Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. В. Попов, К. А. Кузаков, А. Булычев, С. И. Виницкий, Теория квазиупругих атомных реакций в переменном электрическом поле, *ТМФ*, 2016, том 186, номер 1, 113–122

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf8980>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.108.108

26 апреля 2023 г., 17:37:33

© 2016 г.

Ю. В. Попов^{*†}, К. А. Кузаков[‡],
А. А. Булычев[†], С. И. Виноцкий[†]

ТЕОРИЯ КВАЗИУПРУГИХ АТОМНЫХ РЕАКЦИЙ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Для квазиупругих $(e, 2e)$ -атомных реакций в присутствии стоячей электромагнитной волны предлагается вариант теории, которая строится по аналогии со стационарным случаем. Попутно формулируются математические проблемы, которые требуют своего решения для строгого обоснования данной теории.

Ключевые слова: квазиупругие $(e, 2e)$ -реакции, переменное электромагнитное поле.

DOI: 10.4213/tmf8980

1. ВВЕДЕНИЕ

Квазиупругие реакции в атомной физике, когда быстрый электрон налетает на квантовую мишень (атом, молекулу, тонкую пленку) и выбивает также быстрый электрон, причем угол разлета обоих конечных электронов близок к 90° , позволяют сделать важные заключения о волновой функции выбиваемого электрона в мишени. Метод исследования, когда оба конечных электрона детектируются на совпадение, называется электронной импульсной спектроскопией (ЭИС) квантовой мишени. В кинематике ЭИС $(e, 2e)$ -реакции характеризуются большим переданным импульсом и относительно малым импульсом иона. Впервые простейшее теоретическое обоснование этого метода в рамках первого плосковолнового борновского приближения было дано почти 50 лет назад в работе [1]. Позднее появилось множество, в основном экспериментальных, работ. Сошлемся лишь на книгу [2] и обзор [3],

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 14-01-00420_а).

^{*}Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

E-mail: popov@srd.sinp.msu.ru

[†]Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская обл., Россия

[‡]Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

в которых подводятся некоторые итоги успешного применения этого метода при исследовании квантовой структуры атомов, молекул и тонких пленок. В настоящее время ЭИС стала рабочим инструментом в квантовой химии.

Несмотря на успехи метода ЭИС, дающего прекрасное совпадение простейшей теории с экспериментом, следует отметить, что даже реакция ионизации атома водорода $H + e \rightarrow H^+ + 2e$ требует для своего описания привлечения теории рассеяния трех заряженных частиц, многие детали которой еще недостаточно хорошо разработаны несмотря на достигнутые в последние годы значительные успехи (см., например, обзор [4]). Очевидно, что для быстрых частиц, участвующих в реакции, борновские приближения являются наиболее адекватным математическим аппаратом теории при выборе подходящего возмущающего потенциала. В то же время использование базиса плоских волн в теориях рассеяния заряженных частиц приводит к известным расхождением высших борновских приближений, что требует разработки и обоснования процедуры перенормировок соответствующих матричных элементов. В свою очередь, такая процедура требует формулировки общей теории многочастичного кулоновского рассеяния в форме уравнений Липпмана–Швингера. В отношении стационарной теории многочастичного рассеяния обзор подходов и результатов дан в работе [4].

Еще больше трудностей возникает, когда атомная реакция протекает в присутствии электромагнитного поля. Такие процессы описываются временным уравнением Шредингера (УШ), что вносит дополнительные теоретические проблемы. Эти проблемы усугубляются, если поле имеет вид монохроматической стоячей волны, действующей в интервале времени $-\infty < t < +\infty$, т. е. затрагивает асимптотическую область. В то же время, если поле имеет не слишком большую интенсивность и частоту (в атомных масштабах), физически очевидно, что соответствующая теория возмущений должна давать адекватное описание ионизационных ($e, 2e$)-процессов при больших энергиях электронов. От таких атомных реакций в поле можно ожидать получения какой-то новой ценной информации о квантовой структуре мишени. При этом следует учитывать, что электромагнитное излучение модифицирует как электронные состояния облучаемой мишени, так и динамику различных процессов взаимодействия заряженных частиц (электронов, ионов) с мишенью.

