Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, Бозонизация мезонного сектора квантовой хромодинамики и нарушение пространственной четности в сильных взаимодействиях, *ТМФ*, 2015, том 185, номер 1, 12–27

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8926>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.27.143

26 апреля 2023 г., 05:55:56

© 2015 г.

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов

БОЗОНИЗАЦИЯ МЕЗОННОГО СЕКТОРА КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ И НАРУШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ В СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Описан метод низкоэнергетической бозонизации квантовой хромодинамики, основанный на киральной и масштабной аномалиях. Приведены значения структурных констант связи эффективного кирального лагранжиана размерности 4, полученные методом низкоэнергетической бозонизации и в различных альтернативных подходах. Опираясь на метод бозонизации кварков в мезонном секторе квантовой хромодинамики и на ряд других основополагающих принципов квантовой хромодинамики, обосновывается возможность возникновения нарушения пространственной четности в адронной среде при столкновениях тяжелых ионов.

Ключевые слова: бозонизация КХД, киральная и конформная аномалии, нарушение пространственной четности в сильных взаимодействиях в среде.

DOI: 10.4213/tmf8926

1. ВВЕДЕНИЕ

В декабре 2014 года в Санкт-Петербургском государственном университете (СПбГУ) прошла Международная конференция по физике “В поисках фундаментальных симметрий”, посвященная 90-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки, почетного профессора СПбГУ Юрия Викторовича Новожилова. Тридцать лет назад авторы настоящей статьи, совместно с Юрием Викторовичем, работали над проблемой построения эффективных лагранжианов для описания физики псевдоскалярных мезонов в области низких энергий [1]. В основе построения лежит развитый метод низкоэнергетической бозонизации (МНБ) кваркового сектора квантовой хромодинамики (КХД), основанный на киральной и конформной аномалиях в области низких и промежуточных энергий в режиме динамического нарушения киральной и масштабной симметрий.

Развитый метод оказался весьма успешным в описании спектральных характеристик псевдоскалярных мезонов в области низких и промежуточных энергий и был

признан как альтернативный подход для детального исследования свойств низколежащих мезонов подходу, предложенному в работах [2]. Данный подход был обобщен Ю.В. Новожиловым и его соавторами как на векторные степени (мезоны) [3], так и на цветные киральные [4] и дикварковые степени [5]. Отметим, что существуют и другие подходы к бозонизации КХД, предложенные в работах [6].

В настоящей работе кратко воспроизводится схема и МНБ КХД, основанный на киральной и масштабной аномалиях. Приведены значения структурных констант связи для эффективного кирального лагранжиана размерности 4, полученного как в МНБ, так и в других подходах [2], [7]. С привлечением метода бозонизации кварков в мезонном секторе и ряда других основополагающих принципов КХД описана возможность возникновения нарушения пространственной четности в плотной и горячей адронной среде, образующейся в столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях.

2. МЕТОД И СХЕМА НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ БОЗОНИЗАЦИИ КХД

Вкратце напомним главные феноменологические особенности, которые определяют область низких энергий КХД и основные принципы, лежащие в основе МНБ КХД. Очевидно, что в области низких и промежуточных энергий КХД, где характерные величины взаимодействия конstituентов настолько велики, что стандартная теория возмущения оказывается непригодной, необходимо прибегать к построению эффективных теорий для описания свойств адронов. В этой, так называемой непертурбативной области наиболее важную роль в образовании адронов из кварков и глюонов играют явления динамического нарушения киральной и масштабной симметрий, а также конфайнмент кварков и глюонов. Феноменологической основой в определении области низких энергий КХД может служить существование в ней кваркового и глюонного конденсатов, определяющих структуру вакуума КХД [8]. Поэтому область низких энергий определяется тем, что в ней доминируют непертурбативные кирально и масштабно неинвариантные флуктуации кварков, характеризующиеся соответствующими конденсатами, область калибровочно-инвариантна, векторные изоспиновые токи сохраняются и область устойчива относительно флуктуаций величины кваркового конденсата. Как показано в работах [9], существование и устойчивость области низких энергий определяется наличием положительного глюонного конденсата. Определив таким образом качественно область низких энергий, напомним главные идеи и схему МНБ КХД.

Основная идея бозонизации фермионных токов подразумевает такую замену переменных для локальных билинейных функций от фермионных (кварковых) и глюонных полей, в результате которой они интерполируются комбинациями полей мезонов с теми же квантовыми числами (результат нарушения соответствующих низкоэнергетических симметрий). Схематически бозонизация для производящего функционала кварковых синглетных токов Z_q в киральном секторе представляется как

$$\begin{aligned} Z_q(V, A, S, P) &= \int \mathcal{D}G \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-S_{\text{QCD}}(\bar{\psi}, \psi, G; V, A, S, P)} = \\ &= \int \mathcal{D}U e^{-S_{\text{eff}}(U; V, A, S, P)} \mathcal{R}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $V(x)$, $A(x)$, $S(x)$, $P(x)$ – соответствующие внешние векторное, аксиальное, скалярное и псевдоскалярное поля, а киральное поле $U(x)$ параметризуется псевдоскалярными полями

$$U = e^{i\Pi(x)/F_\pi}, \quad F_\pi \approx 93 \text{ МэВ}. \quad (2)$$

В правой части (1) интегрирование проводится по конечному числу легких бозонных состояний, а эффекты тяжелых степеней свободы включены в функционал R и проявляются также в структурных константах эффективного лагранжиана (подробнее см. ниже).

Основой МНБ КХД служат законы частичного сохранения аксиального и дилатационного токов [8]. Так, гипотеза частичного сохранения аксиального тока реализуется в том, что аксиальный ток кварков интерполируется полем легчайших псевдоскалярных мезонов, а гипотеза частичного сохранения дилатационного тока проявляется в отличие от нуля, в следе тензора энергии-импульса, что находит свое воплощение в связи с интерполирующим полем дилатона.

