Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Вечернин, Корреляция между поперечными импульсами в модели со слиянием струн, *ТМФ*, 2015, том 184, номер 3, 437–448

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8929>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.93.64.190

26 апреля 2023 г., 07:57:42

© 2015 г.

В. В. Вечернин*

КОРРЕЛЯЦИЯ МЕЖДУ ПОПЕРЕЧНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ В МОДЕЛИ СО СЛИЯНИЕМ СТРУН

Получено явное аналитическое выражение для асимптотики коэффициента корреляции между средними поперечными импульсами частиц, образующихся в данном событии в интервалах, разнесенных по быстроте. Асимптотика найдена при большой плотности струн с учетом их слияния, путем введения решетки в поперечной плоскости и с использованием быстрой трансляционной инвариантности процесса распада струны при высоких энергиях. Установлено, что, в отличие от корреляции между импульсами отдельных частиц, величина корреляции между средними поперечными импульсами всех частиц, рождающихся в данном событии в двух разнесенных быстрой интервалах, не убывает с ростом общего числа образующихся струн, что делает этот тип корреляций перспективным для наблюдения в процессах столкновения ядер при высоких энергиях. Показано также, что в этом пределе асимптотика коэффициента корреляции между средними поперечными импульсами не зависит от величины дисперсии по числу частиц, образующихся при фрагментации струны, в отличие от изучавшихся ранее корреляций между множественностями или между средним поперечным импульсом и множественностью.

Ключевые слова: взаимодействия адронов, высокие энергии, множественное рождение, кварк-глюонные струны, корреляции поперечного импульса.

DOI: 10.4213/tmf8929

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ процессов рассеяния адронов при высоких энергиях показывает, что особенности сильного взаимодействия приводят к различным динамикам взаимодействия вдоль оси столкновения и в поперечной к ней плоскости. Как следствие, характеры спектров образующихся вторичных частиц по продольному p_z и поперечному p_t импульсам оказываются совершенно разными. При этом при описании их распределений по продольному импульсу оказывается удобнее перейти от продольной компоненты p_z к быстроте

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{p_+}{p_-} = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}. \quad (1)$$

* Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: v.vechernin@spbu.ru

Еще до появления квантовой хромодинамики (КХД), в рамках подхода Грибова–Редже [1] было осознано, что характерной чертой сильного взаимодействия является локальность взаимодействия партонов, образующих адроны, в пространстве быстрот, с одновременным ограничением величины их поперечного импульса. Было показано, что при описании процессов рассеяния адронов при высоких энергиях доминирует вклад от обмена помероном – специальным объектом, возникающим в рамках этого подхода. Позднее, подобная структура – известный померон Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова [2], [3] – была получена и в рамках КХД как связанное состояние реджезованных глюонов.

Принцип локальности взаимодействия партонов в пространстве быстрот при высоких энергиях ведет к трансляционной инвариантности спектров рождающихся вторичных частиц, по крайней мере, в центральной области быстрот, вдали от крайних значений, отвечающих быстротам сталкивающихся адронов. В результате в этой области одночастичный спектр не зависит от быстроты y , а зависит только от поперечного импульса $\mathbf{p}_t$ частицы. Двухчастичные распределения зависят лишь от разности быстрот $\Delta y = y_1 - y_2$ и от поперечных импульсов $\mathbf{p}_t^1$ и $\mathbf{p}_t^2$.

Множественное рождение частиц при высоких энергиях в этом подходе описывается вкладом фейнмановских диаграмм с “разрезанием” померона. В работах [4], [5] была предложена пространственно-временная интерпретация этого процесса, соответствующая картине сильного взаимодействия в рамках КХД, которая позднее получила название *цветного перецепления*. В этой картине каждому “разрезанию” померона сопоставляется процесс формирования двух кварк-глюонных струн между партонами сталкивающихся адронов. Фрагментация этих струн позволяет описать процессы множественного рождения частиц при высоких энергиях. Тогда же была осознана необходимость учета вклада мультипомеронных процессов – процессов с обменом несколькими померонами. Вклад диаграммы с N “разрезанными” померонами интерпретируется в этой картине как процесс взаимодействия адронов с образованием $2N$ струн.

Описание процесса фрагментации образующихся струн в частицы за счет их разрыва при образовании кварк-антикварковых пар цветным полем струны строится как обобщение на случай КХД классического швингеровского механизма рождения e^+e^- -пар в сильном электрическом поле [6]. Имеется красивая, чисто геометрическая реализация алгоритма фрагментации струны для идеализированного случая струны Намбу [7]. Эти механизмы воспроизводят экспериментально наблюдаемое равномерное распределение вторичных частиц по быстройте в соответствии с ожидаемой трансляционной инвариантностью в центральной области быстрот. Подчеркнем, что использование этих алгоритмов во всех существующих монте-карловских генераторах событий, таких как PYTHIA, VENUS, HIJING, EPOS и др., является неизбежным, поскольку мягкие процессы, доминирующие во взаимодействиях адронов, пока не поддаются количественному описанию в рамках КХД.