Пожалуй, к первым известным теоретическим работам, где исследовалась вероятность ионизации атома под действием переменного электрического поля в рамках борновских приближений, следует отнести работы [5]–[8]. Далее последовало множество работ, книг и обзоров – наступила эпоха экспериментального исследования взаимодействия лазерного и синхротронного электромагнитного излучения с атомами, молекулами и поверхностями.

Проблема теории атомных реакций в присутствии электромагнитного поля состоит в корректном описании динамики системы сталкивающихся частиц на асимптотических расстояниях под воздействием излучения с учетом специфики каждого из взаимодействий: электрона с мишенью, лазерного поля с электроном и лазерного поля с мишенью. Если одно из взаимодействий доминирует, то можно применять подход теории возмущений (см., например, одну из первых работ [9] по обоснованию борновских приближений в задаче о потенциальном рассеянии заряженной частицы в присутствии переменного электромагнитного поля). Однако, если мы изуча-

ем ионизацию мишени электроном и хотим использовать поле как фон, возможно, усиливающий какие-то стороны самой атомной реакции, то характеристики поля (интенсивность, частота) должны быть таковы, чтобы избежать ионизации мишени самим полем.

Мы не будем глубоко вдаваться в историю развития теории атомных реакций в присутствии поля. В основном усилия авторов большинства работ были направлены на запись таких формул, с помощью которых можно было бы получить численные результаты. Большое число ссылок на такого рода теоретические исследования, в том числе и по интересующим нас $(e, 2e)$ -реакциям, было собрано и всесторонне рассмотрено в обзоре [10].

Альтернативный подход к непертурбативному рассмотрению взаимодействия лазерного поля с атомом дает теория Флоке (см., например, обзор [11] и недавнюю монографию [12]). Ее можно применять к гамильтонианам с периодической зависимостью от времени, и в результате задача сводится к решению системы уравнений, не зависящих от времени (так называемые интегральные уравнения Флоке–Липмана–Швингера).

И все же в большинстве работ, в которых рассматриваются неупругие процессы при высоких энергиях столкновения, используются борновские приближения временной теории возмущений. В недавней работе [13] борновские матричные элементы были записаны для случая квазиупругой $(e, 2e)$ -реакции в поле линейно и эллиптически поляризованной стоячей монохроматической волны слабой интенсивности и относительно низкой частоты. Был получен ряд численных результатов [14]–[16] в сравнении с результатами в отсутствие поля, которые указывают на перспективность подобных исследований для получения нового знания о структуре мишени. Вместе с тем без последовательной математической основы теории атомных реакций в поле соответствие таких результатов физической реальности остается под вопросом, особенно если в расчетах фиксируются тонкие эффекты. В настоящей работе предлагается схема построения такой теории по аналогии со стационарной теорией квазиупругих атомных реакций. Мы не претендуем здесь на решение всех возникающих в рамках обсуждаемой задачи проблем, но указываем узкие места, на которые следует обратить внимание в дальнейшем.

В работе преимущественно используются атомные единицы $\hbar = m_e = e = 1$.

2. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕОРИЯ КВАЗИУПРУГИХ $(e, 2e)$ -ПРОЦЕССОВ

Кратко напомним базовую теорию $(e, 2e)$ -процессов в кинематике ЭИС, предполагая в качестве мишени простейшую атомную систему – атом водорода. В стационарной формулировке УШ, описывающее взаимодействие электрона с атомом водорода, выглядит следующим образом:

$$\left[E + \frac{1}{2}\Delta_1 + \frac{1}{2}\Delta_2 + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{12}} \right] \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2; E) = 0. \quad (1)$$

Здесь r_1, r_2 – координаты электронов (до симметризации мы выбираем электрон 1 налетающим, а электрон 2 связанным в атоме), E – полная энергия реакции. Ядро

атома (протон) в силу своей огромной массы предполагается неподвижным в процессе соударений и играет роль центра лабораторной системы координат.