Квантование фермионов в присутствии внешних полей ведет к нарушению локальных киральной и масштабной симметрий, что приводит к соответствующим аномальным тождествам Уорда в законах сохранения для аксиального и дилатационного токов (киральная и конформная аномалии), при этом сохраняется векторный ток. В МНБ КХД мы не пытаемся бозонизировать непосредственно кварковые токи, а стремимся выявить локальные степени свободы кварков с правильными свойствами симметрии и ее нарушения, т.е. тот минимум степеней свободы, который достаточен для низкоэнергетической бозонизации полями для π - и σ -мезонов. Общее число степеней свободы при такой замене не должно измениться, таким образом, МНБ имеет характер замены переменных, при которой в эффективном лагранжиане все константы достаточно малы и допустимым является разложение по теории возмущений. С другой стороны, такое описание может быть успешным лишь в ограниченной области, в которой эффекты образования других связанных состояний пренебрежимо малы и динамика низкоэнергетических процессов не зависит от динамики высокоэнергетических процессов. В частности, тяжелые фермионы (мезоны) не должны давать существенного вклада в физику легких мезонов в инвариантной области низких энергий КХД. Таким образом, МНБ в области низких энергий должен удовлетворять следующим требованиям: бозонизация является локальной заменой переменных в производящем функционале для кварковых токов, такой что все степени свободы кварковых полей распределяются между кирально-и конформно-инвариантными полями кварков и бозонными коллективными полями; полученное эффективное действие для бозонных полей в производящем функционале отражает особенности динамического нарушения киральной и масштабной симметрий; эффективное действие определено и применимо в области низких энергий, при этом высокоэнергетические процессы дают лишь малые поправки.

И, наконец, рассмотрим схему кирально-конформной низкоэнергетической бозонизации КХД в области низких энергий, приводящей к построению эффективного действия для соответствующих полей π - и σ -мезонов. Чтобы выделить эффекты нарушения киральной и масштабной симметрий в производящем функционале для кварков при помощи локальных полей так, чтобы они содержали киральные и радиальные степени свободы кварков, в синглетном по цвету секторе доопределим производящий функционал кварков с учетом его расходимостей, т.е. регуляризуем его в области низких энергий с сохранением векторной симметрии. Нарушение

киральнo-масштабной инвариантности ведет к необходимости введения интерполирующих бозонных полей с квантовыми числами, характерными для параметров кирального и масштабного преобразования

$$\Omega(x) = e^{\mathbf{I}\sigma(x) + i\gamma_5 \Pi(x)}, \quad \hat{D}^\Omega = \Omega \hat{D} \Omega, \quad (3)$$

где матрица $\Omega(x)$ принимает значения в группе ароматов, $\hat{D}$ – оператор Дирака во внешних векторном $V(x)$, аксиальном $A(x)$, скалярном $S(x)$ и псевдоскалярном $P(x)$ полях [10].

Вследствие аномалий производящий функционал меняется под действием преобразования (3). Киральнo-масштабная неинвариантность проявляется как аномальный отклик производящего функционала для кварков на локальный поворот Ω внешних полей, т. е.

$$Z_q(V^\Omega, \dots) \neq Z_q(V, \dots). \quad (4)$$

Отсутствие локальной Ω -инвариантности фермионных средних приводит к тому, что киральная фаза Π и масштабная фаза σ кварков превращаются в динамические степени свободы полей π - и σ -мезонов, а фермионные токи интерполируются этими полями. Выделение киральнo- и конформно-неинвариантной части производящего функционала осуществляется сравнением с обратным киральнo-конформным инвариантом

$$Z_{q,\text{inv}}^{-1}(V, \dots) = \int D\Omega Z_q^{-1}(V^\Omega, \dots). \quad (5)$$

На основе факторизации

$$Z_q(V, \dots) = Z_q^{\text{low}}(V, \dots) Z_{q,\text{inv}}^{\text{low}}(V, \dots) Z_q^{\text{high}}(V, \dots), \quad (6)$$

где $Z_q^{\text{high}}(V, \dots)$ описывает область высокоэнергетических кварков вне области низких энергий, а бозонизированная часть $Z_q^{\text{low}}(V, \dots)$ представляется функциональным интегралом по группе полей $\Omega(x)$,

$$Z_q^{\text{low}}(V, \dots) = \int D\Omega \frac{Z_q^{\text{low}}(V, \dots)}{Z_q^{\text{low}}(V^\Omega, \dots)} e^{i\Phi} = \int D\Omega e^{iW_{\text{eff}}(V^\Omega, \dots)}, \quad (7)$$

добавление произвольного киральнo-конформного инвариантного функционала Φ не меняет соответствующей аномалии.

Определим минимальную низкоэнергетическую бозонизацию равенством $\Phi = 0$ [11]. Смысл его состоит в том, что при переходе от исходных кварковых переменных $\bar{q}, q$ к коллективным бозонным Π, σ мы пренебрегаем киральнo-конформными инвариантными степенями свободы кварковых полей. В данном случае минимальное эффективное действие W_{eff} для Ω -полей получается интегрированием киральной и конформной аномалий

$$\mathcal{A}_q(x) = i \frac{\delta(\ln Z_q^\Omega)}{\delta\Omega(x)} \quad (8)$$

вдоль пути на групповом многообразии [10],

$$W_{\text{eff}}^\Omega(V, \dots) = -2 \int_0^1 ds \int d^4x \text{Tr}[(\mathbf{I}\sigma(x) + i\gamma_5 \Pi(x)) \mathcal{A}(x; \Omega^s)]. \quad (9)$$

Ключевым элементом МНБ КХД является эффективное аномальное действие $W_{\text{eff}}^{\text{an}}$, которое дает бозонное действие после поворота $\Omega(x)$, т. е.

$$W_{\text{eff}}^{\Omega}(V, \dots) = W_{\text{an}}(V, \dots) - W_{\text{an}}(V^{\Omega}, \dots). \quad (10)$$

В случае Ω -полей принцип минимальной низкоэнергетической бозонизации требует, чтобы, во-первых, выполнялось равенство

$$W_{\text{eff}}^{U, \sigma}(U, \sigma)|_{U=1} = W_{\text{eff}}^{\sigma}(V, \dots), \quad (11)$$

где $W_{\text{eff}}^{\sigma}(V, \dots)$ представляет собой интеграл от конформной аномалии вдоль траектории по переменной σ в соответствии с [11], а во-вторых, в результате редукции по массам тяжелых мезонов, когда $m_{\sigma} \gg m_{\pi}$, $m_{\sigma}|\Pi| \gg |\partial\Pi|$, $m_{\sigma}|\sigma| \gg |\partial\sigma|$, должна воспроизводиться структура эффективного кирального аномального действия в области низких энергий КХД. В главном порядке по числу цветов N_c мы требуем, чтобы

$$\int D\sigma e^{iW^{\pi, \sigma}(V, \dots)} = e^{iW^{\pi}(V, \dots)} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N_c}\right) \right), \quad (12)$$

