Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Овгун, И. Сакалли, Об одной кротовой норе с тонкой оболочкой, *ТМФ*, 2017, том 190, номер 1, 138–149

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9099>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.95.254.165

26 апреля 2023 г., 07:37:43

© 2017 г.

А. Овгун*, И. Сакалли*

ОБ ОДНОЙ КРОВОЙ НОРЕ С ТОНКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

С помощью известной техники Виссера разрезания и склейки на основе черной дыры со скалярными волосами построена скалярная кротовая нора с тонкой оболочкой в размерности $2 + 1$. Поверхностное напряжение, сконцентрированное в горловине кротовой норы, определено с использованием формализма Дармуа–Израэля. Анализ устойчивости кротовой норы с тонкой оболочкой проводится с применением различных газовых моделей. Область устойчивости изменяется с помощью подстройки параметров l и u . Отмечается, что полученная кротовая нора, возникающая из черной дыры со скалярными волосами, может оказаться более устойчивой при конкретном значении параметра l , однако для нее по-прежнему нужна экзотическая материя.

Ключевые слова: кротовая нора с тонкой оболочкой, устойчивость, формализм Дармуа–Израэля, скалярные волосы, черная дыра.

DOI: 10.4213/tmf9099

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1988 году Моррис и Торн [1] изобрели проходимые кротовые норы, являющиеся решениями уравнений гравитации Эйнштейна. Эти кротовые норы сокращают космические расстояния, соединяя две точки Вселенной за счет геометрии, подобной горловине. Однако при этом нарушаются одно или более из так называемых энергетических условий (слабое энергетическое условие (СлЭУ), условие нулевой энергии (УНЭ) и сильное энергетическое условие (СиЭУ)) (см., например, работы [2]–[4]). В связи с этим большинство физиков соглашаются, что кротовым норам требуется экзотическая материя – некий тип антигравитации – чтобы поддерживать горловину (самую узкую точку) открытой [5]. С другой стороны, некоторые физики, работающие в этой области, утверждают, что кротовые норы типа кротовых нор с тонкой оболочкой (КНТО) могут поддерживаться обычной материей [6], [7].

Сначала Виссер [8] предложил метод, позволяющий построить КНТО с помощью условий сшивки Израэля [9]. Как было показано, количество экзотической

*Department of Physics, Eastern Mediterranean University, Famagusta, North Cyprus.
E-mail: ali.ovgun@emu.edu.tr, izzet.sakalli@emu.edu.tr

материи [10] вокруг горловины можно минимизировать, выбирая подходящую геометрию кротовой норы. В настоящее время в литературе имеется много работ, авторы которых, следуя рекомендациям Виссера, сосредоточены на построении КНТО, описываемых в произвольной (низкой или высокой) размерности (см., например, работы [11]–[33]). В настоящей статье мы рассматриваем черную дыру со скалярными волосами (ЧДСВ) в размерности $2 + 1$, которая является решением в теории Эйнштейна–Максвелла с самодействующим скалярным полем, описываемым потенциалом Лиувилля $V(\phi)$ [34]. При этом, используя стандартную процедуру техники разрезания и склейки, можно построить КНТО и исследовать ее устойчивость для различных физических состояний газа.

Наша главная мотивация при построении кротовой норы с тонкой оболочкой состоит в том, чтобы минимизировать экзотическую материю, которая, вообще говоря, является основным источником для поддержания горловины. В настоящей работе мы сосредоточимся на устойчивости ЧДСВ в пространстве-времени размерности $2+1$ в связи с тем, что эта черная дыра зависит от двух переменных u , выбирая их, можно получить устойчивые решения.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 приводится краткое описание ЧДСВ в рамках $(2+1)$ -мерной геометрии. В разделе 3 мы сначала вводим основные понятия, относящиеся к КНТО, а затем в разделе 4 применяем различные газовые модели к уравнению состояния для исследования ее устойчивости. Заключительные замечания представлены в разделе 5.

2. ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ ЧДСВ

В данном разделе мы проводим краткий обзор ЧДСВ [34]. Гравитация Эйнштейна–Максвелла, минимально взаимодействующая со скалярным полем ϕ , описывается действием

$$S = \int \sqrt{-g} (R - 2 \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - F^2 - V(\phi)) d^3 r, \quad (1)$$

где R – скаляр Риччи, $F = F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ – максвелловский инвариант, а $V(\phi)$ обозначает потенциал скалярного поля ϕ . ЧДСВ является решением для действия (1), это решение было найдено в работе [34]:

$$ds^2 = -f(r) dt^2 + \frac{4r^2 dr^2}{f(r)} + r^2 d\theta^2, \quad (2)$$

где метрическая функция имеет вид

$$f(r) = \frac{r^2}{l^2} - ur. \quad (3)$$

Здесь u и l – константы, а горизонт событий ЧД (2) находится на расстоянии $r_h = ul^2$. Ясно, что ЧД обладает геометрией, не являющейся асимптотически плоской. Метрику (2) можно альтернативным образом переписать в виде

$$ds^2 = -\frac{r}{\ell^2} (r - r_h) dt^2 + \frac{4r\ell^2 dr^2}{r - r_h} + r^2 d\theta^2. \quad (4)$$

Сингулярность при $r = 0$ легче всего усмотреть исходя из поведения скаляров Риччи и Кречмана

$$R = -\frac{2r + r_h}{4r^3 \ell^2}, \quad (5)$$

$$K = \frac{4r^2 - 4r_h r + 3r_h^2}{16r^6 \ell^4}. \quad (6)$$

Скалярное поле и потенциал имеют вид [34]

$$\phi = \frac{\ln r}{\sqrt{2}}, \quad (7)$$

$$V(\phi) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{r^2}, \quad (8)$$

где $\lambda_{1,2}$ – константы. Соответствующая температура Хокинга для ЧД (см., например, статью [35]) имеет вид

$$T_H = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial f}{\partial r} \Big|_{r=r_h} = \frac{1}{8\pi \ell^2} \quad (9)$$

и является постоянной. Излучение при постоянной температуре является хорошо известным изотермическим процессом. Следует заметить, что излучение Хокинга линейных дилатонных черных дыр демонстрирует аналогичное изотермическое поведение [35]–[42].

3. УСТОЙЧИВОСТЬ КНТО

В данном разделе мы рассматриваем две тождественные копии ЧДСВ с

$$M^\pm = (x|r \geq 0), \quad r \geq a,$$

и многообразия, ограниченные гиперповерхностями M^+ и M^- . Чтобы получить одно многообразие $M = M^+ + M^-$, мы склеим их на поверхности сшивки

$$\Sigma^\pm = (x|r = a),$$

где заданы границы Σ . На оболочке можно выбрать пространство-время следующим образом:

$$ds^2 = -d\tau^2 + a^2(\tau) d\theta^2, \quad (10)$$

где τ – собственное время [20]. Выбирая координаты $\xi^i = (\tau, \theta)$, получим формулу для внешней кривизны, связывающую две стороны оболочки, в простом виде [26]

$$K_{ij}^\pm = -n_\gamma^\pm \left(\frac{\partial^2 x^\gamma}{\partial \xi^i \partial \xi^j} + \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \frac{\partial x^\alpha}{\partial \xi^i} \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^j} \right), \quad (11)$$

где единичные нормали ($n^\gamma n_\gamma = 1$) определяются выражением

$$n_\gamma^\pm = \pm \left| g^{\alpha\beta} \frac{\partial H}{\partial x^\alpha} \frac{\partial H}{\partial x^\beta} \right|^{-1/2} \frac{\partial H}{\partial x^\gamma}, \quad (12)$$

в котором $H(r) = r - a(\tau)$. Если использовать метрические функции, то ненулевые компоненты $n_\gamma^\pm$ принимают вид

$$n_t = \mp 2a\dot{a}, \quad (13)$$

$$n_r = \pm 2\sqrt{\frac{al^2(4\dot{a}^2l^2a - l^2u + a)}{(l^2u - a)}}, \quad (14)$$

где точка обозначает производную по τ . Тогда ненулевые компоненты внешней кривизны (11) записываются как

$$K_{\tau\tau}^\pm = \mp \frac{\sqrt{-al^2}(8\dot{a}^2l^2a + 8\ddot{a}l^2a^2 - l^2u + 2a)}{4a^2l^2\sqrt{-4\dot{a}^2l^2a - l^2u + a}}, \quad (15)$$

$$K_{\theta\theta}^\pm = \pm \frac{1}{2a^{3/2}l}\sqrt{4\dot{a}^2l^2a - l^2u + a}. \quad (16)$$

Поскольку K_{ij} не является непрерывной при обходе оболочки H [26], мы будем использовать уравнение Ланцоша [43]–[45]

$$S_{ij} = -\frac{1}{8\pi}([K_{ij}] - [K]g_{ij}), \quad (17)$$

где K – след K_{ij} , $[K_{ij}] = K_{ij}^+ - K_{ij}^-$, а S_{ij} – тензор энергии-импульса на сшивке, который в общем случае имеет вид [11], [26]

$$S_j^i = \text{diag}(\sigma - p), \quad (18)$$

где p – поверхностное давление, а σ – поверхностная плотность энергии. Вследствие круговой симметрии

$$K_j^i = \begin{pmatrix} K_\tau^\tau & 0 \\ 0 & K_\theta^\theta \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Таким образом, из уравнений (17) и (18) получаем поверхностное давление и поверхностную плотность энергии [26].