Обозначим через $\vec{p}_0$, $\vec{p}_s$ и $\vec{p}_e$ импульсы соответственно налетающего, рассеянного и выбитого электронов. Тогда баланс энергий выглядит следующим образом:

$$E = \frac{p_0^2}{2} + \varepsilon_0 = \frac{p_s^2}{2} + \frac{p_e^2}{2}; \quad (2)$$

здесь ε_0 – энергия основного состояния атома водорода ($\varepsilon_0 = -0.5$ в атомных единицах). Кинетической энергией ядра пренебрегаем.

Начальное состояние системы (электрон–атом) при больших радиусах r_1 имеет вид

$$\Psi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2; E) = e^{i\vec{p}_0 \cdot \vec{r}_1} \varphi_0(r_2), \quad (3)$$

где $\varphi_0(r) = \sqrt{1/\pi} e^{-r}$ – волновая функция атома водорода.

При записи интегрального уравнения Липпмана–Швингера, вытекающего из (1), начальное состояние (3) достигается, если положить возмущающий потенциал равным $v_{\text{pert}} = 1/r_{12} - 1/r_1$. Тогда уравнение Липпмана–Швингера принимает следующий операторный вид:

$$|\Psi(E)\rangle = |\Psi_i(E)\rangle + (E - H_i + i0)^{-1} v_{\text{pert}} |\Psi(E)\rangle, \quad H_i = h_{01} + h_{02} + v_2. \quad (4)$$

Далее полезно применить к функции Грина спектральное разложение по базисам кулоновских/плоских волн:

$$(E - H_i + i0)^{-1} = \sum_{\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{|\varphi_{\beta}^{-}, \vec{p}\rangle \langle \vec{p}, \varphi_{\beta}^{-}|}{E - \varepsilon_{\beta} - p^2/2 + i0}. \quad (5)$$

Суммирование по β подразумевает суммирование по связанным состояниям кулоновского спектра и интегрирование по континууму. Подставляя разложение (5) в формулу (4), получаем стандартную (точную) амплитуду перехода в конечное состояние $\langle \vec{p}, \varphi_{\beta}^{-}|$:

$$T_{\beta}(\vec{p}) = \langle \vec{p}, \varphi_{\beta}^{-} | v_{\text{pert}} | \Psi(E) \rangle. \quad (6)$$

Амплитуда в первом борновском приближении по возмущающему потенциалу получается из соотношения (6), если вместо $|\Psi(E)\rangle$ подставить $|\Psi_i(E)\rangle$:

$$T(\vec{p}_s, \vec{p}_e) = \langle \vec{p}_s, \varphi^{-}(\vec{p}_e) | v_1 + v_{12} | \vec{p}_0, \varphi_0 \rangle.$$

Заметим, что $\langle \varphi^{-}(\vec{p}_e) | \varphi_0 \rangle = 0$ в силу ортогональности кулоновских функций. Это позволяет несколько упростить выражение для амплитуды процесса ЭИС:

$$T(\vec{p}_s, \vec{p}_e) = \langle \vec{p}_s, \varphi^{-}(\vec{p}_e) | v_{12} | \vec{p}_0, \varphi_0 \rangle. \quad (7)$$

Последующее упрощающее допущение обычно следует из замены в выражении (7) кулоновской волны на плоскую. Предполагается, что это возможно сделать при большой энергии испущенного электрона. Хотя это и не совсем так со строго математической точки зрения [4], такое упрощение дает блестящее согласие с экспериментом [17]. Окончательно получаем выражение для плосковолнового матричного

элемента в первом борновском приближении, которое используется на практике при расчетах квазиупругих реакций:

$$T(\vec{p}_s, \vec{p}_e) = \langle \vec{p}_s, \vec{p}_e | v_{12} | \vec{p}_0, \varphi_0 \rangle. \quad (8)$$

В то же время формула (6) является основой для различных приближений функции конечного состояния, однако мы на этом останавливаться не будем.

