае легких мезонов доминирует вклад от второго среднего (глюонный конденсат), в случае тяжелых мезонов доминирует вклад от первого среднего.

Спектр, получающийся из уравнения (16), имеет вид

$$M_n^2 = 4\sqrt{2}g_5\sqrt{\sigma m + a^2}(n+1) + 2g_5^2 \xi^2 m^2 + 2g_5^2 \delta. \quad (17)$$

В этом выражении имеется параметрическая зависимость линейного спектра от кварковой массы m . После замены констант спектр (17) может быть записан в следующем виде:

$$M_n^2 = \sqrt{\alpha + \beta m}(n+1) + \gamma m^2 + \delta. \quad (18)$$

Величину γ можно получить из равенства $g_5^2 = 12\pi^2/N_c$ и соотношений (14), (17):

$$\gamma = 2g_5^2 \xi^2 = 6. \quad (19)$$

В следующем разделе мы воспользуемся значением этой константы для феноменологических оценок.

3. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ

В пределе $m \rightarrow 0$ параметры α и δ в спектре (18) могут быть найдены из траекторий ω -мезона (табл. 2): $\sqrt{\alpha} \approx 1 \text{ ГэВ}^2$, $\delta \approx 0$. Параметр β и кварковую массу можно оценить из фитирования в табл. 2. Траектория для чармония дает значения $\beta \approx 7 \text{ ГэВ}^3$, $m_c \approx 1.1 \text{ ГэВ}$. Для боттомония $\beta \approx 8 \text{ ГэВ}^3$, $m_b \approx 3.9 \text{ ГэВ}$. На масштабе 2 ГэВ “Particle Data Group” приводит следующие значения токовых кварковых масс в схеме минимальных вычитаний: $m_c = 1.27 \text{ ГэВ}$, $m_b = 4.18 \text{ ГэВ}$ [5]. Масса b -кварка должна быть ниже этого значения, так как масштаб энергии для возбужденного боттомония составляет около 5 ГэВ на кварк. Зависимость кварковых масс от масштаба энергий, вычисленная методом ренормгруппы, предсказывает [5] (на уровне одной петли), что m_b следует уменьшить в 1.2 раз. Общая согласованность с экспериментальными данными в любом случае неплохая: предсказанное значение параметра γ (19) – величины, описывающей зависимость квадрата массы мезона от m^2 , – оказывается очень близко к феноменологическому значению. Попытка описать весь набор экспериментальных данных привела нас к оценке $5 < \gamma < 7$, которая зависит от различных допущений и экспериментальных значений.

Рассмотрим предел $m \rightarrow 0$ аналитически. Соотношение на массы (17) дает линейные по m поправки к наклону:

$$4\sqrt{2}g_5\sqrt{\sigma m + a^2} = 4\sqrt{2}g_5a + \frac{2\sqrt{2}g_5}{a}\sigma m + \mathcal{O}(m^2). \quad (20)$$

Если линейную форму спектра при $m = 0$ сопоставить с результатами правил сумм КХД при больших N_c (планарные правила сумм), мы получим наклон [17]

$$4\sqrt{2}g_5a = \frac{48\pi^2}{N_c}f_\pi^2 = 2m_\rho^2, \quad (21)$$

где $f_\pi = 92.4 \text{ МэВ}$ [5] – пионная константа распада, а m_ρ обозначает ρ -мезонную или ω -мезонную массу.

В разложении (20) воспользуемся²⁾ выражением (21) и получим наклон

$$4\sqrt{2}g_5\sqrt{\sigma m + a^2} = \frac{48\pi^2}{N_c}f_\pi^2 + \frac{4\sigma m}{f_\pi^2} + \mathcal{O}(m^2) = 2m_\rho^2 - 2m_\pi^2 + \mathcal{O}(m^2), \quad (22)$$

здесь мы применили соотношение Гелл-Манна–Оакеса–Реннера $m_\pi^2 f_\pi^2 = -2m\sigma$. Дуальные амплитуды типа Венециано [18] предсказывают те же поправки (22) в наклон, когда мы берем в расчет пионную массу. Таким образом, наша голографическая модель прошла еще одну проверку.

Полученный результат (18) дает нам растущую линейно вместе с кварковой массой энергию связи E (которая получается из нерелятивистских потенциальных моделей) в пределе тяжелых кварков. Это следует из выражения (19) (где $\gamma > 4$). Такое поведение находится в качественном согласии с экспериментальными данными [5]. Например, в случае основного состояния можно получить $M_\psi - 2c \approx 0.56 \text{ ГэВ}$ и $M_\Upsilon - 2m_b \approx 1.1 \text{ ГэВ}$, если $m_{c,b}$ взяты на масштабе 2 ГэВ (взяв $m_{c,b}$ на масштабе

²⁾Можно воспользоваться соотношением $F_\rho^2 = 2f_\pi^2$, которое также получается из планарных правил сумм для КХД [17]. Подставив это соотношение в равенство $F_n^2 = 2\sqrt{2}|a|/g_5$, получим тот же результат.

энергий 5 ГэВ, получим $M_\Upsilon - 2m_b \approx 2.5$ ГэВ). Данный эффект можно легко объяснить: кинетическая энергия $mv^2/2$ рожденного нерелятивистского кварка должна быть компенсирована энергией связи.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В существующих “боттом-ап” голографических моделях наклон A и пересечение B линейных траекторий не зависят от массы кварка. Нам удалось построить модель, в которой величины A и B представлены растущими функциями кварковой массы. Модель выдерживает ряд феноменологических тестов.