что возможно при условии $\Phi^{\pi} \neq 0$, т. е.

$$W^{\pi, \sigma}(\pi, \sigma)|_{\sigma=0} = W^{\pi} + \Phi^{\pi}(V^{\pi}, \dots). \quad (13)$$

Функционал Φ^{π} компенсирует некоторые вершины размерности 4 в киральном действии W_{eff}^{π} , которые в W_{eff}^{σ} возникают в результате редукции по массам тяжелых мезонов [11]. Приведем общую структуру и вид эффективного действия (лагранжиана) для легких псевдоскалярных мезонов с целью сравнения его с лагранжианами, полученными в других подходах. Общая структура эффективного действия для киральной фазы кварков состоит из P -нечетной части, которая порождает действие Весса–Зумино–Виттена W_{WZW} , описывающее редкие P -нечетные распады мезонов, и P -четной части W_+ , содержащей вершины четвертого порядка по производным кирального поля и воспроизводящей физику псевдоскалярных мезонов [12]. Лагранжиан, содержащий вершины четвертого порядка по производным кирального поля во внешних векторных (V), аксиальных (A), скалярных (S) и псевдоскалярных (P) полях, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^4 = & I_1 \langle D_{\mu} U (D_{\nu} U)^{\dagger} D^{\mu} U (D^{\nu} U)^{\dagger} \rangle + I_2 \langle D_{\mu} U (D_{\mu} U)^{\dagger} D^{\nu} U (D^{\nu} U)^{\dagger} \rangle + \\ & + I_3 \langle (D_{\mu}^2 U)^{\dagger} D_{\nu}^2 U \rangle + I_4 \langle (D_{\mu} \chi)^{\dagger} D^{\mu} U + D_{\mu} \chi (D^{\mu} U)^{\dagger} \rangle + \\ & + I_5 \langle D_{\mu} U (D^{\mu} U)^{\dagger} (\chi U^{\dagger} + U \chi^{\dagger}) \rangle + I_6 \langle U \chi^{\dagger} U \chi^{\dagger} + \chi U^{\dagger} \chi U^{\dagger} \rangle + \\ & + I_7 \langle \chi^{\dagger} U - U^{\dagger} \chi \rangle^2 + I_8 \langle F_{\mu\nu}^R D^{\mu} U (D^{\nu} U)^{\dagger} + F_{\mu\nu}^L (D^{\mu} U)^{\dagger} D^{\nu} U \rangle + \\ & + I_9 \langle U^{\dagger} F_{\mu\nu}^R U F^{L\mu\nu} \rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение (операция взятия следа) по флейворным индексам, $D_{\mu} = \partial_{\mu} + [V_{\mu}, *] + \{A_{\mu}, *\}$ – ковариантная производная во внешних полях, $\chi = 2B_0(S + iP)$ – комплексная плотность с параметром B_0 , который связан с кварковым конденсатом, $\langle \bar{q}q \rangle = -F_0^2 B_0$. Параметры F_0^2 , B_0 определяют область низких энергий КХД и задаются спектральными значениями оператора Дирака Λ , M во

внешних полях (подробнее см. [12], [13]):

$$F_0^2 = \frac{N_c}{4\pi^2}(\Lambda^2 - M^2), \quad F_0^2 B_0 = \frac{N_c}{2\pi^2} \left(\Lambda^2 M - \frac{1}{3} M^3 \right), \quad (15)$$

$$F_{\mu\nu}^L = \partial_\mu L_\nu - \partial_\nu L_\mu + [L_\mu, L_\nu], \quad L_\mu = V_\mu - A_\mu, \quad R_\mu = V_\mu + A_\mu. \quad (16)$$

Киральная бозонизация приводит к следующим значениям для коэффициентов I_k :

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{N_c}{192\pi^2}, & I_2 &= -\frac{N_c}{96\pi^2}, & I_3 &= \frac{N_c}{96\pi^2}, & I_4 &= \frac{N_c M}{16\pi^2 B_0}, & I_5 &= 0, \\ I_6 &= -\frac{\Lambda^2 - M^2}{64\pi^2 B_0}, & I_7 &= 0, & I_8 &= \frac{N_c}{48\pi^2}, & I_9 &= \frac{N_c}{96\pi^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

В альтернативном подходе Гассера–Лёйтвиллера [2] феноменологический лагранжиан для вершин четвертого порядка по киральному полю содержит структурные константы L_i , $i = 1, \dots, 10$, и имеет вид [2]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4^{\text{GL}} &= L_1 \langle (D_\mu U)^\dagger D^\mu U \rangle^2 + L_2 \langle (D_\mu U)^\dagger D_\nu U \rangle \langle (D^\mu U)^\dagger D^\nu U \rangle + \\ &+ L_3 \langle (D^\mu U)^\dagger D_\mu U (D^\nu U)^\dagger D_\nu U \rangle + L_4 \langle (D^\mu U)^\dagger D_\mu U \rangle \langle \chi^\dagger U + U^\dagger \chi \rangle + \\ &+ L_5 \langle (D^\mu U)^\dagger D_\mu U (\chi^\dagger U + U^\dagger \chi) \rangle + L_6 \langle \chi^\dagger U + U^\dagger \chi \rangle^2 + \\ &+ L_7 \langle \chi^\dagger U - U^\dagger \chi \rangle^2 + L_8 \langle \chi^\dagger U \chi^\dagger U + U^\dagger \chi U^\dagger \chi \rangle + \\ &+ L_9 \langle F_{\mu\nu}^R D^\mu U (D^\nu U)^\dagger + F_{\mu\nu}^L (D^\mu U)^\dagger D^\nu U \rangle - L_{10} \langle U^\dagger F_{\mu\nu}^R U F^{L\mu\nu} \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

Нетрудно установить связь между константами I_k , $k = 1, \dots, 9$, и L_i , $i = 1, \dots, 10$ [13]:

$$\begin{aligned} 2L_1 &= L_2 = I_1, & L_3 &= I_2 + I_3 - 2I_1, & L_4 &= L_6 = 0, & L_5 &= I_4 + I_5, \\ L_7 &= I_7 - \frac{1}{6} I_4 + \frac{1}{12} I_3, & L_8 &= -\frac{1}{4} I_3 + \frac{1}{2} I_4 + I_6, & L_9 &= I_8, & L_{10} &= I_9. \end{aligned} \quad (19)$$

В заключение этого раздела приведем табл. 1, в которой проведено сравнение структурных констант связи для эффективного кирального лагранжиана, полученных из киральной аномалии МНБ, в подходе Гассера–Лёйтвиллера [2] и из киральной теории возмущений в третьем порядке теории возмущений (высших порядков по киральной теории возмущений) Байненса [7].