3. КВАЗИУПРУГИЕ РЕАКЦИИ В ПРИСУТСТВИИ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Напомним некоторые общие положения. Классические уравнения Максвелла для электромагнитного поля можно записать в терминах скалярного $U(\vec{r}, t)$ и векторного $\vec{A}(\vec{r}, t)$ потенциалов. Эти потенциалы вполне однозначно определяют наблюдаемые характеристики электромагнитного поля: напряженности электрического $\vec{\mathcal{E}}$ и магнитного $\vec{\mathcal{H}}$ полей. При этом сами потенциалы определены неоднозначно. Например, два набора потенциалов $(\vec{A}', U')$ и $(\vec{A}, U)$, где

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} f, \quad U' = U - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t},$$

дают одни и те же напряженности электрического и магнитного полей для произвольной функции $f(\vec{r}, t)$. При этом фазовое преобразование волновой функции $|\Psi'(t)\rangle = e^{-(1/c)f} |\Psi(t)\rangle$ оставляет временное УШ инвариантным относительно калибровочного преобразования, т.е. замены в нем нештрихованных операторов на штрихованные.

Прежде всего следует заметить, что по определению напряженность поля связана с его потенциалами следующим образом:

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} U(\vec{r}, t). \quad (9)$$

В так называемой кулоновской калибровке предполагается, что $\text{div } \vec{A} = 0$, а также в простейшем исследовании делается физическое предположение о слабой зависимости скалярного потенциала поля от координаты в пределах атомных размеров, $U(\vec{r}, t) \simeq U(0, t)$, которое позволяет пренебречь его градиентом в (9). Это приводит к известному дипольному приближению

$$\vec{A}(\vec{r}, t) \simeq \vec{A}(0, t) = \vec{A}(t).$$

Полагая $\vec{A}(t) = \vec{e} A(t)$, получаем линейно поляризованный вектор-потенциал, где $\vec{e}$ есть единичный вектор поляризации. В таком подходе присутствие электромагнитного поля приводит к замене стационарного УШ (1) его временным аналогом

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(-i \vec{\nabla}_1 + \frac{1}{c} \vec{e} A(t) \right)^2 - \frac{1}{2} \left(-i \vec{\nabla}_2 + \frac{1}{c} \vec{e} A(t) \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{12}} \right] \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2; t) = 0. \quad (10)$$

Данное уравнение удобно переписать в так называемой калибровке длины:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2; t) = e^{-i(1/c)A(t)[(\vec{e} \cdot \vec{r}_1) + (\vec{e} \cdot \vec{r}_2)]} \Psi_L(\vec{r}_1, \vec{r}_2; t).$$

Тогда из (10) следует уравнение

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{1}{2} \Delta_1 - \mathcal{E}(t)(\vec{e} \cdot \vec{r}_1) \right) + \left(\frac{1}{2} \Delta_2 + \frac{1}{r_2} - \mathcal{E}(t)(\vec{e} \cdot \vec{r}_2) \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{12}} \right] \Psi_L(\vec{r}_1, \vec{r}_2; t) = 0. \quad (11)$$

В настоящем исследовании мы задаем электрическое поле в виде стоячей монохроматической волны $\mathcal{E}(t) = F \cos(\omega t + \delta)$. Интенсивность поля в атомных единицах связана с освещенностью I в единицах Вт/см² следующим образом: $F = \sqrt{I/I_0}$, где $I_0 = 3.6 \cdot 10^{16}$ Вт/см².

