Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. Хейдарзаде, М. Кходади, Ф. Дараби, Деформированная космология Хоравы–Лифшица и стабильность статической вселенной Эйнштейна, *ТМФ*, 2017, том 190, номер 1, 150–161

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9066>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 14:14:34

© 2017 г. Й. Хейдарзаде*, М. Кходади†, Ф. Дараби*‡

ДЕФОРМИРОВАННАЯ КОСМОЛОГИЯ ХОРАВЫ–ЛИФШИЦА И СТАБИЛЬНОСТЬ СТАТИЧЕСКОЙ ВСЕЛЕННОЙ ЭЙНШТЕЙНА

Стабильность статической вселенной Эйнштейна по отношению к линейным, скалярным, векторным и тензорным возмущениям изучается в контексте деформированной космологии Хоравы–Лифшица, связанной с энтропийными силами. Получено общее условие стабильности по отношению к линейным скалярным возмущениям. С помощью этого общего условия показано, что не существует стабильной статической вселенной Эйнштейна в случае плоской Вселенной ($k = 0$). В случае больших значений параметра гравитации Хоравы–Лифшица ω в положительно искривленной Вселенной ($k > 0$) для стабильности необходимо преобладание полей квинтэссенции и фантомной материи с баротропным уравнением параметра состояния $\beta < -1/3$, тогда как для отрицательно искривленной Вселенной ($k < 0$) нужно, чтобы поля материи с $\beta > -1/3$ были бы преобладающими полями Вселенной. Также продемонстрирована нейтральная стабильность по отношению к векторным возмущениям. Получено неравенство, включающее космологические параметры статической вселенной Эйнштейна, – условие стабильности относительно тензорных возмущений. Оказалось, что для больших значений ω существует стабильность по отношению к тензорным возмущениям.

Ключевые слова: космология Хоравы–Лифшица, статическая вселенная Эйнштейна, стабильность.

DOI: 10.4213/tmf9066

Работа выполнена при финансовой поддержке Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha (исследовательский проект № 1/3252-39).

*Department of Physics, Azarbaijan Shahid Madani University, Tabriz, Iran.
E-mail: heydarzade@azaruniv.edu, f.darabi@azaruniv.edu

†Young Researchers and Elite Club, Firoozkooh Branch, Islamic Azad University, Firoozkooh, Iran. E-mail: m.khodadi@iaufb.ac.ir

‡Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha (RIAAM), Maragha, Iran

1. ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то что прошел век со времени рождения общей теории относительности (ОТО), мы все еще не имеем полного понимания происхождения гравитационной силы. Пытаясь понять природу этой таинственной силы, мы сталкиваемся с двумя значительными проблемами. Первая из них заключается в отсутствии теоретической основы, необходимой для того, чтобы примирить две успешные теории – квантовую механику и ОТО – в планковском масштабе. Вторая проблема заключается в отсутствии единой теории, описывающей гравитационную силу и другие три фундаментальные силы. Вопреки обычным подходам к решению этих проблем Верлинде [1], продолжив работы Сахарова [2], Джекобсона [3] и Падманабхана [4], утверждал, что гравитация является не фундаментальной силой, а силой, берущей свое начало в пространстве-времени. Действительно, гравитация может быть описана как энтропийная сила, связанная с изменением информации на голографическом экране, когда пробная частица, расположенная на произвольном расстоянии от экрана, движется по направлению к нему. Вообще говоря, подход Верлинде строился на двух основных идеях – голографическом принципе и правиле равномерного распределения, которое воспроизводит законы Ньютона и полевые уравнения Эйнштейна. Несомненно, если справедливость этой интерпретации гравитации будет признана, то это повлияет на направление исследований в теоретической физике в будущем. Например, в работе [5] применена гипотеза Верлинде и получена гравитация Ньютона в рамках петлевой квантовой гравитации. Также интересно, что в работе [6] энтропийная сила рассматривалась как источник кулоновской силы. В работе [7] было показано, что голографическую темную энергию можно вывести в рамках интерпретации гравитации, связанной с энтропийной силой. Модифицированные уравнения Фридмана были получены с помощью этого понятия в таких различных теориях как гравитация Эйнштейна [8], сценарии мира на бране [9], гравитация Гаусса–Бонне [10] и гравитация Хоравы–Лифшица (ХЛ) [11]. Также имеются другие применения гипотезы Верлинде (см. [12]).

Как упоминалось выше, физики-теоретики страдают от отсутствия квантовой теории гравитации. Одним из самых больших препятствий при построении этой теории является тот факт, что ОТО не является перенормируемой теорией в пределах высоких энергий (ультрафиолетовый (УФ) предел), так что контроль над теорией и ее предсказаниями отсутствует. Одной из попыток преодоления этой большой проблемы является новый класс УФ-полных теорий гравитации, известных как гравитация ХЛ [13]. Заметим, что теория гравитации ХЛ получается в результате отказа от симметрии Лоренца с помощью анизотропного скейлинга типа скейлинга Лифшица в пределах высоких энергий, т.е. $t \rightarrow l^z t$, $x^i \rightarrow l x^i$, где $z \geq 1$ – динамический критический показатель. Следовательно, это нерелятивистская перенормируемая теория гравитации. В то время как гравитация ХЛ при высоких энергиях является нерелятивистской, предполагается, что четырехмерная общая ковариантность может быть восстановлена в пределе низких энергий. Более формально, в отличие от стандартной ОТО, теория гравитации ХЛ не является полностью инвариантной относительно диффеоморфизма, скорее она обладает только локальной галилеевой инвариантностью [14]. Тогда ожидается, что гравитация ХЛ приближается к ОТО в инфракрасном (ИК) пределе. Однако теория гравитации ХЛ может рассматри-