Переход от рассеяния протонов к столкновениям тяжелых ядер при высоких энергиях приводит к образованию конфигураций с большой плотностью струн в поперечной плоскости. При этом возникает необходимость учета эффектов от наложения и взаимодействия первичных струн, с возможным их слиянием и образованием струнных кластеров, а также анализа влияния этих процессов на фрагментацию в наблюдаемые адроны. Как показано в работах [8]–[11], учет этих эффектов при-

водит к значительному уменьшению общей множественности рождающихся частиц и увеличению их среднего поперечного импульса, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными с коллайдеров RHIC и LHC [12], [13].

Более детальное изучение процессов взаимодействия и слияния струн можно проводить путем исследования влияния этих процессов на корреляции между наблюдаемыми величинами F и B , измеренными для частиц с быстройми, лежащими в двух интервалах δy_F и δy_B , разделенных некоторым быстройным зазором y_{gap} [14]. В экспериментах на коллайдерах эти быстройные интервалы (окна), в которых регистрируют частицы, обычно соответствуют частицам, вылетающим в переднюю и заднюю полусферы, поэтому эти корреляции обычно называют *корреляциями вперед–назад*. Наличие быстройного зазора между окнами необходимо, так как оно позволяет разделить вклады так называемых ближних и дальних корреляций. Ближние корреляции возникают только между частицами, рождающимися при распаде одной и той же струны. Согласно трансляционной инвариантности они зависят лишь от разности быстрой частиц Δy . Локальность сильного взаимодействия в пространстве быстрой означает, что эти корреляции должны исчезать с увеличением Δy . Оценки показывают, что при выборе $y_{\text{gap}} \geq 1.5$ вкладом ближних корреляций между частицами с быстройми в интервалах δy_F и δy_B можно пренебречь. Остающиеся дальние корреляции возникают из-за синхронных флуктуаций от события к событию числа и вида струн, фрагментирующих в частицы с быстройми в интервалах δy_F и δy_B .

В качестве величин F и B , между которыми изучаются корреляции, обычно выбирают (см. [15], раздел 6.5.15, с. 1749) число заряженных частиц n_F и n_B с быстройми в интервалах δy_F и δy_B или их средние поперечные импульсы в данном событии

$$p_t^F \equiv \frac{1}{n_F} \sum_{i=1}^M p_t^{iF}, \quad p_t^B \equiv \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^M p_t^{iB}, \quad (2)$$

где $p_t^i = |\mathbf{p}_t^i|$. В этом случае возможно изучение трех типов корреляций: n - n , p_t - n и p_t - p_t . Отметим, что для изучения возможных эффектов от слияния струн наиболее перспективным является исследование корреляций между средними событийными импульсами p_t^F и p_t^B . Это связано с тем, что средний поперечный импульс является интенсивной переменной, в отличие от множественности, которая является экстенсивной величиной. Поэтому простые “объемные” флуктуации числа струн от события к событию (без их слияния), возникающие, например, из-за флуктуаций прицельного параметра, приводят к коррелированному изменению множественностей n_F и n_B , но не приводят к корреляциям между p_t^F и p_t^B . Для возникновения последних необходимо синхронное изменение качества источников в интервалах δy_F и δy_B , например, вследствие различного слияния струн в каждом конкретном событии.

2. ОБЩИЙ ФОРМАЛИЗМ

Общий формализм описания дальних корреляций вперед–назад изложен в работах [16]–[18]. Вероятность одновременного наблюдения значений величин F и B в данном событии $P(F, B)$ может быть представлена в виде суммы по всевозможным

конфигурациям C , характеризующим данное событие:

$$P(F, B) = \sum_C P(C) P_C(F) P_C(B). \quad (3)$$

Вклад в (3) дают только дальние корреляции, так как для любой фиксированной конфигурации C предполагается факторизация $P(F, B)$. Величина корреляции между наблюдаемыми F и B описывается корреляционной функцией $\langle B \rangle_F$ – регрессией, которая представляет собой условное среднее:

$$\langle B \rangle_F = \frac{\sum_C \langle B \rangle_C P(C) P_C(F)}{\sum_C P(C) P_C(F)} = \frac{1}{P(F)} \sum_C \langle B \rangle_C P(C) P_C(F), \quad (4)$$

и коэффициентом корреляции [15]

$$b_{BF} \equiv \frac{d\langle B \rangle_F / \langle B \rangle}{dF / \langle F \rangle} \Big|_{F=\langle F \rangle} = \frac{\langle F \rangle}{\langle B \rangle} \frac{d\langle B \rangle_F}{dF} \Big|_{F=\langle F \rangle}. \quad (5)$$

В формуле (4) знаменатель $P(F) = \sum_C P(C) P_C(F)$ имеет тот же вид, что и числитель, но без сомножителя $\langle B \rangle_C$. Поэтому ниже мы будем выписывать только преобразования числителя, подразумевая, что те же операции производятся и со знаменателем формулы (4).