При $t \rightarrow -\infty$ мы полагаем, что налетающий электрон удален достаточно далеко от атома водорода. Это обстоятельство позволяет записать асимптотическое временное УШ

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{1}{2} \Delta_1 - \mathcal{E}(t)(\vec{e} \cdot \vec{r}_1) \right) + \left(\frac{1}{2} \Delta_2 + \frac{1}{r_2} - \mathcal{E}(t)(\vec{e} \cdot \vec{r}_2) \right) \right] \Psi_L(\vec{r}_1, \vec{r}_2; t) = 0 \quad (12)$$

при возмущающем потенциале $v_{\text{pert}} = 1/r_1 - 1/r_{12}$.

Уравнение свободного электрона в поле

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \Delta - \mathcal{E}(t)(\vec{e} \cdot \vec{r}) \right) \chi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = 0 \quad (13)$$

имеет аналитическое решение и определяет так называемую нерелятивистскую волковскую функцию [18]

$$\chi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \exp \left\{ i \left[-Et + \left(\vec{p} + \frac{1}{c} A(t) \vec{e} \right) \cdot \vec{r} - \alpha_p \cos(\omega t + \delta) - \zeta(t) \right] \right\}, \quad (14)$$

где

$$E = \frac{p^2}{2}, \quad \alpha_p = (\vec{e} \cdot \vec{p}) \frac{F}{\omega^2}, \quad \zeta(t) = \frac{1}{2c^2} \int^t dt' A^2(t').$$

Заметим, что в полевых обозначениях $(1/c)A(t) = -(F/\omega) \sin(\omega t + \delta)$ и, как указано в книге [19], предполагается сколь угодно малое затухание электромагнитной волны при $t \rightarrow \mp\infty$. Таким образом, волковская функция характеризуется параметром (импульсом) $\vec{p}$, переходя при указанном затухании поля в плоскую волну. Отметим свойство полноты системы волковских функций,

$$\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \chi_{\vec{p}}^*(\vec{r}', t) \chi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (15)$$

и их ортогональность, которая, очевидно, следует из (14). Базис волковских функций эквивалентен базису плоских волн, что делает волковские функции чрезвычайно удобными для использования в теории возмущений.

Временное УШ электрона, находящегося одновременно в поле волны и кулоновском потенциале,

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \Delta + \frac{1}{r} - \mathcal{E}(t)(\vec{e} \cdot \vec{r}) \right) \varphi_{\beta}(\vec{r}, t) = 0, \quad (16)$$

решать значительно сложнее. Собственно, этим и занимаются на протяжении последних десятилетий исследователи, изучающие спектр состояний электрона (см., например, книгу [12]). В зависимости от частоты и интенсивности поля в такой системе могут происходить переходы между связанными состояниями вплоть до ионизации. Да и сами состояния уже отличаются от состояний кулоновского спектра: даже при слабом поле монохроматической волны они смещаются, могут перемешиваться. Классификацию таких состояний в слабом поле и поиск низшего (основного) состояния с индексом 0 следует производить в рамках теории Флоке.

Допустим, мы провели такую классификацию по некоторому параметру β . Нетрудно показать (потребовать) ортогональность этих состояний,

$$\int d^3r \varphi_{\beta}^*(\vec{r}, t) \varphi_{\beta'}(\vec{r}, t) = \delta_{\beta, \beta'},$$

сложнее показать свойство полноты системы функций $\varphi_{\beta}(\vec{r}, t)$,

$$\sum_{\beta} \varphi_{\beta}^*(\vec{r}', t) \varphi_{\beta}(\vec{r}, t) = \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (17)$$

которое необходимо для разложения соответствующей функции Грина в ряд/интеграл по параметру β и извлечения из этого разложения амплитуд рассеяния. Несмотря на ряд интересных соображений на данную тему, приведенных в некоторых немногочисленных работах (см., например, работу [20], формулы (16)–(23)), этот вопрос, на наш взгляд, остается малоизученным.