Мы видим, что несмотря на прошедшие тридцать лет МНБ КХД дает вполне удовлетворительное описание значений структурных коэффициентов вершин эффективного кирального лагранжиана размерности 4, полученного из киральной аномалии и описывающего физику октета псевдоскалярных мезонов в непертурбативной области КХД. Относительное расхождение в предсказании для коэффициента L_5 объясняется необходимостью учета компенсирующего члена Φ^π в функционале действия (см. (13)), который определяет высокоэнергетическую асимптотику трехбозонного коррелятора $SA_\mu A^\mu$ [14].

Дальнейшее развитие МНБ КХД как в скалярном (дилатационном) [1], так и в векторном [3], дикварковом [5] и цветном [4] каналах было успешно проведено с целью определения динамического происхождения соответствующих спектральных характеристик псевдоскалярных мезонов в области низких энергий КХД.

Таблица 1. Сравнение предсказаний бозонизации КХД для структурных констант кирального лагранжиана (18) с феноменологическими оценками в тридцатилетней ретроспективе: от [2] до [7].

$\times 10^3$	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
Аномалия	0.79	1.58	-3.17	0	3.2
[2]	0.9 ± 0.3	1.7 ± 0.7	-4.4 ± 2.5	0 ± 0.5	2.2 ± 0.5
[7]	0.4 ± 0.3	1.4 ± 0.3	-3.5 ± 1.1	-0.3 ± 0.5	1.4 ± 0.5
$\times 10^3$	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}
Аномалия	0	-0.6	0.7	6.33	-3.17
[2]	0 ± 0.3	-0.4 ± 0.15	1.1 ± 0.3	7.4 ± 0.7	-6.0 ± 0.7
[7]	-0.2 ± 0.3	-0.4 ± 0.2	0.9 ± 0.4	5.93 ± 0.43	-3.8 ± 0.4

В следующем разделе показано, что, опираясь на метод бозонизации в кварковом секторе при низких энергиях, оказывается возможным описать локальное нарушение пространственной четности в среде при столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях (температурах и барионных плотностях). Для этого мы рассматриваем условия, которые могут привести к проявлению нарушения пространственной четности в среде.

3. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ ЛОКАЛЬНОГО НАРУШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ В СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ И КИРАЛЬНЫЙ ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

В настоящее время известно, что в КХД пространственная четность является хорошо установленной глобальной симметрией сильных взаимодействий [15]. Однако некоторое время назад было установлено, что в вакууме КХД при различных экстремальных внешних условиях (барионных плотностях, сильных электромагнитных полях и температурах) могут появляться пространственные области с флуктуациями топологической плотности, которые приводят к нарушению пространственной четности (P -четности) [16]. Образование фазы с нарушением пространственной четности может происходить в конечном объеме реакции (файерболе) при столкновениях тяжелых ионов. Проявления такой фазы имеют место в так называемом киральном магнитном эффекте, когда возникают сильные электрические и магнитные поля, приводящие к расщеплению киральных зарядов в реакциях при периферийных столкновениях ионов [17]. И напротив, возможно образование изосинглетного псевдоскалярного конденсата в результате рождения больших “долгоживущих” ($t \sim 5\text{--}10$ фм/с; здесь c – скорость света) топологических флуктуаций глюонных полевых конфигураций в файерболе при центральных столкновениях (подробнее см. работу [18]).

Существуют экспериментальные указания на аномальный выход дилептонных пар в столкновениях тяжелых ионов в области малых инвариантных масс, быстрой и средних поперечных импульсов [19]–[23] (см. обзоры в работах [24]), который может быть следствием локального нарушения пространственной четности в среде (подробности можно найти в [25]). Для описания различных эффектов адронной

среды в файерболе с нарушением четности приходится вводить различные химические потенциалы и, в первую очередь, аксиальный или киральный химический потенциал [26].

Вакуум КХД имеет сложную структуру (см., например, [27] и ссылки в указанной работе). Нетривиальные свойства вакуума неабелевых калибровочных теорий [28] ответственны за такие свойства теории, как явления конфайнмента, т. е. “невыветания цвета”, спонтанного нарушения киральной инвариантности и асимптотической свободы. Очевидно, что свойства вакуума КХД меняются в среде, и могут возникать различные вакуумные переходы под воздействием внешних условий (температуры, электромагнитных полей и пр.) [29]. Так, в частности, в столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях (температурах и барионных плотностях), в так называемом файерболе, могут возникать области с нетривиальным топологическим зарядом T_5 , который связан с калибровочным глюонным полем G_i :

$$T_5(t) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\text{vol.}} d^3x \varepsilon_{jkl} \text{Tr} \left(G^j \partial^k G^l - i \frac{2}{3} G^j G^k G^l \right), \quad (20)$$

где интегрирование производится по конечной части объема файербола. Он не является калибровочно-инвариантным объектом при глобальных калибровочных преобразованиях. Тем не менее его скачок ΔT_5 может быть связан с пространственно-временным интегралом от калибровочно-инвариантной плотности Черна–Понтрягина

$$\begin{aligned} \Delta T_5 &= T_5(t_f) - T_5(0) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^{t_f} dt \int_{\text{vol.}} d^3x \text{Tr} (G^{\mu\nu} \tilde{G}_{\mu\nu}) = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{t_f} dt \int_{\text{vol.}} d^3x \partial^\mu K_\mu, \\ K_\mu &= \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr} \left(G^\nu \partial^\rho G^\sigma - i \frac{2}{3} G^\nu G^\rho G^\sigma \right). \end{aligned} \quad (21)$$