ваться как вариант теории, которая обеспечивает УФ-пополнение ОТО. Существование анизотропного скейлинга в УФ-пределе приводит к механизму образования космологических возмущений, так что с его помощью можно решить проблему горизонта, не прибегая к инфляции. Также замечательно то, что в модели гравитации ХЛ (из-за отсутствия локальных ограничений гамильтониана) темная материя может появиться как константа интегрирования [15]. Всесторонний обзор гравитации ХЛ и некоторые космологические выводы из нее содержатся в работе [16]. Полное действие гравитации ХЛ может быть записано как [13]

$$S_{\text{HL}} = \int dt dx^3 \sqrt{g} N \left[\frac{2}{\kappa^2} (K_{ij} K^{ij} - \lambda K^2) - \frac{\kappa^2}{\omega^4} C_{ij} C^{ij} + \frac{\kappa^2 \mu}{2\omega^2} \epsilon^{ijk} {}^3 R_{il} \nabla_j {}^3 R_k^l - \right. \\ \left. - \frac{\kappa^2 \mu^2}{8} {}^3 R_{il} {}^3 R^{ij} + \frac{\kappa^2 \mu^2}{8(3\lambda - 1)} \left(\frac{4\lambda - 1}{4} ({}^3 R)^2 - \Lambda {}^3 R + 3\Lambda^2 \right) R \right], \quad (1)$$

где μ , Λ и κ , λ , ω – размерные и безразмерные постоянные параметры гравитации ХЛ соответственно, $K_{ij} = (\dot{g} - \nabla_i N_j - \nabla_j N_i)/2N$ и $C^{ij} = \epsilon^{ijk} \nabla_k ({}^3 R_l^j - {}^3 R \delta_j^l/4)$ – внешняя кривизна и тензор Коттона соответственно. Заметим, что в случае $\lambda \rightarrow 1$ кинетическая часть действия (1) приближается к действию ОТО в ИК-пределе. Следует подчеркнуть, что в УФ-пределе поведение модели гравитации ХЛ сильно отличается от ОТО. Таким образом, в случае $\lambda \rightarrow 1$ гравитация ХЛ не дает полной инвариантности относительно четырехмерного диффеоморфизма на больших расстояниях (ИК-предел).

Наиболее интересными результатами в контексте любой модели гравитации являются решения, связанные с черной дырой. Авторы работы [17] впервые получили статическое сферически-симметричное решение, связанное с черной дырой, для асимптотического пространства-времени Лифшица в присутствии переменной константы связи λ . Путем изучения термодинамических свойств этого решения в работе [18] было показано, что в случае $\lambda = 1$ это решение сводится к черной дыре Рейснера–Нордстрёма вместо стандартной черной дыры Шварцшильда. Точнее, так как радиус горизонта в решении, связанном с черной дырой, соответствующем $\lambda = 1$, включает геометрический параметр $\alpha = 1/2\omega$, который может играть роль электрического заряда, оно выглядит как черная дыра Рейснера–Нордстрёма. Тогда как геометрический параметр α приводит к модифицированной энтропии черной дыры, он уменьшается при увеличении ω и в пределе $\omega \rightarrow \infty$ приближается к нулю, и восстанавливается стандартное выражение для энтропии Шварцшильда, $S = A/4$. В этом случае начальное действие в уравнении (1) представляет деформированную модель гравитации ХЛ, в которой восстанавливается стандартная ОТО в ИК-пределе в случае $\lambda = 1$, тогда как ее решение, связанное с черной дырой, не приводит к воспроизведению обычного решения, связанного с черной дырой Шварцшильда. Разумеется, с помощью добавления ИК-модифицирующего члена $\mu^4 {}^{(3)}R$ к начальному действию ХЛ (1) этот результат будет изменен (подробнее см. [19]). Также отметим, что действие (1) не является самым общим действием гравитации ХЛ. В работе [20] представлено естественное расширение исходного варианта теории ХЛ, в котором рассматривались члены, зависящие от ускорения расслоения. Этот расширенный вариант теории является перенормируемым, в нем учитывается мощность и отсутствуют печально известные патологии, появляющиеся в исходной модели ХЛ [13]. Основная черта расширенного варианта теории заключается в том, что

в ИК-пределе он сводится к скалярно-тензорной теории гравитации, нарушающей инвариантность Лоренца, а не к ОТО. Однако показано, что эта несогласованность с ОТО может быть преодолена с помощью соответствующего выбора параметров теории.