В работах [12], [19], [20] были предложены различные варианты описания процесса слияния струн при формировании конфигурации C , возникающей в данном событии. Мы будем использовать самый простой вариант, предложенный в работах [17], [21] и состоящий в введении решетки в плоскости прицельного параметра с площадью ячейки порядка поперечного сечения струны. В этом случае возникающая в событии струнная конфигурация C_η характеризуется набором целых чисел

$$C_\eta = \{\eta_1, \dots, \eta_M\}, \quad (6)$$

где η_i – число центров струн, попавшее в i -ю ячейку, а M – общее число ячеек. В определение конфигурации C , характеризующей данное событие, мы включим также n_i^F и n_i^B – числа частиц, образовавшихся от распада струн i -й ячейки в переднем и заднем быстрых интервалах:

$$C = \{C_\eta, C_n^F, C_n^B\}, \quad C_n^F = \{n_1^F, \dots, n_M^F\}, \quad C_n^B = \{n_1^B, \dots, n_M^B\}. \quad (7)$$

С учетом этого для вероятностей, входящих в выражение (4), имеем

$$P(C) = P(C_\eta) P_{C_\eta}(C_n^F) P_{C_\eta}(C_n^B), \quad P_C(F) = P_{C_\eta C_n^F}(F). \quad (8)$$

Выражение для корреляционной функции теперь можно переписать так:

$$\langle B \rangle_F = \frac{1}{P(F)} \sum_{C_\eta} P(C_\eta) \left[\sum_{C_n^B} P_{C_\eta}(C_n^B) \langle B \rangle_{C_\eta C_n^B} \right] \left[\sum_{C_n^F} P_{C_\eta}(C_n^F) P_{C_\eta C_n^F}(F) \right]. \quad (9)$$

В качестве наблюдаемых величин F и B , между которыми изучаются корреляции, следуя обсуждению в разделе 1, мы выбираем средние поперечные импульсы p_F и p_B

частиц, зарегистрированных в данном событии в каждом из быстротных окон (ниже мы опускаем индекс t):

$$p_F \equiv \frac{1}{n_F} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i^F} p_i^{jF}, \quad n_F = \sum_{i=1}^M n_i^F, \quad (10)$$

и аналогично для p_B и n_B .

В соответствии с физической картиной слияния струн [20], [22] и интенсивным характером переменной, которой является поперечный импульс (см. раздел 1), средний поперечный импульс $\bar{p}_i$ частиц, образующихся при распаде i -й ячейки поперечного пространства, не зависит от числа образующихся частиц n_i^F или n_i^B , а зависит только от степени перекрытия струн η_i в этой i -й ячейке поперечного пространства. Поэтому он один и тот же для переднего и заднего наблюдательных окон. В этом случае, усредняя (10), мы имеем

$$\langle p_F \rangle_{C_\eta C_n^F} = \frac{1}{n_F} \sum_{i=1}^M n_i^F \bar{p}_i(\eta_i) \quad (11)$$

и аналогично для среднего $\langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B}$, входящего в правую часть (9).

3. ГАУССОВО ПРИБЛИЖЕНИЕ

Целью настоящей работы является нахождение асимптотики корреляционной функции $\langle p_B \rangle_{p_F}$ дальних p_t - p_t -корреляций при большой плотности струн. В этом случае для оценки вероятности $P(C_\eta)$ можно использовать гауссово приближение:

$$P(C_\eta) = \prod_{i=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\eta_i}}} e^{-(\eta_i - \bar{\eta}_i)^2 / 2D_{\eta_i}}, \quad (12)$$

предполагающее независимые флуктуации числа струн η_i в каждой ячейке вокруг заданного среднего значения $\bar{\eta}_i$ с некоторой дисперсией

$$D_{\eta_i} \equiv \overline{\eta_i^2} - \bar{\eta}_i^2 \sim \bar{\eta}_i \gg 1. \quad (13)$$

При этом сумма по всем струнным конфигурациям C_η , входящая в (9) и представляющая собой многократную сумму по всем η_i , может быть заменена M -кратным интегрированием:

$$\sum_{C_\eta} (\cdot) = \prod_{i=1}^M \sum_{\eta_i=0}^{\infty} (\cdot) \Rightarrow \prod_{i=1}^M \int_0^{\infty} (\cdot) d\eta_i. \quad (14)$$

Аналогичные приближения мы будем использовать и при суммировании по конфигурациям C_n^F и C_n^B (7) в формуле (9):

$$P_{C_\eta}(C_n^F) = \prod_{i=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{n_i^F}(\eta_i)}} e^{-[n_i^F - \bar{n}_i^F(\eta_i)]^2 / 2D_{n_i^F}(\eta_i)}. \quad (15)$$

Важно, что в этом случае дисперсия $D_{n_i^F}$ и среднее число частиц $\bar{n}_i^F$ с быструтами в переднем окне δy_F , образующихся от распада струн в данной ячейке, зависят от числа струн η_i в этой ячейке:

$$D_{n_i^F}(\eta_i) \sim \bar{n}_i^F(\eta_i) \gg 1. \quad (16)$$

В силу симметрии для $P_{C_\eta}(C_n^B)$ выполняются аналогичные соотношения.