При этом мы пренебрегаем потоком топологического тока через границу файербола в течение соответствующей термодинамической фазы. Известно, что изосинглетный аксиальный ток $J_{5,\mu} = \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q$ локально связан через соотношение частичного сохранения аксиального тока и с глюонной аномалией:

$$\partial^\mu J_{5,\mu} - 2i \bar{q} \hat{m}_q \gamma_5 q = \frac{N_f}{2\pi^2} \partial^\mu K_\mu. \quad (22)$$

Это соотношение позволяет найти связь ненулевого топологического заряда с нетривиальным аксиальным зарядом Q_5^q . Именно, проинтегрировав (23) по конечному объему файербола, приходим к соотношению

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (Q_5^q - 2N_f T_5) &\simeq 2i \int_{\text{vol.}} d^3x \bar{q} \hat{m}_q \gamma_5 q, \\ Q_5^q &= \int_{\text{vol.}} d^3x \bar{q} \gamma_0 \gamma_5 q = \langle N_L - N_R \rangle, \end{aligned} \quad (23)$$

из которого следует, что в киральном пределе (когда массы легких кварков равны нулю) и для конечного объема файербола аксиальный кварковый ток сохраняется в присутствии ненулевого топологического заряда. Можно показать, что за время

существования фибрбола (размер адронного фибрбола $L = 5\text{--}10$ фм) для легких кварков u , d , если топологический заряд отличен от нуля, $\langle \Delta T_5 \rangle \neq 0$, он может быть ассоциирован с топологическим химическим потенциалом μ_θ или аксиальным химическим потенциалом μ_5 [18]. Таким образом, имеем

$$\langle \Delta T_5 \rangle \simeq \frac{1}{2N_f} \langle Q_5^q \rangle \iff \mu_5 \simeq \frac{1}{2N_f} \mu_\theta, \quad (24)$$

и, добавляя к лагранжиану КХД слагаемое $\Delta \mathcal{L}_{\text{top}} = \mu_\theta \Delta T_5$ или $\Delta \mathcal{L}_q = \mu_5 Q_5^q$, получаем возможность учета нетривиальных топологических флуктуаций (флуктонов) в фибрболе. В лоренц-инвариантной форме поле флуктонов опишем при помощи классического фонового псевдоскалярного поля $a(t)$, зависящего от времени так, что

$$\Delta \mathcal{L}_a = \frac{N_f}{2\pi^2} K_\mu \partial^\mu a(x) = \frac{1}{4\pi^2} \mu_\theta K_0 \iff \mu_5 \bar{q} \gamma_0 \gamma_5 q, \quad \mu_5 \simeq \dot{a}(t) \simeq \text{const}. \quad (25)$$

4. ЛАГРАНЖИАН МОДЕЛИ ВЕКТОРНО-МЕЗОННОЙ ДОМИНАНТНОСТИ В СРЕДЕ

Для описания локального нарушения пространственной четности в фибрболе при учете электромагнитных взаимодействий адронов за основу можно взять модель векторной доминантности [30], [31]. Кроме того, будем предполагать, что в фибрболе возникает зависящее от времени, но приближенно пространственно однородное псевдоскалярное поле $a(t)$, которое индуцируется при плотностях, достижимых в столкновениях тяжелых ионов, и определим его как 4-вектор $\zeta_\mu \simeq \partial_\mu a \simeq (\zeta, 0, 0, 0)$. В принципе поле $a(t)$ может быть и изосинглетом, и изотриплетом, или их смесью. В дальнейшем вычисления будут представлены только для случая изосинглетного фонового поля. После бозонизации кваркового сектора КХД соответствующий кинетический член в лагранжиане векторных полей $V(x)$ в псевдоскалярном фоновом поле содержит максвелловский и массовые члены и слагаемое, описывающее взаимодействие Черна–Саймонса:

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \rho_{\mu\nu} \rho^{\mu\nu} + \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu}) + \frac{1}{2} V_{\mu,a} m_{ab}^2 V_b^\mu, \\ m_{ab}^2 = m_V^2 \begin{pmatrix} 4e^2/3g^2 & -e/3g & -e/g & \sqrt{2}eg_\phi/3g^2 \\ -e/3g & 1 & 0 & 0 \\ -e/g & 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{2}eg_\phi/3g^2 & 0 & 0 & g_\phi^2/g^2 \end{pmatrix}, \quad \det(m^2) = 0, \quad (26)$$

где $(V_{\mu,a}) \equiv (A_\mu, \omega_\mu, \rho_\mu^0, \phi_\mu)$ и $m_V^2 = m_\rho^2 = 2g_\rho^2 f_\pi^2 \simeq m_\omega^2$. Эта матрица воспроизводит модель векторной доминантности на кварковом уровне [30], [31].

Кварк-мезонное взаимодействие описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \bar{q} \gamma_\mu V^\mu q, \quad V_\mu \equiv -e A_\mu Q + \frac{1}{2} g_\omega \omega_\mu \mathbf{I}_q + \frac{1}{2} g_\rho \rho_\mu \lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{2}} g_\phi \phi_\mu \mathbf{I}_s, \quad (27)$$

при этом

$$Q = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{1}{6} \mathbf{I}_q - \frac{1}{3} \mathbf{I}_s,$$

$g_\omega \simeq g_\rho \equiv g \simeq 6 < g_\phi \simeq 7.8$, и значения констант извлекаются из данных о распадах векторных мезонов. $\mathbf{I}_q$ и $\mathbf{I}_s$ являются единичными матрицами в нестранном и странном кварковых секторах, а λ_3 – соответствующая матрица Гелл-Манна.

Следует подчеркнуть, что низкоэнергетическая бозонизация векторных степеней свободы со скрытой дополнительной калибровочной симметрией была развита В. Ю. Новожиловым [3], и она приводит к значению $g_\rho \equiv g = 2\pi$, хорошо согласующемуся с экспериментом.