В настоящей работе мы изучаем статическую вселенную Эйнштейна и ее стабильность по отношению к однородным скалярным, векторным и тензорным возмущениям в рамках деформируемой космологии ХЛ, связанной с энтропийной силой. Основная мотивация для изучения стабильности статической вселенной Эйнштейна связана со сценарием развивающейся Вселенной [21]. Возникающая Вселенная описывается вечной инфляционной в прошлом моделью, в которой проблема горизонта решается до начала инфляции и устраняется сингулярность, связанная с Большим взрывом. В рамках этой космологической модели Вселенная возникает из статического состояния Эйнштейна, а не из сингулярности Большого взрыва. Однако в этой модели имеется проблема тонкой настройки, но это может быть поправлено с помощью модификации космологических полевых уравнений ОТО. Поэтому изучались аналогичные статические решения и их стабильность в контексте таких модифицированных теорий гравитации, как $f(R)$ [22], $f(T)$ [23], теория Эйнштейна–Картана [24], массивная гравитация [25], геометрия Лиры [26], петлевая квантовая космология [27] и сценарии мира на бране [28]. Стабильность статической вселенной Эйнштейна также изучалась в гравитации ХЛ [29]. Настоящая статья основана на модели, предложенной в работе [11], где динамические уравнения деформируемой гравитации ХЛ для фона Фридмана–Робертсона–Уокера (ФРУ) получены на основе термодинамических свойств деформированных черных дыр ХЛ [18]. В рамках деформированной космологии ХЛ, связанной с энтропийной гравитацией, модифицированные уравнения Фридмана и соответствующие результаты отличаются от полученных в работах [29].

Мы используем в работе единицы $\hbar = c = G = k_B = 1$.

2. ВСЕЛЕННАЯ ФРУ В ДЕФОРМИРОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ХЛ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ЭНТРОПИЙНОЙ СИЛОЙ

В этом разделе мы выведем модифицированные уравнения Фридмана в космологической теории ХЛ, считая, что появление гравитации в пространстве-времени обусловлено энтропийными силами. Мы рассматриваем однородное и изотропное фоновое пространство-время ФРУ с метрикой

$$ds^2 = h_{ab} dx^a dx^b + \tilde{r}^2 d\Omega_2^2, \quad (2)$$

где $h_{ab} = \text{diag}(-1, a^2/(1 - kr^2))$ и $d\Omega_2^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$ обозначают двумерные метрики, $\tilde{r} = a(t)r$, где $a(t)$ – космический масштабный фактор, параметр $k = -1, 0, 1$ соответствует открытой, плоской или закрытой Вселенной соответственно. В пространстве-времени ФРУ можно показать, что

$$\tilde{r}_A = \frac{1}{\sqrt{H^2 + k/a^2}}, \quad (3)$$

где $\tilde{r}_A$ – динамический явный горизонт, $H = \dot{a}/a$ – параметр Хаббла. Полный обзор, связанный с поверхностями ловушек и динамическими явными горизонтами,

содержится в работах [30]. Температура на явном горизонте прогнозируется как $T = |\kappa_{sg}|/2\pi$, где κ_{sg} – поверхностная гравитация, значение которой на явном горизонте Вселенной ФРУ дается выражением

$$\kappa_{sg} = -\frac{1}{\tilde{r}_A} \left(1 - \frac{\dot{\tilde{r}}_A}{2H\tilde{r}_A} \right). \quad (4)$$

Полагая, что Вселенная как замкнутая система находится в термодинамическом равновесии, можно игнорировать второй член в уравнении (4) и найти температуру явного горизонта

$$T_A = \frac{1}{2\pi\tilde{r}_A}. \quad (5)$$

В сценарии гравитации Верлинде энтропия черной дыры играет очень важную роль в выводе закона гравитации Ньютона и уравнения Фридмана, так что при наличии любой поправки соотношение между энтропией и площадью в гравитации Эйнштейна принимает следующий вид:

$$S = \frac{A}{4} + s(A), \quad (6)$$

где A – площадь горизонта, $s(A)$ – поправочный член энтропии. Заметим, что петлевая квантовая гравитация дает квантовую поправку в закон черной дыры, связанный с площадью горизонта, а именно логарифмическую поправку [31]

$$S = \frac{A}{4} + \frac{\alpha}{4} \ln A, \quad (7)$$

где α – безразмерная константа порядка единицы. С другой стороны, в работе [18] было показано, что энтропия черных дыр в контексте гравитации ХЛ и при наличии логарифмической поправки может быть записана как

$$S = \frac{A}{4} + \frac{\pi}{\omega} \ln A, \quad (8)$$

где ω – безразмерная динамическая константа связи гравитации ХЛ. Чтобы получить черную дыру в рамках деформированной теории ХЛ, необходимо потребовать, чтобы удовлетворялось условие $M^2 \geq (2\omega)^{-1}$, где M – константа интегрирования, которую можно интерпретировать как массу черной дыры (см. [18]). Случай равенства соответствует экстремальной черной дыре с площадью горизонта $M^2 = r_e^2 = (2\omega)^{-1}$. Сравнивая логарифмические поправочные члены в соотношениях (7) и (8), можно найти, что $\alpha = 4\pi\omega^{-1}$. В результате безразмерная константа α , следующая из петлевой квантовой гравитации, получает геометрическую интерпретацию и известна как *геометрический параметр*. Соотношения (8) и (7) указывают на то, что в специальном случае $\omega \rightarrow \infty$ (или $\alpha \rightarrow 0$) стандартное выражение ОТО для энтропии будет восстановлено. При этом с помощью уравнения непрерывности

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (9)$$

и правила равномерного распределения энергии

$$E = \frac{1}{2}NT \quad (10)$$

уравнение Райчаудхури может быть записано следующим образом:

$$\frac{1}{2}N dT + \frac{1}{2}T dN = 4\pi\tilde{r}_A^3(\rho + p)H dt, \quad (11)$$