Наконец, в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей, учитывая область переменных, задаваемую соотношениями (13) и (16), в которой мы ищем асимптотику корреляционной функции, для $P_{C_\eta C_n^F}(p_F)$ в формуле (9) мы имеем

$$P_{C_\eta C_n^F}(p_F) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{p_F}(C_\eta, C_n^F)}} e^{-[p_F - \langle p_F \rangle_{C_\eta C_n^F}]^2 / 2D_{p_F}(C_\eta, C_n^F)}, \quad (17)$$

где согласно (11) среднее этого распределения равно сумме средних $\bar{p}_i(\eta_i)$, деленной на n_F , а его дисперсия равна сумме дисперсий для отдельных частиц $D_{p_i}(\eta_i)$, деленной на n_F^2 :

$$D_{p_F}(C_\eta, C_n^F) = \frac{1}{n_F^2} \sum_{i=1}^M n_i^F D_{p_i}(\eta_i). \quad (18)$$

Напомним, что знаменатель $P(F)$ в формулах (4) и (9) отличается от числителя только отсутствием подынтегрального множителя $\langle B \rangle_C = \langle B \rangle_{C_\eta C_n^B}$, который в случае p_t - p_t -корреляций равен $\langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B}$ и задается соотношением, аналогичным (11). Поскольку мы ищем асимптотику корреляционной функции (9) в области, задаваемой соотношениями (13) и (16), то для оценки многомерных интегралов, возникающих в числителе и знаменателе формулы (4), мы будем использовать метод перевала. С этой целью, используя приведенные выше формулы, удобно представить корреляционную функцию (9) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle p_B \rangle_{p_F} &= \frac{1}{P(F)} \prod_{i=1}^M \int_0^\infty d\eta_i dn_i^F N(C_\eta, C_n^F) e^{-\Phi(p_F, C_\eta, C_n^F)} \times \\ &\times \prod_{i=1}^M \int_0^\infty dn_i^B e^{-\Psi(C_\eta, C_n^B)} \langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B}, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\Phi(p_F, C_\eta, C_n^F) = \sum_{i=1}^M \frac{(\eta_i - \bar{\eta}_i)^2}{2D_{\eta_i}} + \sum_{i=1}^M \frac{[n_i^F - \bar{n}_i^F(\eta_i)]^2}{2D_{n_i^F}(\eta_i)} + \frac{[p_F - \langle p_F \rangle_{C_\eta C_n^F}]^2}{2D_{p_F}(C_\eta, C_n^F)} \quad (20)$$

и

$$\Psi(C_\eta, C_n^B) = \sum_{i=1}^M \frac{[n_i^B - \bar{n}_i^B(\eta_i)]^2}{2D_{n_i^B}(\eta_i)}. \quad (21)$$

Мы не выписываем явно предэкспоненциальный множитель $N(C_\eta, C_n^F)$, так как он входит как в числитель формулы (19), так и в ее знаменатель $P(F)$, и при вычислении их асимптотик методом перевала он сокращается. Так как знаменатель $P(F)$

в формуле (19) имеет такой же вид, как числитель, но без множителя $\langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B}$ под интегралом, то оценка интегралов по n_i^B методом перевала в силу (21) приводит к простой замене n_i^B на $\bar{n}_i^B(\eta_i)$ в подынтегральном выражении:

$$\langle p_B \rangle_{p_F} = \frac{1}{P(F)} \prod_{i=1}^M \int_0^\infty d\eta_i dn_i^F N(C_\eta, C_n^F) e^{-\Phi(p_F, C_\eta, C_n^F)} \langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B}, \quad (22)$$

где, учитывая для $\langle p_F \rangle_{C_\eta C_n^F}$ формулу, аналогичную (11), мы имеем

$$\langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B} = \frac{1}{\bar{n}_B} \sum_{i=1}^M \bar{n}_i^B(\eta_i) \bar{p}_i(\eta_i), \quad \bar{n}_B = \sum_{i=1}^M \bar{n}_i^B(\eta_i). \quad (23)$$