Пространственно нечетный вклад дается членом Черна–Саймонса

$$\mathcal{L}_{\text{CS}}(k) = -\frac{1}{4}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr}[\widehat{\zeta}_\mu V_\nu(x)V_{\rho\sigma}(x)] = \frac{1}{2} \text{Tr}[\widehat{\zeta}\epsilon_{jkl}V_j\partial_k V_l], \quad (28)$$

который описывает смешивание фотонов и векторных мезонов при локальном нарушении пространственной четности. С принятыми определениями можно получить связь $\zeta = N_c g^2 \mu_5 / 8\pi^2$ и численно, $\zeta \simeq 1.5\mu_5$. Проведенный анализ массивной электродинамики Черна–Саймонса [18] показал, что в случае изосинглетного псевдоскалярного фонового поля спектр безмассовых фотонов не искажается, когда они смешиваются с массивными векторными мезонами, в то время как спектр массивных векторных мезонов расщепляется на три поляризации с массами $m_{V,+}^2 < m_{V,L}^2 < m_{V,-}^2$. Это расщепление может быть указанием на возможное нарушение четности, так же как и на нарушение лоренц-инвариантности, из-за зависимости фонового поля от времени. Кроме того, положение резонансных полюсов для поперечных поляризаций ρ - и ω -мезонов сдвигается с волновым вектором $|\vec{k}|$ и происходит уширение резонансов, что приводит к увеличению вклада при дилептонном выходе по сравнению с ситуацией, когда резонансы находятся в вакуумном состоянии (подробнее см. [32] и ниже раздел 5). Таким образом, возникает вопрос: можно ли эти эффекты каким-либо образом зарегистрировать в экспериментах при столкновениях тяжелых ионов и тем самым утверждать, что возможно существование фазы с локальным нарушением пространственной четности?

5. ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ АСИММЕТРИЯ ДИЛЕПТОНОВ КАК УКАЗАНИЕ НА ЛОКАЛЬНОЕ НАРУШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ

В последние годы в ряде экспериментов по столкновению тяжелых ионов был установлен эффект аномального выхода дилептонных пар в области малых инвариантных масс, быстрот и средних поперечных импульсов [19]–[22], [24]. Характерно, что этот эффект (см. рис. 1) был обнаружен только при центральных или почти центральных столкновениях и является эффектом ядерной среды [23].

Такой аномальный выход дилептонных пар все еще не нашел удовлетворительного объяснения с точки зрения адронной феноменологии. Напомним, что главные вклады в области инвариантных масс $300 \text{ МэВ} < M_{ee} < 900 \text{ МэВ}$ в распадах адронного коктейля в экспериментах PHENIX обусловлены процессами $\rho, \omega \rightarrow e^+e^-$, распадами типа Далитца $\omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$, $\pi^0, \eta, \eta' \rightarrow \gamma e^+e^-$ и фона $\bar{c}s \rightarrow e^+e^-$. Подробное рассмотрение процессов и их вклад в дилептонный выход можно найти в работах [25], [32].

Рис. 1. Аномальный выход дилептонов в центральных столкновениях ионов золота в сравнении с протон-протонными столкновениями [21].

Рис. 2. Расщепление поляризаций для спектральной функции ρ -мезона в фазе с локальным нарушением четности $\zeta = 400$ МэВ ($\mu_5 = 290$ МэВ) по сравнению с $\zeta = 0$ (затененная область).

Приведем графические результаты расчетов для избыточного выхода дилептонных пар в окрестности резонанса поляризованного векторного ρ -мезона. На рис. 2 приведен выход дилептонных пар для спектральной функции ρ -мезона и соответствующих вкладов его с различными поляризациями для значений параметра, индуцирующего нарушение пространственной четности, $\zeta = 400$ МэВ по сравнению с $\zeta = 0$ МэВ, механизм образования которого индуцирует нарушение пространственной четности.

Оказывается, что с увеличением этого параметра вклады круговых поляризаций резонанса становятся еще более заметными по сравнению с вакуумной ситуацией. На этом основании можно полагать, что мерой аномального выхода поляризованных дилептонных пар могут служить величина псевдоскалярного конденсата и его градиент в файерболе. Соответствующие вклады для ρ -мезонов в среде и в вакууме представлены на рис. 2, из которого следует, что избыточный выход пар лептонов может происходить вне резонансных пиков ρ -мезонов (аналогично для ω -мезонов) благодаря сдвигу массы в круговой поляризации резонансов в фазе локального нарушения пространственной четности.

Таким образом, поиск сигнала (фазы) с нарушением пространственной четности в столкновениях тяжелых ионов (файерболе) может быть осуществлен в экспериментах “event-by-event” (от события к событию) по избыточному выходу дилептонных пар и преимущественно с различными круговыми поляризациями, вне резонансной области инвариантной массы ρ - и ω -мезонов. Характеристикой, указывающей на возможность существования локального нарушения пространственной четности в этих экспериментах, может служить асимметрия продольно и поперечно поляризованных состояний для различных значений инвариантных масс. Конечно, следует иметь в виду и другие возможные вклады от процессов, происходящих в исследуемой области, а также и эволюцию среды в файерболе, но здесь мы ограничились лишь главными вкладами, обусловленными ρ - и ω -мезонами, и тем самым попытались дать количественное описание механизма аномально избыточного выхода лептонных пар в экспериментах CERES, PHENIX, STAR, NA60 и ALICE.

Рис. 3. Кинематика процессов рассеяния пар в лабораторной и покоящейся системах; θ_A – угол между двумя вылетающими лептонами в лабораторной системе измерений.

Рис. 4. Спектральная функция ρ -мезона в зависимости от диэлектронной инвариантной массы M в вакууме ($\mu_5 = 0$) и в среде с нарушающим пространственную четность параметром $\mu_5 = 300$ МэВ для различных областей θ_A : $-0.2 < \cos \theta_A < 0$ (штриховая кривая), $0 < \cos \theta_A < 0.2$ (пунктирная кривая), $0.2 < \cos \theta_A < 0.4$ (сплошная кривая), $0.4 < \cos \theta_A < 0.6$ (штрихпунктирная кривая).

5.1. Наблюдаемые, чувствительные к P -нечетным эффектам. Рассмотрим вкратце дилептонный поляризационный анализ в распадах $V \rightarrow \ell^+ \ell^-$ (подробнее см. [32]). Изучим угловые распределения для поляризаций в упомянутых реакциях, когда угол между двумя вылетающими лептонами в мезонном распаде связан с лабораторной системой измерения.