Однако допустим, что мы нашли спектр уравнения (16) и доказали свойство полноты спектральных функций хотя бы при слабых полях. Тогда из (12) следует интегральное уравнение

$$\begin{aligned} |\Psi_L(t)\rangle &= |\varphi_0^-(t), \chi_{\vec{p}_0}(t)\rangle + \\ &+ i \sum_{\beta} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} |\varphi_{\beta}^-(t), \chi_{\vec{p}}(t)\rangle \int_{-\infty}^t dt' \langle \chi_{\vec{p}}(t'), \varphi_{\beta}^-(t') | v_{\text{pert}} | \Psi_L(t') \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом можно определить амплитуду перехода в произвольный конечный канал по аналогии с выражением (6):

$$T_{\beta}(\vec{p}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \chi_{\vec{p}}(t'), \varphi_{\beta}(t') | v_{\text{pert}} | \Psi_L(t') \rangle. \quad (19)$$

В первом борновском приближении мы имеем

$$\begin{aligned} T(\vec{p}_s, \vec{p}_e) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \chi_{\vec{p}_s}(t'), \varphi_{\vec{p}_e}(t') | v_{\text{pert}} | \varphi_0(t'), \chi_{\vec{p}_0}(t') \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \chi_{\vec{p}_s}(t'), \varphi_{\vec{p}_e}(t') | v_{12} | \varphi_0(t'), \chi_{\vec{p}_0}(t') \rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

Последнее равенство в (20) следует из ортогональности функций $|\varphi_\beta(t)\rangle$. Естественно, возникает вопрос, какие подводные камни имеются в борновском разложении матричного элемента (19)? Отметим, что интегрирование по времени, вообще говоря, не гарантирует отсутствие перекрывания особенностей в функции Грина и потенциалах в (19), которое, напомним, приводит к сингулярностям интегралов при разложении (6) в борновский ряд. Здесь требуется проведение соответствующего строгого математического исследования.

Наконец, при больших квантовых числах $\vec{p}$, имеющих смысл импульса электрона, делается приближение $|\varphi_{\vec{p}_e}(t)\rangle \approx |\chi_{\vec{p}_e}(t)\rangle$. Его можно попытаться обосновать путем использования приближения сильного поля, применимость которого, однако, не до конца исследована при низкой частоте.

Расчеты в приближении (20) с тремя волковскими функциями, описывающими электроны в континууме, представлены в работах [13]–[16]. Если поле отсутствует ($F = 0$), результат пространственного интегрирования в формуле (20) совпадает с выражением (7), а интегрирование по времени дает дельта-функцию, отвечающую закону сохранения энергии. С техникой расчетов, результаты которых в настоящее время используются при подготовке первых экспериментов с использованием ЭИС в присутствии лазерного поля, можно ознакомиться в указанных работах. Сама установка создается в Университете Тохоку (Сендай, Япония) [21], [22].

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим слабые места теории атомных реакций в поле монохроматической электромагнитной волны и кратко обсудим возможные пути их преодоления.

4.1. Классификация решений уравнения (16) и полнота (17) системы таких решений. Известно, что в поле стоячей монохроматической волны можно провести классификацию состояний по так называемой квазиэнергии $\mathbb{E}_j$ в рамках теории Флоке [12], [23]–[25].

Что касается дискретного спектра, квазиэнергия получается из собственной энергии ε_j связанного состояния атома водорода. Имеет место формула $\mathbb{E}_j = \varepsilon_j + \delta_j + n_j \omega$, где δ_j – динамический штарковский сдвиг и n_j – число фотонов.