где N – число битов на экране; это число пропорционально площади экрана (горизонта), так как $N = 4S$. Как уже отмечалось, подход Верлинде основывается на голографическом принципе и правиле равномерного распределения. Следовательно, с учетом голографического принципа и в предположении, что экран имеет полную энергию E , которая распределяется между всеми N битами, температура экрана T определяется правилом равномерного распределения энергии (10). Интегрирование уравнения Райчаудхури (11) дает следующее модифицированное уравнение Фридмана в деформированной космологической теории ХЛ, связанной с энтропийной силой [11]:

$$\frac{1}{2\omega} \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right)^2 + H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3} \rho. \quad (12)$$

Как мы видим, уравнение Фридмана стандартной модели космологии отличается наличием первого члена. В качестве простейшего случая, т. е. для плоской Вселенной ($k = 0$), уравнение Фридмана модифицируется введением члена $H^4/2\omega$. Также путем дифференцирования уравнения (12) по космическому времени и с помощью уравнения непрерывности (9) может быть получено следующее модифицированное уравнение для ускорения:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \omega \left[-1 + \left(1 + \frac{16\pi}{3\omega} \rho \right)^{1/2} \right] - 4\pi \left[1 + \frac{16\pi}{3\omega} \rho \right]^{-1/2} (\rho + p). \quad (13)$$

Легко проверить, что уравнения (12) и (13) в ИК-пределе $\omega \rightarrow \infty$ сведутся к стандартным уравнениям Фридмана

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3} \rho, \quad (14)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3} (\rho + 3p). \quad (15)$$

3. СТАТИЧЕСКАЯ ВСЕЛЕННАЯ ЭЙНШТЕЙНА, СКАЛЯРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ И АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ

Рассмотрим баротропное уравнение состояния $p(t) = \beta\rho(t)$ и разложим уравнение для ускорения (13), сохраняя третий порядок плотности энергии $\rho(t)$. Статическая вселенная Эйнштейна в деформированной космологической теории ХЛ, связанной с энтропийной гравитацией, может быть получена с помощью условия $\ddot{a} = \dot{a} = 0$ и уравнений (12) и (13):

$$\frac{k^2}{2\omega a_0^4} + \frac{k}{a_0^2} = \frac{8\pi}{3} \rho_0, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \omega \left[\frac{8\pi}{3\omega} \rho_0 - \frac{1}{8} \left(\frac{16\pi}{3\omega} \rho_0 \right)^2 + \frac{1}{16} \left(\frac{16\pi}{3\omega} \rho_0 \right)^3 + \dots \right] - \\ - 4\pi \left[1 - \frac{8\pi}{3\omega} \rho_0 + \frac{3}{8} \left(\frac{16\pi}{3\omega} \rho_0 \right)^2 + \dots \right] \rho_0 (1 + \beta) = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где a_0 и ρ_0 – масштабный фактор и плотность энергии статической вселенной Эйнштейна соответственно. Мы рассмотрим линейные однородные скалярные возмущения в статической вселенной Эйнштейна, данные в уравнениях (16) и (17), и изучим их стабильность относительно возмущений. Возмущения космического масштабного фактора $a(t)$ и плотности энергии $\rho(t)$, зависящие только от времени, могут быть представлены в виде

$$a(t) \rightarrow a_0(1 + \delta a(t)), \quad \rho(t) \rightarrow \rho_0(1 + \delta \rho(t)). \quad (18)$$

Подстановка (18) в уравнение (12), использование уравнения (16) и линеаризация возмущающих членов приводят к следующему уравнению:

$$-\left(\frac{k^2}{\omega a_0^4} + \frac{k}{a_0^2}\right)\delta a = \frac{4\pi}{3}\rho_0\delta\rho. \quad (19)$$

Применяя тот же метод к уравнениям (13) и (17), мы получаем

$$\ddot{\delta a} = \frac{4\pi}{3}\rho_0\delta\rho \left[-1 - 3\beta + \frac{16\pi}{3\omega}(2 + 3\beta)\rho_0 - \frac{32\pi^2}{3\omega^2}(7 + 9\beta)\rho_0^2\right], \quad (20)$$

подстановка уравнения (19) в (20) дает следующее уравнение:

$$\ddot{\delta a} + \left(\frac{k^2}{\omega a_0^4} + \frac{k}{a_0^2}\right) \left[-1 - 3\beta + \frac{16\pi}{3\omega}(2 + 3\beta)\rho_0 - \frac{32\pi^2}{3\omega^2}(7 + 9\beta)\rho_0^2\right] \delta a = 0. \quad (21)$$

Тогда, чтобы получить осциллирующие пертурбативные моды, обеспечивающие существование стабильной статической вселенной Эйнштейна в рамках деформированной космологии ХЛ, обусловленной энтропийной гравитацией, должно удовлетворяться условие

$$\left(\frac{k^2}{\omega a_0^4} + \frac{k}{a_0^2}\right) \left[-1 - 3\beta + \frac{16\pi}{3\omega}(2 + 3\beta)\rho_0 - \frac{32\pi^2}{3\omega^2}(7 + 9\beta)\rho_0^2\right] > 0, \quad (22)$$

которое приводит к следующему решению уравнения (21):

$$\delta a = C_1 e^{iAt} + C_2 e^{-iAt}, \quad (23)$$

где C_1 и C_2 – константы интегрирования, A дается выражением

$$A = \left(\frac{k^2}{\omega a_0^4} + \frac{k}{a_0^2}\right)^{1/2} \left[-1 - 3\beta + \frac{16\pi}{3\omega}(2 + 3\beta)\rho_0 - \frac{32\pi^2}{3\omega^2}(7 + 9\beta)\rho_0^2\right]^{1/2}. \quad (24)$$

Условие стабильности вместе с неравенством (22) дают нам следующие различные классы решений.