Описанная выше кинематика реакции представлена на рис. 3. Чтобы выделить поперечные поляризации в спектре, мы вычленили различные секторы углов и исследовали изменения спектральных функций для ρ -мезонов (и аналогично для ω -мезонов). Результаты представлены на рис. 4. Совершенно очевидно появление второго пика в P -нечетной среде. Различные экспериментальные возможности для его обнаружения обсуждаются в работе [32]. Для ω -мезона пик тоже проявляется.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан метод и приведена схема низкоэнергетической бозонизации КХД, основанная на киральной и масштабной аномалиях. Эта схема дает возможность получать эффективные лагранжианы для исследования спектральных характеристик

октета псевдоскалярных мезонов. Интегрирование киральной аномалии приводит к эффективному лагранжиану для легких псевдоскалярных мезонов, содержащему вершины до четвертого порядка по производным кирального поля во внешних векторных, аксиальных, скалярных и псевдоскалярных полях. Приведена таблица сравнения структурных констант связи для кирального лагранжиана, полученного МНБ, и лагранжианов в подходах Гассера–Лейтвиллера [2] и Байненса [7] в киральной теории возмущений. В результате оказывается, что несмотря на прошедшие тридцать лет МНБ КХД дает вполне удовлетворительное описание структурных констант связи вершин эффективного кирального лагранжиана размерности 4 и адекватно описывает физику октета псевдоскалярных мезонов в непертурбативной области КХД.

На основе метода бозонизации в кварковом секторе при низких энергиях описана возможность возникновения локального нарушения пространственной четности в плотной и горячей барионной среде (файерболе) в столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях. Феноменология локального нарушения пространственной четности в файерболе опирается на введение топологического (аксиального) заряда и топологического (кирального) химического потенциала. Кроме того, для описания электромагнитных взаимодействий адронов в файерболе предложен обобщенный лагранжиан модели векторной мезонной доминантности в присутствии взаимодействия Черна–Саймонса с пространственно однородным псевдоскалярным полем $a(t)$. Анализ показал, что в случае изосинглетного псевдоскалярного фонового поля $a(t)$ спектр безмассовых фотонов не искажается, когда они смешиваются с массивными векторными мезонами. В то же время спектр массивных векторных мезонов расщепляется на три составляющие с разными поляризациями, с разными эффективными массами $m_{V,+}^2 < m_{V,L}^2 < m_{V,-}^2$. Положения резонансных полюсов для поперечных поляризаций соответствующих ρ - и ω -мезонов сдвигаются с волновым вектором $|\vec{k}|$, и происходит уширение резонансов, что и приводит к увеличению спектрального вклада при дилептонном выходе по сравнению с ситуацией, когда резонансы находятся в вакуумном состоянии.

Таким образом, поиск сигнала (фазы) с нарушением пространственной четности в столкновениях тяжелых ионов (файерболе) может быть осуществлен в экспериментах по избыточному выходу дилептонных пар с различными круговыми поляризациями, вне резонансной области инвариантной массы ρ - и ω -мезонов. Указанием на возможность существования локального нарушения пространственной четности в этих экспериментах может служить асимметрия продольно и поперечно поляризованных состояний для различных значений инвариантных масс. Предложенный механизм возникновения локального нарушения пространственной четности помогает качественно и количественно объяснить аномальный выход пар дилептонов в экспериментах CERES, PHENIX, STAR, NA60, ALICE, а выявление его физической природы может служить основой для более глубокого понимания свойств КХД в среде при экстремальных условиях.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-02-00127), а также Санкт-Петербургского государственного университета (грант № 11.38.660.2013).

Список литературы

- [1] A. A. Andrianov, Yu. Novozhilov, *Phys. Lett. B*, **153**:6 (1985), 422–426; A. A. Andrianov, *Phys. Lett. B*, **157**:5–6 (1985), 425–429; A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, Yu. V. Novozhilov, V. Yu. Novozhilov, *Lett. Math. Phys.*, **11**:3 (1986), 217–224.