В результате вычисление асимптотики корреляционной функции (22) сводится к нахождению зависимости положения точки перевала, $\eta_i = \eta_i^*(p_F)$ и $n_i^F = n_i^{*F}(p_F)$, от величины p_F исходя из условий

$$\frac{\partial \Phi(p_F, C_\eta, C_n^F)}{\partial \eta_i} = 0, \quad \frac{\partial \Phi(p_F, C_\eta, C_n^F)}{\partial n_i^F} = 0. \quad (24)$$

Далее, при вынесении предэкспоненциальных множителей из подынтегральных выражений в формуле (22) в точке перевала η_i^* и n_i^{*F} множители $N(C_\eta^*, C_n^{*F})$ в числителе формулы (22) и в ее знаменателе $P(F)$ сокращаются. Сокращаются также и сами остающиеся после вынесения предэкспонент интегралы. В результате для асимптотики функции p_t - p_t -корреляций мы находим

$$\langle p_B \rangle_{p_F} = \langle p_B \rangle_{C_\eta^* C_n^B}, \quad (25)$$

где согласно (23)

$$\langle p_B \rangle_{C_\eta^* C_n^B} = \frac{1}{\bar{n}_B} \sum_{i=1}^M \bar{n}_i^B(\eta_i^*) \bar{p}_i(\eta_i^*), \quad \bar{n}_B = \sum_{i=1}^M \bar{n}_i^B(\eta_i^*), \quad (26)$$

а зависимость $\eta_i^*(p_F)$ задается положением точки перевала (24).

Теперь мы можем вычислить коэффициент p_t - p_t -корреляций согласно определению (5):

$$b_{p_t p_t} \equiv \frac{d \langle p_B \rangle_{p_F}}{d p_F} \bigg|_{p_F = \langle p_F \rangle} = \sum_{i=1}^M \frac{\partial}{\partial \eta_i^*} [\langle p_B \rangle_{C_\eta^* C_n^B}] \cdot \frac{d \eta_i^*}{d p_F} \bigg|_{p_F = \langle p_F \rangle}. \quad (27)$$

Отметим, что для этого, как ясно из (27), нам нужно знать зависимость положения точки перевала $\eta_i^*(p_F)$ от p_F лишь в малой окрестности вблизи $\langle p_F \rangle$.

Оценка методом перевала более простых интегралов по η_i , возникающих при вычислении самих средних величин $\langle p_F \rangle$ и $\langle p_B \rangle$, приводит к простой замене всех η_i на $\bar{\eta}_i$ в формуле (23), аналогично тому, как это имело место при усреднении по конфигурациям C_n^B в формуле (19) (см. комментарии после формулы (21)):

$$\langle p_F \rangle = \langle p_F \rangle_{C_\eta C_n^F}, \quad \langle p_B \rangle = \langle p_B \rangle_{C_\eta C_n^B}. \quad (28)$$

Поскольку все $\bar{n}_i^F(\eta_i) \sim \bar{n}_i^B(\eta_i)$, то согласно (23) справедливо равенство $\langle p_F \rangle = \langle p_B \rangle$, как и должно быть из общих соображений, приведенных после формулы (10).

4. АСИМПТОТИКА ДЛЯ ОДНОРОДНОГО СЛУЧАЯ

В этом разделе мы реализуем программу, описанную выше, для простого однородного случая – с одинаковой средней плотностью струн во всей поперечной плоскости ($\bar{\eta}_i = \bar{\eta}$) и одинаковой дисперсией ($D_{\eta_i} = D_{\eta}$) относительно этого среднего. Удобно ввести так называемую приведенную дисперсию ω_{η} :

$$\omega_{\eta} = \frac{D_{\eta}}{\bar{\eta}}. \quad (29)$$

Мы также будем использовать конкретные зависимости среднего числа частиц $\bar{n}_i^F(\eta_i)$ и $\bar{n}_i^B(\eta_i)$, а также среднего поперечного импульса $\bar{p}_i(\eta_i)$ от степени перекрытия струн η_i в данной ячейке, которые ожидаются в картине, основанной на КХД [8], [9], [11], [22]:

$$\bar{n}_i^F(\eta_i) = \mu_F \sqrt{\eta_i}, \quad \bar{p}_i(\eta_i) = p_0 \sqrt[4]{\eta_i} \quad (30)$$

и аналогично для $\bar{n}_i^B(\eta_i)$. При этом, в соответствии с (16), мы также будем предполагать, что

$$D_{n_i^F}(\eta_i) = \omega_{\mu} \bar{n}_i^F(\eta_i) \quad (31)$$

с некоторой приведенной дисперсией ω_{μ} .

Коэффициенты ω_{η} и ω_{μ} позволяют анализировать зависимость результирующего коэффициента p_t - p_t -корреляций при отклонении распределений по числу струн η_i в данной ячейке и по числу частиц n_i^F в переднем окне от распределения Пуассона, для которого ω_{η} и ω_{μ} равны единице. Это необходимо, поскольку в реальных протон-протонных и ядро-ядерных столкновениях эти распределения могут значительно отличаться от пуассоновских [23], [24].