1. В случае плоской Вселенной ($k = 0$) нет стабильной статической вселенной Эйнштейна в рамках деформированной космологической теории ХЛ, обусловленной энтропийной гравитацией.

2. В случае больших значений ω , для которых первый член в круглых скобках, а также третий и четвертый члены в квадратных скобках в (22) исчезают, мы имеем условие

$$\frac{k}{a_0^2}(-1 - 3\beta) > 0, \quad (25)$$

откуда мы получаем следующие случаи:

а) случай $k > 0$ с уравнением параметра состояния $\beta < -1/3$, представляющий поля квинтэссенции и фантомные поля;

б) случай $k < 0$ с уравнением параметра состояния $\beta > -1/3$, представляющий поля обычной материи.

3. Для неплоской Вселенной с произвольными значениями ω общее ограничение (22) должно удовлетворяться, что демонстрирует взаимодействие между космологическими параметрами a_0 , ρ_0 , k , ω и β этой модели.

4. ВЕКТОРНЫЕ И ТЕНЗОРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ И АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ

В этом разделе мы изучаем стабильность статической вселенной Эйнштейна по отношению к векторным и тензорным возмущениям. В космологическом контексте векторные возмущения идеальной жидкости, имеющей плотность энергии $\rho(t)$, с баротропным давлением $p(t) = \beta\rho(t)$, зависят от сопутствующей безразмерной *завихренности*, определяемой как $\varpi_a = a\varpi$, моды которой удовлетворяют следующему уравнению распространения:

$$\dot{\varpi}_\kappa + (1 - 3c_s^2)H\varpi_\kappa = 0, \quad (26)$$

где $c_s^2 = dp/d\rho$ – скорость звука, H – параметр Хаббла [32]. Это уравнение справедливо в нашем рассмотрении статической вселенной Эйнштейна в рамках деформированной гравитации ХЛ, выведенной из сценария, связанного с энтропийной силой, с помощью модифицированных уравнений Фридмана (12) и (13). Для статической вселенной Эйнштейна с $H = 0$ уравнение (26) имеет вид

$$\ddot{\varpi}_\kappa = 0. \quad (27)$$

Уравнение (27) представляет тот факт, что начальные векторные возмущения будут оставаться замороженными. Тогда независимо от значений космологических параметров a_0 , ρ_0 , k , ω и β этой модели имеется нейтральная стабильность относительно векторных возмущений.

Тензорные возмущения, а именно возмущения гравитационных волн, идеальной жидкости описываются сопутствующим безразмерным поперечно-бесследовым сдвигом $\Sigma_{ab} = a\Sigma_{ab}$, моды которого удовлетворяют уравнению

$$\ddot{\Sigma}_\kappa + 3H\dot{\Sigma}_\kappa + \left[\frac{\mathcal{K}^2}{a^2} + \frac{2k}{a^2} - \frac{8\pi}{3}(1 + 3\omega)\rho \right] \Sigma_\kappa = 0, \quad (28)$$

где $\mathcal{K}$ – сопутствующий индекс $D^2 \rightarrow -\mathcal{K}^2/a^2$, D^2 – ковариантный пространственный лапласиан [32]. Можно показать, что для статической вселенной Эйнштейна это уравнение с учетом уравнений (12), (13) и (16) принимает вид

$$\ddot{\Sigma}_\kappa + \left[\frac{1}{a_0^2} \left(\mathcal{K}^2 - \frac{k^2}{\omega a_0^2} \right) - 2\omega \left(1 - \left(1 + \frac{16\pi}{3\omega} \rho_0 \right)^{1/2} \right) \right] \Sigma_\kappa = 0. \quad (29)$$

Тогда, чтобы существовали моды, стабильные по отношению к тензорным возмущениям, должно выполняться следующее неравенство:

$$\frac{1}{a_0^2} \left(\mathcal{K}^2 - \frac{k^2}{\omega a_0^2} \right) - 2\omega \left(1 - \left(1 + \frac{16\pi}{3\omega} \rho_0 \right)^{1/2} \right) > 0. \quad (30)$$

Используя разложение¹⁾ $(1+x)^{1/2} = 1+x/2-x^2/8+O(x^3)$, мы получили неравенство для очень больших значений ω :