Состояния непрерывного спектра, как и в случае волковских функций, характеризуются импульсом и связанной с ним энергией. Действительно, волновая функция непрерывного спектра уравнения (16) при соответствующей асимптотике может переходить в волковскую функцию (14), если убрать кулоновский потенциал. К сожалению, аналитическое решение уравнения (16) в случае непрерывного спектра

неизвестно, но есть ряд приближенных выражений: очевидное включение логарифмической кулоновской фазы (сходящейся и расходящейся) в экспоненту в выражении (14), умножение волковской функции на искажающие факторы, присущие кулоновской волне [26]–[29] (так называемые кулоновско-волковские волны) и различные квазиклассические поправки в рамках эйконально-волковских состояний (см., например, работы [30]–[32]).

В принципе можно показать, что такая классификация дает полный набор собственных функций, хотя это требует строгих математических доказательств.

4.2. Расходимости членов борновского ряда, генерируемых выражением (19). Напомним, что расходимость высших членов борновского ряда в стационарном случае связана с перекрыванием интегрируемой сингулярности кулоновского потенциала сингулярностью свободной функции Грина в случае, когда частицы подчиняются закону сохранения энергии во входном/выходном каналах. Сложная зависимость функций в уравнении (18) и выражении (19) от времени, по которому проводится интегрирование, возможно, позволяет избежать расходимостей высших борновских членов в этом случае, но до настоящего времени данный вопрос не исследовался, поскольку на практике, как правило, расчеты не идут дальше первого борновского члена (20). Отметим, что в недавних работах [33], [34], претендующих на проведение расчетов в рамках второго борновского приближения, проблема возможных расходимостей не обсуждается.

4.3. Справедливость приближения $|\varphi_{\vec{p}_e}(t)\rangle \approx |\chi_{\vec{p}_e}(t)\rangle$ при больших импульсах p_e . Это чисто техническое физическое приближение обычно делают для облегчения расчетов, и оно равносильно приближению кулоновской волны плоской. Все схемы в рамках приближения сильного поля носят скорее интуитивный, чем математический, характер, и возможны не при всех частотах и интенсивностях.

И еще одно заключительное замечание об общем случае квантовой реакции в присутствии электромагнитного поля. В отсутствие поля в теории рассеяния заряженных частиц важную роль играет так называемое асимптотическое условие Долларда [35], определяющее совпадение асимптот квантового и классического движения заряженных частиц. Опираясь на асимптотические соображения, С. П. Меркурьев сформулировал основные положения задачи рассеяния трех заряженных частиц (см., например, монографию [36]). Стоячая монохроматическая волна присутствует в асимптотике, и тем самым требуется корректная математическая переформулировка асимптотического условия, что является достойной математической задачей. С волнами конечной длительности ситуация несколько проще, так как электромагнитное поле отсутствует при $t \rightarrow \pm\infty$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе сформулированы математические проблемы, требующие своего решения для строгого обоснования теории квазиупругих атомных реакций в присутствии электромагнитного поля стоячей волны.

Благодарности. Авторы благодарны А. К. Мотовилкову за идею работы и ценные замечания.