Наконец, для дисперсии импульса отдельной частицы D_{p_i} , рождающейся при распаде струнной конфигурации в i -й ячейке поперечного пространства, мы используем, основываясь на соображениях, приведенных после формулы (10), следующее выражение:

$$D_{p_i}(\eta_i) = \gamma \bar{p}_i^2(\eta_i). \quad (32)$$

Отметим, что для обычно используемых распределений по поперечному импульсу $\rho(p)$ с одним размерным параметром, таких как $pe^{-p/\tilde{p}}$, $pe^{-p^2/\tilde{p}^2}$, $p(1 + p/\tilde{p})^{-m}$, соотношение (32) всегда выполняется в силу соображений размерности. Безразмерный коэффициент γ зависит только от вида распределения и имеет значение порядка единицы. При этом согласно (30) размерный параметр $\tilde{p}$, входящий в эти распределения, будет пропорционален $\sqrt[4]{\eta_i}$ [22], [25].

Подставляя выражения (30) и (32) в формулу (18) для дисперсии среднего импульса p_F частиц, рожденных в данном событии, мы находим

$$D_{p_F}(C_{\eta}, C_n^F) = \frac{\gamma p_0^2}{n_F^2} \sum_{i=1}^M n_i^F \sqrt{\eta_i}. \quad (33)$$

В результате для функции $\Phi(p_F, C_{\eta}, C_n^F)$ (20), определяющей согласно (24) положение точки перевала η_i^* и n_i^{*F} , получаем следующее выражение:

$$\Phi(p_F, C_{\eta}, C_n^F) = \frac{\bar{\eta}}{2\omega_{\eta}} (\Phi_1 + a\Phi_2 + b\Phi_3), \quad (34)$$

где

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^M (z_i^4 - 1)^2, \quad \Phi_2 = \sum_{i=1}^M \frac{(z_i^2 - \rho_i)^2}{z_i^2}, \quad (35)$$

$$\Phi_3 = \left[\sum_{i=1}^M \rho_i (z_i - f) \right]^2 / \sum_{i=1}^M \rho_i z_i^2. \quad (36)$$

Здесь мы перешли от η_i , n_i^F и p_F к относительным переменным

$$z_i^4 = \frac{\eta_i}{\bar{\eta}}, \quad \rho_i = \frac{n_i^F}{\bar{n}_i^F(\bar{\eta})}, \quad f = \frac{p_F}{\langle p_F \rangle}. \quad (37)$$

В рассматриваемом случае с однородным распределением струн в поперечной плоскости (29) согласно (30) и с учетом (23) и (28) мы имеем

$$\bar{n}_i^F(\bar{\eta}) = \mu_F \sqrt{\bar{\eta}}, \quad \langle p_F \rangle = \langle p_F \rangle_{C_{\bar{\eta}} C_{\bar{\eta}}^F} = \bar{p}_i(\bar{\eta}) = p_0 \sqrt[4]{\bar{\eta}}. \quad (38)$$

Значения констант a и b в (34) следующие:

$$a = \frac{\omega_{\eta} \mu_F}{\omega_{\mu} \sqrt{\bar{\eta}}}, \quad b = \frac{\omega_{\eta} \mu_F}{\gamma \sqrt{\bar{\eta}}}. \quad (39)$$

В новых переменных положение точки перевала $z_i = z_i^*(f)$, $\rho_i = \rho_i^*(f)$ как функции f согласно (24) и (34) определяется из условий

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z_i} + a \frac{\partial \Phi_2}{\partial z_i} + b \frac{\partial \Phi_3}{\partial z_i} = 0, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho_i} + a \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho_i} + b \frac{\partial \Phi_3}{\partial \rho_i} = 0. \quad (40)$$

Мы будем искать решение уравнений (40), не зависящее от i , исходя из симметрии рассматриваемого случая с однородным распределением струн в поперечной плоскости: $z_i = z$, $\rho_i = \rho$. В этом случае условия (40) принимают вид

$$4z^{10} + 4z^6 + a(z^4 - \rho^2) + b\rho(z - f)f = 0, \quad (41)$$

$$2a(\rho - z^2) + b(z - f)^2 = 0.$$

Важно отметить, что в эти условия не вошло общее число ячеек в плоскости поперечного пространства M , тогда как сама функция $\Phi(p_F, C_{\eta}, C_n^F)$ (34) в этом случае пропорциональна M :

$$\Phi(p_F, C_{\eta}, C_n^F) = M \bar{\Phi}(f, z, \rho), \quad (42)$$

что оправдывает применение метода перевала для оценки интеграла в формуле (22) при большом числе ячеек $M \gg 1$.