$$\frac{1}{a_0^2} \mathcal{K}^2 + \frac{16\pi}{3} \rho_0 > 0, \quad (31)$$

которое всегда выполняется, так как $\rho_0 > 0$. Следовательно, для очень больших значений ω имеется стабильность по отношению к тензорным возмущениям в рамках гравитации ХЛ, связанной с энтропийной гравитацией. Для произвольных и не таких больших значений ω неравенство (30) указывает на взаимодействие между космологическими параметрами a_0 , ω , $\mathcal{K}$, k и ρ_0 статической вселенной Эйнштейна.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существование сингулярности Большого взрыва в ранней Вселенной является одной из существенных проблем стандартной космологии. Для решения этой проблемы в рамках ОТО в работе [21] был предложен так называемый “сценарий возникающей Вселенной”, представляющий собой инфляционную космологию без начальной сингулярности. Согласно этому сценарию ранняя Вселенная перед переходом в инфляционную фазу имела начальное состояние, известное как статическое состояние Эйнштейна. В рамках космологической модели Вселенная возникла из статического состояния Эйнштейна, а не из сингулярности Большого взрыва. Ясно, что многообразие возмущений в ранней Вселенной могло оказать влияние на стабильность начального статического состояния. С другой стороны, классическая ОТО не является подходящей теорией при высоких энергиях, так что ранняя Вселенная находилась под сильным воздействием различных физических условий, которые могут привести к некоторым модификациям ОТО. Это мотивировало наше изучение стабильности начального статического состояния Эйнштейна по отношению к линейным однородным скалярным, векторным и тензорным возмущениям в рамках нового класса УФ-полных теорий гравитации, известных как деформированная гравитация ХЛ, связанная со сценарием энтропийной силы. Показано, что не существует статической вселенной Эйнштейна, стабильной по отношению к линейным скалярным возмущениям для случая плоской Вселенной ($k = 0$). В случае больших значений динамического параметра гравитации ХЛ ω для положительно искривленной Вселенной ($k > 0$) необходимо преобладание полей квинтэссенции и фантомных полей материи с входящим в баротропное уравнение состояния параметром $\beta < -1/3$, тогда как для отрицательно искривленной Вселенной ($k < 0$) нужно, чтобы поля материи с $\beta > -1/3$ были доминирующими полями Вселенной. Имеется нейтральная стабильность относительно векторных возмущений. Для тензорных возмущений получено неравенство, включающее параметры a_0 , ω , $\mathcal{K}$, k и ρ_0 статической вселенной Эйнштейна, которое объясняет стабильность при больших значениях ω .

¹⁾Заметим, что мы использовали это разложение также при получении уравнений (17) и (20).

Список литературы

- [1] E. P. Verlinde, “On the origin of gravity and the laws of Newton”, *JHEP*, **04** (2011), 029, 27 pp., arXiv: 1001.0785.
- [2] А. Д. Сахаров, “Вакуумные квантовые флуктуации в искривленном пространстве и теория гравитации”, *Докл. АН СССР. Сер. Физ. Астрон.*, **177**:1 (1967), 70–71.
- [3] T. Jacobson, “Thermodynamics of spacetime: the Einstein equation of state”, *Phys. Rev. Lett.*, **75**:7 (1995), 1260–1263.
- [4] T. Padmanabhan, “Classical and quantum thermodynamics of horizons in spherically symmetric spacetimes”, *Class. Quantum Grav.*, **19**:21 (2002), 5387–5408.
- [5] L. Smolin, *Newtonian gravity in loop quantum gravity*, arXiv: 1001.3668.
- [6] T. Wang, “Coulomb force as an entropic force”, *Phys. Rev. D*, **81**:10 (2010), 104045, 4 pp.
- [7] F. Caravelli, L. Modesto, “Holographic effective actions from black holes”, *Phys. Lett. B*, **702**:4 (2011), 307–311.
- [8] R. G. Cai, L.-M. Cao, N. Ohta, “Friedmann equations from entropic force”, *Phys. Rev. D*, **81**:6 (2010), 061501, 4 pp.; S. H. Hendi, A. Sheykhi, “Entropic corrections to Einstein equations”, *Phys. Rev. D*, **83**:8 (2011), 084012, 5 pp.; A. Sheykhi, “Entropic corrections to Friedmann equations”, *Phys. Rev. D*, **81**:10 (2010), 104011, 4 pp.; F. W. Shu, Y. G. Gong, “Equipartition of energy and the first law of thermodynamics at the apparent horizon”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **20**:4 (2011), 553–559.
- [9] Y. Ling, J.-P. Wu, “A note on entropic force and brane cosmology”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **08** (2010), 017, 5 pp., arXiv: 1001.5324; A. Sheykhi, “Modified Friedmann equations on the brane from entropic force”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **51**:1 (2012), 185–192.
- [10] A. Sheykhi, H. Moradpour, N. Riazi, “Lovelock gravity from entropic force”, *Gen. Relativ. Gravit.*, **45**:5 (2013), 1033–1049, arXiv: 1109.3631.
- [11] S.-W. Wei, Y.-X. Liu, Y.-Q. Wang, “A note on Friedmann equation of FRW universe in deformed Horava–Lifshitz gravity from entropic force”, *Commun. Theor. Phys.*, **56**:3 (2011), 455–458; F. Kheyri, M. Khodadi, H. R. Sepangi, “Horava–Lifshitz cosmology, entropic interpretation and quark–hadron phase transition”, *Ann. Phys.*, **332** (2013), 75–89.
- [12] E. M. C. Abreu, J. A. Neto, “Holographic considerations on a Machian Universe”, *Ann. Phys.*, **351** (2014), 290–301; E. M. C. Abreu, J. A. Neto, “Considerations on gravity as an entropic force and entangled states”, *Phys. Lett. B*, **727**:4–5 (2013), 524–526; K. Nozari, S. Namdari, “Some aspects of dynamics in entropic force picture with quantum gravity effects”, *Rom. J. Phys.*, **58**:7–8 (2013), 790–798; A. Sheykhi, H. Moradpour, N. Riazi, “Lovelock gravity from entropic force”, *Gen. Relativ. Gravit.*, **45**:5 (2013), 1033–1049; A. Sheykhi, M. H. Dehghani, S. E. Hosseini, “Emergence of spacetime dynamics in entropy corrected and braneworld models”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **04** (2013), 038, 15 pp.; “Friedmann equations in braneworld scenarios from emergence of cosmic space”, *Phys. Lett. B*, **726**:1–3 (2013), 23–27; S. H. Mehdipour, “Some aspects of entropic gravity in the presence of a noncommutative Schwarzschild–deSitter black hole”, *Astrophys. Space Sci.*, **345**:2 (2013), 339–344; K. Nozari, P. Pedram, M. Molkara, “Minimal length, maximal momentum and the entropic force law”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **51**:4 (2012), 1268–1275; T. Qiu, E. N. Saridakis, “Entropic force scenarios and eternal inflation”, *Phys. Rev. D*, **85**:4 (2012), 043504, 12 pp.; E. Chang-Young, K. Kimm, D. Lee, “Brans–Dicke gravity from entropic viewpoint”, *Class. Quantum Grav.*, **29**:8 (2012), 085004, 5 pp.; J.-W. Lee, “On the origin of entropic gravity and inertia”, *Found. Phys.*, **42**:9 (2012), 1153–1164; S. H. Mehdipour, A. Keshavarz, “Entropic force approach in a noncommutative charged black hole and the equivalence principle”, *Europhys. Lett.*, **98**:1 (2012), 10002, 5 pp., arXiv: 1207.0841; R. B. Mann, J. R. Mureika, “(1 + 1)-dimensional entropic gravity”, *Phys. Lett. B*, **703**:2 (2011), 167–171; Y. Zhang, Y. Gong, Z.-H. Zhu, “Modified gravity emerging from thermodynamics and holographic principle”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **20**:8 (2011), 1505–1519; M. Visser, “Conservative entropic forces”, *JHEP*, **10** (2011), 140, arXiv:

- 1108.5240; P. Nicolini, “Entropic force, noncommutative gravity, and ungravity”, *Phys. Rev. D*, **82**:4 (2010), 044030, 8 pp.; J. Kowalski-Glikman, “Note on gravity, entropy, and BF topological field theory”, *Phys. Rev. D*, **81**:8 (2010), 084038, 5 pp.; C. Gao, “Modified entropic force”, *Phys. Rev. D*, **81**:8 (2010), 087306, 4 pp.
- [13] P. Hořava, “Membranes at quantum criticality”, *JHEP*, **03** (2009), 020, 34 pp.; “Quantum gravity at a Lifshitz point”, *Phys. Rev. D*, **79**:8 (2009), 084008, 15 pp.
- [14] M. Minamitsuji, “Classification of cosmology with arbitrary matter in the Hořava–Lifshitz model”, *Phys. Lett. B*, **684**:4–5 (2010), 194–198.
- [15] S. Mukohyama, “Dark matter as integration constant in Hořava–Lifshitz gravity”, *Phys. Rev. D*, **80**:6 (2009), 064005, 6 pp.; “Caustic avoidance in Hořava–Lifshitz gravity”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **09** (2009), 005, 15 pp.
- [16] S. Mukohyama, *Class. Quantum Grav.*, **27**:22 (2010), 223101, 25 pp.
- [17] H. Lü, J. Mei, C. N. Pope, “Solutions to Hořava gravity”, *Phys. Rev. Lett.*, **103**:9 (2009), 091301, 4 pp.
- [18] A. Castillo, A. Larrañaga, “Entropy for black holes in the deformed Hořava–Lifshitz gravity”, *Electron. J. Theor. Phys.*, **8**:25 (2011), 83–92, arXiv:0906.4380; Y. S. Myung, “Thermodynamics of black holes in the deformed Hořava–Lifshitz gravity”, *Phys. Lett. B*, **678**:1 (2009), 127–130.
- [19] M. Park, “The black hole and cosmological solutions in IR modified Hořava gravity”, *JHEP*, **09** (2009), 123, 15 pp., arXiv:0905.4480.
- [20] D. Blas, O. Pujolàs, S. Sibiryakov, “Consistent extension of Hořava gravity”, *Phys. Rev. Lett.*, **104**:18 (2010), 181302, 4 pp.
- [21] G. F. R. Ellis, R. Maartens, “The emergent universe: inflationary cosmology with no singularity”, *Class. Quantum Grav.*, **21**:1 (2004), 223–232; G. F. R. Ellis, J. Murugan, C. G. Tsagas, “The emergent universe: an explicit construction”, *Class. Quantum Grav.*, **21**:1 (2004), 233–249; S. Mukherjee, B. C. Paul, N. K. Dadhich, S. D. Maharaj, A. Beesham, “Emergent universe with exotic matter”, *Class. Quantum Grav.*, **23**:23 (2006), 6927–6933.
- [22] J. D. Barrow, A. C. Ottewill, “The stability of general relativistic cosmological theory”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **16**:12 (1983), 2757–2776; C. G. Böhm, L. Hollenstein, F. S. N. Lobo, “Stability of the Einstein static universe in $f(R)$ gravity”, *Phys. Rev. D*, **76**:8 (2007), 084005, 6 pp.; R. Goswami, N. Goheer, P. K. S. Dunsby, “Existence of Einstein static universes and their stability in fourth-order theories of gravity”, *Phys. Rev. D*, **78**:4 (2008), 044011, 6 pp.; N. Goheer, R. Goswami, P. K. S. Dunsby, “Dynamics of $f(R)$ -cosmologies containing Einstein static models”, *Class. Quantum Grav.*, **26**:10 (2009), 105003, 13 pp.; S. S. Seahra, C. G. Böhm, “Einstein static universes are unstable in generic $f(R)$ models”, *Phys. Rev. D*, **79**:6 (2009), 064009, 7 pp.
- [23] P. Wu, H. Yu, “The stability of the Einstein static state in $f(T)$ gravity”, *Phys. Lett. B*, **703**:3 (2011), 223–227; J.-T. Li, C.-C. Lee, C.-Q. Geng, “Einstein static universe in exponential $f(T)$ gravity”, *Eur. Phys. J. C*, **73**:3 (2013), 2315, 6 pp.
- [24] C. G. Böhm, “The Einstein static universe with torsion and the sign problem of the cosmological constant”, *Class. Quantum Grav.*, **21**:4 (2004), 1119–1124; K. Atazadeh, “Stability of the Einstein static universe in Einstein–Cartan theory”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **06** (2014), 020, 11 pp., arXiv:1401.7639.
- [25] L. Parisi, N. Radicella, G. Vilasi, “Stability of the Einstein static universe in massive gravity”, *Phys. Rev. D*, **86**:2 (2012), 024035, 8 pp.; *Progress in Mathematical Relativity, Gravitation and Cosmology*, Proceedings of the Spanish Relativity Meeting ERE2012 (University of Minho, Guimarães, Portugal, September 3–7, 2012), Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, **60**, eds. A. García-Parrado, F. C. Mena, F. Moura, E. Vaz, Springer, Berlin, 2014, 355–359; K. Zhang, P. Wu, H. Yu, “Oscillating universe in massive gravity”, *Phys. Rev. D*, **87**:6 (2013), 063513, 15 pp.
- [26] F. Darabi, Y. Heydarzade, F. Hajkarim, *Stability of Einstein static universe over Lyra geometry*, arXiv:1406.7636.