Список литературы

- [1] Ю. Ф. Смирнов, В. Г. Неудачин, *Письма в ЖЭТФ*, **3:7** (1966), 298–301.
- [2] E. Weigold, I. E. McCarthy, *Electron Momentum Spectroscopy*, Kluwer, New York, 1999.
- [3] В. Г. Неудачин, Ю. В. Попов, Ю. Ф. Смирнов, *УФН*, **169:10** (1999), 1111–1139.
- [4] В. Л. Шаблов, П. С. Виноцкий, Ю. В. Попов, О. Чулуунбаатар, К. А. Кузаков, *ЭЧАЯ*, **41:2** (2010), 607–650.
- [5] Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ*, **47:5** (1965), 1945–1957.
- [6] А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, *ЖЭТФ*, **50:5** (1966), 1393–1409.
- [7] А. М. Переломов, В. С. Попов, *ЖЭТФ*, **50:1** (1966), 179–198.
- [8] А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, *ЖЭТФ*, **51:1** (1967), 309–326.
- [9] N. M. Kroll, K. M. Watson, *Phys. Rev. A*, **8:2** (1973), 804–809.
- [10] F. Ehlotzky, A. Jaro, J. Z. Kaminski, *Phys. Rep.*, **297:2–3** (1998), 63–153.
- [11] S.-I. Chu, “Recent developments in semiclassical Floquet theories for intense-field multiphoton processes”, *Advances in Atomic and Molecular Physics*, **21**, eds. D. R. Bates, B. Bederson, Academic Press, New York, London, 1985, 197–253.
- [12] C. J. Joachain, N. J. Kylstra, R. M. Potvliege, *Atoms in Intense Laser Fields*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2011.
- [13] К. А. Кузаков, Ю. В. Попов, М. Takahashi, *Phys. Rev. A*, **82:2** (2010), 023410, 14 pp.
- [14] А. А. Булычев, К. А. Кузаков, Ю. В. Попов, *Phys. Lett. A*, **376:4** (2012), 484–487.
- [15] А. А. Булычев, К. А. Кузаков, *Eur. Phys. J. D*, **68:11** (2014), 354, 7 pp.
- [16] А. А. Булычев, К. А. Кузаков, *Phys. Rev. A*, **91:2** (2015), 023413, 8 pp.
- [17] B. Lohmann, E. Weigold, *Phys. Lett. A*, **86:3** (1981), 139–141.
- [18] D. M. Wolkow, *Z. Phys.*, **94:3–4** (1935), 250–260.
- [19] В. М. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, т. 1, Наука, М., 1968.
- [20] F. H. M. Faisal, *J. Phys. B*, **40:7** (2007), F145–F155.
- [21] M. Yamazaki, Y. Kasai, K. Oishi, H. Nakazawa, M. Takahashi, *Rev. Sci. Instrum.*, **84:6** (2013), 063105, 10 pp.
- [22] Y. Masakazu, M. Yamazaki, K. Oishi, H. Nakazawa, C.-Y. Zhu, M. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.*, **114:10** (2015), 103005, 5 pp.
- [23] M. Dörr, C. J. Joachain, R. M. Potvliege, S. Vučić, *Phys. Rev. A*, **49:6** (1994), 4852–4863.
- [24] R. Shakeshaft, X. Tang, *Phys. Rev. A*, **36:7** (1987), 3193–3202.
- [25] X. Tang, R. Shakeshaft, *Z. Phys. D*, **5:1** (1987), 27–34.
- [26] P. Krstić, M. H. Mittleman, *Phys. Rev. A*, **44:9** (1991), 5938–5946.
- [27] J. Z. Kamiński, A. Jaroń, F. Ehlotzky, *Phys. Rev. A*, **53:3** (1996), 1756–1761.
- [28] G. Duchateau, E. Cormier, R. Gayet, *Phys. Rev. A*, **66:2** (2002), 023412, 7 pp.
- [29] F. H. M. Faisal, “Atomic multi-photon interaction with intense short-wavelength fields”, *Strong Field Laser Physics*, Springer Series in Optical Sciences, **134**, ed. T. Brabec, Springer, New York, 2009, 391–424.
- [30] J. I. Gersten, M. H. Mittleman, *Phys. Rev. A*, **12:5** (1975), 1840–1845.
- [31] V. P. Krainov, *J. Opt. Soc. Amer. B*, **14:2** (1997), 425–431.
- [32] S. Gordienko, J. Meyer-ter-Vehn, *SPIE Proc.*, **5228** (2003), 416–426.
- [33] M.-Y. Zheng, S.-M. Li, *Phys. Rev. A*, **82:2** (2010), 023414, 7 pp.
- [34] I. Ajana, A. Makhoute, D. Khalil, A. Dubois, *J. Phys. B*, **47:17** (2014), 175001.
- [35] J. D. Dollard, *J. Math. Phys.*, **5:6** (1964), 729–738.
- [36] С. П. Меркурьев, Л. Д. Фаддеев, *Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц*, Наука, М., 1985.