- [2] J. Gasser, H. Leutwyler, *Ann. Phys.*, **158**:1 (1984), 142–210; *Nucl. Phys. B*, **250**:1 (1985), 465–516.
- [3] V. Yu. Novozhilov, *Phys. Lett. B*, **228**:2 (1989), 240–244.
- [4] V. Novozhilov, Yu. Novozhilov, *Phys. Lett. B*, **522**:1–2 (2001), 49–56, arXiv: hep-ph/0110006; *Modern Phys. Lett. A*, **21**:35 (2006), 2649–2661, arXiv: hep-ph/0605238; В. Ю. Новожилов, Ю. В. Новожилов, *ТМФ*, **131**:1 (2002), 62–71.
- [5] Д. В. Василевич, Ю. В. Новожилов, А. Г. Пронько, *ТМФ*, **101**:2 (1994), 211–224; Yu. Novozhilov, A. Pronko, D. Vassilevich, A. Korotkov, *Extended chiral group and scalar diquarks*, arXiv: hep-ph/9901255.
- [6] Н. И. Карчев, А. А. Славнов, *ТМФ*, **65**:2 (1985), 192–201; J. Balog, *Phys. Lett. B*, **149**:1–3 (1984), 197–200; Д. Дьяконов, М. Эйдем, *Письма в ЖЭТФ*, **38**:7 (1983), 358–360; D. Dyakonov, V. Petrov, *Nucl. Phys. B*, **272**:2 (1986), 457–489; L.-H. Chan, *Phys. Rev. Lett.*, **55** (1985), 21; D. Ebert, S. Reinhardt, *Phys. Lett. B*, **173**:4 (1986), 453–458; D. Espriu, E. de Rafael, J. Taron, *Nucl. Phys. B*, **345**:1 (1990), 22–56; *Nucl. Phys. B*, **355**:1 (1991), 278–279.
- [7] J. Bijnens, G. Ecker, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **64**:1 (2014), 149–174, arXiv: 1405.6488.
- [8] М. А. Shifman, *Phys. Rep.*, **209**:6 (1991), 341–378; J. C. Collins, A. Duncan, S. D. Joglekar, *Phys. Rev. D*, **16**:2 (1977), 438–449.
- [9] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, Yu. V. Novozhilov, V. Yu. Novozhilov, *Lett. Math. Phys.*, **11**:3 (1986), 217–224; А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, В. Ю. Новожилов, В. Ю. Новожилов, *Письма в ЖЭТФ*, **43**:1 (1986), 8–10.
- [10] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, Yu. V. Novozhilov, V. Yu. Novozhilov, *Phys. Lett. B*, **186**:3–4 (1987), 401–404.
- [11] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, А. Н. Манашов, *Internat. J. Modern Phys. A*, **6**:30 (1991), 5435–5445.
- [12] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, В. Ю. Новожилов, Ю. В. Новожилов, *ТМФ*, **70**:1 (1987), 63–75.
- [13] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, V. L. Yudichev, *J. Math. Sci.*, **88**:2 (1998), 142–149.
- [14] А. А. Андрианов, D. Espriu, R. Tarrach, *Nucl. Phys. B*, **533**:1 (1998), 429–472, arXiv: hep-ph/9803232.
- [15] D. Weingarten, *Phys. Rev. Lett.*, **51**:20 (1983), 1830–1833; C. Vafa, E. Witten, *Phys. Rev. Lett.*, **53**:6 (1984), 535–536; D. Espriu, M. Gross, J. F. Wheeler, *Phys. Lett. B*, **146**:1–2 (1984), 67–74.
- [16] D. Kharzeev, R. D. Pisarski, *Phys. Rev. D*, **61**:11 (2000), 111901, 4 pp., arXiv: hep-ph/9906401; D. Kharzeev, *Phys. Lett. B*, **633**:2–3 (2006), 260–2644, arXiv: hep-ph/0406125; *Ann. Phys.*, **325**:1 (2010), 205–218, arXiv: 0911.3715; D. Kharzeev, A. Zhitnitsky, *Nucl. Phys. A*, **797**:1–2 (2007), 67–79, arXiv: 0706.1026.
- [17] D. Kharzeev, R. D. Pisarski, M. H. G. Tytgat, *Phys. Rev. Lett.*, **81**:3 (1998), 512–515, arXiv: hep-ph/9804221; D. E. Kharzeev, L. D. McLerran, H. J. Warringa, *Nucl. Phys. A*, **803**:3 (2008), 227–253, arXiv: 0711.0950; K. Buckley, T. Fugleberg, A. Zhitnitsky, *Phys. Rev. Lett.*, **84**:21 (2000), 4814–4817, arXiv: hep-ph/9910229.
- [18] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, D. Espriu, X. Planells, *Phys. Lett. B*, **710**:1 (2012), 230–235, arXiv: 1201.3485; *PoS(QFTHEP2011)*, 2013, 025, 7 pp.
- [19] P. Wurn, G. Agakichiev, R. Bau et al. [CERES Collab.], *Nucl. Phys. A*, **590**:1–2 (1995), 103–116; G. Agakichiev, M. Appenheimer, R. Auerbeck et al. [CERES/NA45 Collab.], *Eur. Phys. J. C*, **4**:2 (1998), 231–247.
- [20] R. Arnaldi, R. Auerbeck, K. Banicz et al. [NA60 Collab.], *Phys. Rev. Lett.*, **96**:16 (2006), 162302, 5 pp.
- [21] A. Adare, S. Afanasiev, C. Aidala et al. [PHENIX Collab.], *Phys. Rev. C*, **81**:3 (2010), 034911, 56 pp., arXiv: 0912.0244.

- [22] G. Agakichiev, C. Agodi, H. Alvarez-Pol et al. [HADES Collab.], *Phys. Rev. Lett.*, **98**:5 (2007), 052302, 5 pp., arXiv: nucl-ex/0608031; *Phys. Lett. B*, **663**:1–2 (2008), 43–48.
- [23] K. O. Lapidus, V. M. Emel'yanov, *Phys. Part. Nucl.*, **40**:1 (2009), 29–48.
- [24] I. Tserruya, “Electromagnetic Probes”, *Relativistic Heavy Ion Physics*, Landolt-Börnstein – Group I Elementary Particles, Nuclei and Atoms, **23**, ed. R. Stock, Springer, Heidelberg, 2010, 4-43–4-74, arXiv: 0903.0415; G. E. Brown, M. Rho, *Phys. Rev. Lett.*, **66**:21 (1991), 2720–2723.
- [25] А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, Д. Эсприу, Ш. Планельс, *ТМФ*, **170**:1 (2012), 22–33.
- [26] A. A. Andrianov, D. Espriu, X. Planells, *Eur. Phys. J. C*, **73**:1 (2013), 2294, 10 pp., arXiv: 1210.7712.
- [27] В. Н. Первушин, *ЭЧАЯ*, **15**:5 (1984), 1073–1110.
- [28] A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. S. Shvarts, Y. S. Tyupkin, *Phys. Lett. B*, **59**:1 (1975), 85–87; G. 't Hooft, *Phys. Rev. D*, **14**:12 (1976), 3432–3450; C. G. Callan, R. F. Dashen, D. J. Gross, *Phys. Lett. B*, **63**:3 (1976), 334–340.
- [29] F. R. Klinkhamer, N. S. Manton, *Phys. Rev. D*, **30**:10 (1984), 2212–2220; V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, M. E. Shaposhnikov, *Phys. Lett. B*, **155**:1–2 (1985), 36–42; L. McLerran, E. Mottola, M. E. Shaposhnikov, *Phys. Rev. D*, **43**:6 (1991), 2027–2035; G. D. Moore, K. Rummukainen, *Phys. Rev. D*, **61**:10 (2000), 105008, 8 pp., arXiv: hep-ph/9906259; E. Shuryak, I. Zahed, *Phys. Rev. D*, **67**:1 (2003), 014006, 7 pp., arXiv: hep-ph/0206022.
- [30] R. Rapp, J. Wambach, “Chiral Symmetry Restoration and Dileptons in Relativistic Heavy-Ion Collisions”, *Advances in Nuclear Physics*, Advances in the Physics of Particles and Nuclei (APPN), **25**, ed. J. W. Negele, E. Vogt, Kluwer, New York, 2002, 1–205; W. Liu, R. Rapp, *Nucl. Phys. A*, **796**:1–4 (2007), 101–121, arXiv: nucl-th/0604031; H. van Hees, R. Rapp, *Nucl. Phys. A*, **806**:1–4 (2008), 339–387.
- [31] J. J. Sakurai, *Ann. Phys.*, **11**:1 (1960), 1–48; *Currents and Mesons*, Univ. Chicago Press, Chicago, IL, 1969.
- [32] A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, D. Espriu, X. Planells, *Phys. Rev. D*, **90**:3 (2014), 034024, 7 pp., arXiv: 1402.2147.