В пределе тяжелого кварка поведение вышеупомянутых функций выглядит следующим образом: $A \sim \sqrt{m}$, $B = \gamma m^2 + \mathcal{O}(\sqrt{m})$, где m – масса кварков, составляющих векторные мезоны со скрытым кварковым ароматом. Пересечение растет существенно быстрее, чем наклон. Также рассматриваемая модель предсказывает значение $\gamma = 6$ в асимптотике B , что находится в хорошем согласии с феноменологией. В свою очередь, такое значение γ предсказывает растущую энергию связи в кварконии с ростом массы кварков. Этот эффект хорошо наблюдаем на эксперименте. В пределе $m \rightarrow 0$ поправки к линейному спектру при $m \neq 0$ согласуются с поправками в дуальных моделях типа Венециано [18].

Мы надеемся, что представленный в работе подход может быть использован для построения новых голографических моделей для тяжелых кваркониев, более адекватно описывающих связанную с ними физику по сравнению с существующими попытками.

Благодарности. Работа поддержана Санкт-Петербургским государственным университетом (грант № 11.38.189.2014) и РФФИ (грант № 13-02-00127_a).

Список литературы

- [1] J. Erlich, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, *Phys. Rev. Lett.*, **95**:26 (2005), 261602, 4 pp.
- [2] L. Da Rold, A. Pomarol, *Nucl. Phys. B*, **721**:1–3 (2005), 79–97.
- [3] S. S. Afonin, *Internat. J. Modern Phys. A*, **25**:31 (2010), 5683–5710, arXiv: 1001.3105.
- [4] T. Branz, T. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, I. Schmidt, A. Vega, *Phys. Rev. D*, **82**:7 (2010), 074022, 11 pp., arXiv:1008.0268; T. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, I. Schmidt, A. Vega, *Phys. Rev. D*, **87**:5 (2013), 056001, 9 pp.
- [5] J. Beringer, J.-F. Arguin, R. M. Barnett et al. [Particle Data Group], *Phys. Rev. D*, **86** (2012), 010001, 1528 pp.
- [6] A. Karch, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, *Phys. Rev. D*, **74**:1 (2006), 015005, 7 pp., arXiv: hep-ph/0602229.
- [7] E. Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 253–291, arXiv: hep-th/9802150.
- [8] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, *Phys. Lett. B*, **428**:1–2 (1998), 105–114.
- [9] S. S. Afonin, *Phys. Lett. B*, **678**:5 (2009), 477–480, arXiv: 0902.3959.
- [10] S. S. Afonin, *Internat. J. Modern Phys. A*, **26**:21 (2011), 3615–3623.
- [11] K. G. Chetirkin, S. Narison, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B*, **550**:1 (1999), 353–374, arXiv: hep-ph/9811275; F. V. Gubarev, L. Stodolsky, V. I. Zakharov, *Phys. Rev. Lett.*, **86**:11 (2001), 2220–2222, arXiv: hep-ph/0010057; F. V. Gubarev, V. I. Zakharov, *Phys. Lett. B*, **501**:1–2 (2001), 28–36, arXiv: hep-ph/0010096; K.-I. Kondo, *Phys. Lett. B*, **514**:3–4 (2001), 335–345, arXiv: hep-th/0105299; H. Verschelde, K. Knecht, K. Van Acoleyen, M. Vanderkelen, *Phys. Lett. B*, **516**:3–4 (2001), 307–313, arXiv: hep-th/0105018; P. Boucaud,

- A. L. Yaouanc, J. P. Leroy, J. Micheli, O. Pène, J. Rodríguez-Quintero, *Phys. Rev. D*, **63**:11 (2001), 114003, 9 pp., arXiv: hep-ph/0101302; E. R. Arriola, P. O. Bowman, W. Broniowski *Phys. Rev. D*, **70**:9 (2004), 097505, 4 pp.
- [12] S. Narison, V. I. Zakharov, *Phys. Lett. B*, **679**:4 (2009), 355–361, arXiv:0906.4312.
- [13] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, *Nucl. Phys. B*, **147**:5 (1979), 385–447; 448.
- [14] I. R. Klebanov, E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **556**:1 (1999), 89–114, arXiv: hep-th/9905104.
- [15] A. Cherman, T. D. Cohen, E. S. Werbos, *Phys. Rev. C*, **79**:4 (2009), 045203, 5 pp., arXiv: 0804.1096.
- [16] L. J. Reinders, H. Rubinstein, S. Yazaki, *Phys. Rept.*, **127**:1 (1985), 1–97.
- [17] S. S. Afonin, *Phys. Lett. B*, **576**:1–2 (2003), 122–126, arXiv: hep-ph/0309337; *Nucl. Phys. B*, **779**:1 (2007), 13–31, arXiv: hep-ph/0606291; S. S. Afonin, A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, D. Espriu, *JHEP*, **04** (2004), 039, 25 pp.; S. S. Afonin, D. Espriu, *JHEP*, **09** (2006), 047, 19 pp., arXiv: hep-ph/0602219.
- [18] C. Lovelace, *Phys. Lett. B*, **28**:4 (1968), 264–268; J. A. Shapiro, *Phys. Rev.*, **179**:5 (1969), 1345–1353; M. Ademollo, G. Veneziano, S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **22**:2 (1969), 83–85; P. D. B. Collins, *An Introduction to Regge Theory and High-Energy Physics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1977.