Уравнения (41) в рассматриваемом случае решают задачу нахождения функции p_t - p_t -корреляций $\langle p_B \rangle_{p_F}$, так как определяют, правда в неявной форме, зависимость положения точки перевала $z = z^*(f)$, $\rho = \rho^*(f)$ от f . Действительно, согласно (25), (26) и (30) мы имеем

$$\langle p_B \rangle_{p_F} = \langle p_B \rangle \cdot z^*(f), \quad f = \frac{p_F}{\langle p_F \rangle}, \quad (43)$$

где мы также учли (28), (37) и (38).

Асимптотику же самого коэффициента p_t - p_t -корреляций $b_{p_t p_t}$ (27) в рассматриваемом случае удается найти в явном виде. В этом случае, как отмечалось выше, нам достаточно знать зависимость положения точки перевала $\eta_i^*(p_F)$ от p_F лишь в малой окрестности вблизи $\langle p_F \rangle$. В новых переменных согласно (37) и (38) это отвечает окрестности $f = 1$. В рассматриваемом однородном случае формула (27) принимает следующий простой вид:

$$b_{p_t p_t} = \left. \frac{dz^*(f)}{df} \right|_{f=1} = z^{*'}(f)|_{f=1}. \quad (44)$$

Эту производную при $f = 1$ удается найти из уравнений (41) в явном виде, так как в окрестности $f = 1$ эти уравнения линеаризуются.

Действительно, прежде всего легко заметить, что при $f = 1$ уравнения (41) имеют решение $z = 1$ и $\rho = 1$, т. е. $z^*(f)|_{f=1} = 1$ и $\rho^*(f)|_{f=1} = 1$. Далее, дифференцируя (41) по f и подставляя $f = 1$, $z = 1$ и $\rho = 1$, находим

$$\begin{aligned} 16z^{*'}(f)|_{f=1} + 2a[2z^{*'}(f)|_{f=1} - \rho^{*'}(f)|_{f=1}] + b[z^{*'}(f)|_{f=1} - 1] &= 0, \\ a[\rho^{*'}(f)|_{f=1} - 2z^{*'}(f)|_{f=1}] &= 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Второе уравнение приводит к тому, что зависимость асимптотики от параметра a уходит и остается лишь зависимость от b (39). В результате для асимптотики коэффициента p_t - p_t -корреляций $b_{p_t p_t}$ в рассматриваемом случае с однородным распределением струн в поперечной плоскости (29) согласно (44) мы находим

$$b_{p_t p_t} = \frac{b}{b + 16} = \frac{\omega_\eta \mu_F}{\omega_\eta \mu_F + 16\gamma\sqrt{\eta}}. \quad (46)$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Найденное выражение (46) для асимптотики коэффициента корреляции между средними поперечными импульсами в разнесенных быстрой интервалах при большой плотности струн необходимо сравнить с полученными ранее [17], [26] асимптотиками коэффициентов n - n - и p_t - n -корреляций:

$$\begin{aligned} b_{nn} &= \frac{a}{a + 4} = \frac{\omega_\eta \mu_F}{\omega_\eta \mu_F + 4\omega_\mu \sqrt{\eta}}, \\ b_{p_t n} &= \frac{1}{2} \frac{a}{a + 4} = \frac{1}{2} \frac{\omega_\eta \mu_F}{\omega_\eta \mu_F + 4\omega_\mu \sqrt{\eta}}, \end{aligned} \quad (47)$$

а также с асимптотикой для коэффициента дальних n - n -корреляций $\bar{b}_{nn}$, найденной в других подходах [21], [24] без учета эффектов от слияния струн:

$$\bar{b}_{nn} = \frac{\omega_\eta \mu_F}{\omega_\eta \mu_F + \omega_\mu}. \quad (48)$$

Заметим, что выражения (47) для b_{nn} и $b_{p_t n}$, конечно, получаются и в рамках изложенного в настоящей работе подхода. Вычисления в этих случаях значительно проще. При нахождении корреляционных функций $\langle p_B \rangle_{n_F}$ и $\langle n_B \rangle_{n_F}$ в формуле (34) отсутствует слагаемое Φ_3 , а минимум оставшегося выражения $\Phi_1 + a\Phi_2$ по η_i и n_i^F

необходимо искать при условии $\sum_{i=1}^M n_i^F = n_F$, которое легко учесть, вводя множитель Лагранжа.

Отличительной чертой полученного выражения (46) для коэффициента p_t - p_t -корреляции от всех других является его независимость от ω_μ , т. е. от величины дисперсии по числу частиц, образующихся при фрагментации струны.