- [27] D. J. Mulryne, R. Tavakol, J. E. Lidsey, G. F. R. Ellis, “An emergent universe from a loop”, *Phys. Rev. D*, **71**:12 (2005), 123512, 12 pp.; L. Parisi, M. Bruni, R. Maartens, K. Vandersloot, “The Einstein static universe in loop quantum cosmology”, *Class. Quantum Grav.*, **24**:24 (2007), 6243–6253; R. Canonico, L. Parisi, “Stability of the Einstein static universe in open cosmological models”, *Phys. Rev. D*, **82**:6 (2010), 064005, 6 pp.
- [28] L. Gergely, R. Maartens, “Brane-world generalizations of the Einstein static universe”, *Class. Quantum Grav.*, **19**:2 (2002), 213–221; K. Zhang, P. Wu, H. Yu, “The stability of Einstein static universe in the DGP braneworld”, *Phys. Lett. B*, **690**:3 (2010), 229–232; K. Zhang, P. Wu, H. Yu, “Oscillating universe in the DGP braneworld”, *Phys. Rev. D*, **85**:4 (2012), 043521, 11 pp.; C. Clarkson, S. S. Seahra, “Braneworld resonances”, *Class. Quantum Grav.*, **22**:17 (2005), 3653–3687; K. Atazadeh, Y. Heydarzade, F. Darabi, “Einstein static universe in braneworld scenario”, *Phys. Lett. B*, **732** (2014), 223–227.
- [29] P. Wu, H. Yu, “Emergent universe from the Hořava–Lifshitz gravity”, *Phys. Rev. D*, **81**:10 (2010), 103522; C. G. Bohmer, F. S. N. Lobo, “Stability of the Einstein static universe in IR modified Hořava gravity”, *Eur. Phys. J. C*, **70**:4 (2010), 1111–1118.
- [30] S. A. Hayward, “Unified first law of black-hole dynamics and relativistic thermodynamics”, *Class. Quantum Grav.*, **15**:10 (1998), 3147–3162; “Gravitational energy in spherical symmetry”, *Phys. Rev. D*, **53**:4 (1996), 1938–1949; D. Bak, S.-J. Rey, “Cosmic holography”, *Class. Quantum Grav.*, **17**:15 (2000), L83–L89, arXiv: hep-th/9902173.
- [31] R.-G. Cai, L.-M. Cao, Y.-P. Hu, “Corrected entropy-area relation and modified Friedmann equations”, *JHEP*, **08** (2008), 090, 12 pp.; R. Banerjee, B. R. Majhi, “Quantum tunneling beyond semiclassical approximation”, *JHEP*, **06** (2008), 095, 20 pp.
- [32] J. D. Barrow, G. F. R. Ellis, R. Maartens, C. G. Tsagas, “On the stability of the Einstein static universe”, *Class. Quantum Grav.*, **20**:11 (2003), L155–L164; P. K. S. Dunsby, B. A. C. C. Bassett, G. F. R. Ellis, “Covariant analysis of gravitational waves in a cosmological context”, *Class. Quantum Grav.*, **14**:5 (1997), 1215–1222; A. D. Challinor, “Microwave background anisotropies from gravitational waves: the 1 + 3 covariant approach”, *Class. Quantum Grav.*, **17**:4 (2000), 871–889; R. Maartens, C. G. Tsagas, C. Ungarelli, “Magnetized gravitational waves”, *Phys. Rev. D*, **63**:12 (2001), 123507, 5 pp.

Поступила в редакцию 12.10.2015,
после доработки 20.12.2015