Из (46) видно также, что найденный коэффициент p_t - p_t -корреляции между средними поперечными импульсами всех частиц, рождающихся в данном событии в двух разнесенных быстротных интервалах, не зависит от общего числа ячеек M и, следовательно, от общего числа струн $N = \sum_{i=1}^M \eta_i$, $\bar{N} = M\bar{\eta}$, а зависит только от их средней плотности $\bar{\eta}$. Последнее выгодно отличает его от коэффициента корреляции между импульсами отдельных частиц, величина которого убывает пропорционально общему числу образующихся струн [17], [22], достигающему нескольких тысяч для центральных ядро-ядерных столкновений при высоких энергиях. Это наблюдение, с учетом сделанных в разделе 1 замечаний об интенсивном характере величины p_t , делает именно этот тип корреляций перспективным для экспериментального изучения на ядерных коллайдерах RHIC и LHC [15] с целью обнаружения возможных эффектов от слияния цветных струн.

Благодарности. Автор благодарен организаторам конференции “В поисках фундаментальных симметрий”, посвященной 90-летию со дня рождения Ю. В. НОВОЖИЛОВА. Работа была поддержана РФФИ (грант № 15-02-02097) и Санкт-Петербургским государственным университетом (грант № 11.38.197.2014).

Список литературы

- [1] В. Н. Грибов, *ЖЭТФ*, **53**:2 (1967), 654–672.
- [2] Э. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин, *ЖЭТФ*, **71** (1976), 840–855; **72** (1977), 377–389.
- [3] Я. Я. Балицкий, Л. Н. Липатов, *ЯФ*, **28**:2 (1978), 1597–1611.
- [4] A. B. Kaidalov, *Phys. Lett. B*, **116**:6 (1982), 459–463.
- [5] A. Capella, U. Sukhatme, C.-I. Tan, J. Tran Thanh Van, **81**:1 (1979), 68–74.
- [6] J. Schwinger, *Phys. Rev.*, **82**:5 (1951), 664–679.
- [7] X. Artru, *Phys. Rept.*, **97**:2–3 (1983), 147–171.
- [8] T. S. Biro, H. B. Nielsen, J. Knoll, *Nucl. Phys. B*, **245** (1984), 449–468.
- [9] A. Bialas, W. Czyz, *Nucl. Phys. B*, **267**:1 (1986), 242–252.
- [10] M. A. Braun, C. Pajares, *Phys. Lett. B*, **287**:1–3 (1992), 154–158.
- [11] M. A. Braun, C. Pajares, *Nucl. Phys. B*, **390**:2 (1993), 542–558.
- [12] M. A. Braun, F. del Moral, C. Pajares, *Phys. Rev. C*, **65**:2 (2002), 024907, 4 pp., arXiv: hep-ph/0105263.
- [13] K. Aamodt, B. Abelev, A. Abrahantes Quintana et al. [ALICE Collab.], *Phys. Rev. Lett.*, **105**:25 (2010), 252301, 11 pp., arXiv: 1011.3916.
- [14] N. S. Amelin, N. Armesto, M. A. Braun, E. G. Ferreira, C. Pajares, *Phys. Rev. Lett.*, **73**:21 (1994), 2813–2816.
- [15] B. Alessandro, F. Antinori, J. A. Belikov et al. [ALICE Collab.], *J. Phys. G*, **32**:10 (2006), 1295–2040.
- [16] M. A. Braun, C. Pajares, V. V. Vechernin, *Phys. Lett. B*, **493**:1–2 (2000), 54–64, arXiv: hep-ph/0007241.
- [17] M. A. Braun, R. S. Koleyatov, C. Pajares, V. V. Vechernin, *Eur. Phys. J. C*, **32**:4 (2004), 535–546, arXiv: hep-ph/0307056.

- [18] В. В. Вечернин, Р. С. Колеватов, *ЯФ*, **70**:10 (2007), 1846–1857.
- [19] N. S. Amelin, M. A. Braun, C. Pajares, *Phys. Lett. B*, **306**:3–4 (1993), 312–318.
- [20] M. A. Braun, C. Pajares, *Eur. Phys. J. C*, **16**:2 (2000), 349–359, arXiv: hep-ph/9907332.
- [21] В. В. Вечернин, Р. С. Колеватов, *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 4. Физика. Химия*, 2004, вып. 2, 12–23, arXiv: hep-ph/0304295.
- [22] M. A. Braun, C. Pajares, *Phys. Rev. Lett.*, **85**:23 (2000), 4864–4867, arXiv: hep-ph/0007201.
- [23] V. V. Vechernin, H. S. Nguyen, *Phys. Rev. C*, **84**:5 (2011), 054909, 12 pp., arXiv: 1102.2582.
- [24] V. Vechernin, *Nucl. Phys. A*, **939** (2015), 21–45, arXiv: 1210.7588.
- [25] В. В. Вечернин, Р. С. Колеватов, *ЯФ*, **70**:10, 1858–1867.
- [26] В. В. Вечернин, Р. С. Колеватов, *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 4. Физика. Химия*, 2004, вып. 4, 11–27, arXiv: hep-ph/0305136.