Используя технику разрезания и склейки, можно удалить внутренние области $r < a$ геометрии (10) и соединить ее внешние части. Однако существует скачок (выводимый из компонент внешней кривизны на поверхности $r = a$), связанный с плотностью энергии и давлением:

$$\sigma = -\frac{1}{8\pi a^{3/2}l}\sqrt{4\dot{a}^2l^2a - l^2u + a}, \quad (20)$$

$$p = \frac{1}{16\pi a^{3/2}l}\frac{8\dot{a}^2l^2a + 8\ddot{a}l^2a^2 - l^2u + 2a}{\sqrt{4\dot{a}^2l^2a - l^2u + a}}. \quad (21)$$

Вследствие этого энергия и давление в статическом случае ($a = a_0$) принимают вид

$$\sigma_0 = -\frac{1}{8\pi a_0^{3/2}l}\sqrt{-l^2u + a_0}, \quad (22)$$

$$p_0 = \frac{1}{16\pi a_0^{3/2}l}\frac{-l^2u + 2a_0}{\sqrt{-l^2u + a_0}}. \quad (23)$$

Коль скоро выполнены условия $\sigma \geq 0$ и $\sigma + p \geq 0$, выполнено и СлЭУ. Кроме того, условие $\sigma + p \geq 0$ представляет собой УНЭ. Более того, СиЭУ зависит от выполнения соотношений $\sigma + p \geq 0$ и $\sigma + 2p \geq 0$. Из уравнения (24) видно, что отрицательная плотность энергии нарушает СлЭУ, поэтому для построения КНТО нам необходима экзотическая материя. Заметим, что полная материя, поддерживающая кротовую нору, имеет вид [46]

$$\Omega_\sigma = \int_0^{2\pi} (\rho\sqrt{-g})|_{r=a_0} d\phi = 2\pi a_0 \sigma(a_0) = -\frac{1}{4a_0^{1/2}|l|} \sqrt{-l^2 u + a_0}. \quad (24)$$

Устойчивость такой кротовой норы исследуется посредством линейного возмущения, при котором уравнение состояния записывается как

$$p = \psi(\sigma), \quad (25)$$

где $\psi(\sigma)$ – произвольная функция от σ . Уравнение сохранения энергии вводится следующим образом [26]:

$$S_{j;i}^i = -T_{\alpha\beta} \frac{\partial x^\alpha}{\partial \xi^j} n^\beta, \quad (26)$$

где $T_{\alpha\beta}$ – тензор энергии-импульса в объеме. Таким образом, уравнение (26) можно переписать в терминах плотности энергии и давления:

$$\frac{d}{d\tau}(\sigma a) + \psi \frac{da}{d\tau} = -\dot{a}\sigma. \quad (27)$$

Из приведенного уравнения получаем выражение

$$\sigma' = -\frac{1}{a}(2\sigma + \psi), \quad (28)$$

а взятие второй производной дает равенство

$$\sigma'' = \frac{2}{a^2}(\tilde{\psi} + 3)\left(\sigma + \frac{\psi}{2}\right), \quad (29)$$

где штрих и тильда соответственно обозначают производные по a и σ . Уравнение движения для оболочки в общем случае имеет вид

$$\dot{a}^2 + V = 0, \quad (30)$$

где эффективный потенциал V выводится из уравнения (22):

$$V = \frac{1}{4l^2} - \frac{u}{4a} - 16a^2\sigma^2\pi^2. \quad (31)$$

На самом деле уравнение (30) является не чем иным, как уравнением колебательного движения, при котором устойчивость в окрестности точки равновесия $a = a_0$ зависит от выполнения соотношения $V''(a_0) \geq 0$. Используя уравнения (30) и (31), окончательно получаем равенство

$$V'' = -\frac{1}{2a^3} \left[64\pi^2 a^5 (\sigma\sigma')' + 4\sigma' \frac{\sigma}{a} + \frac{\sigma^2}{a^2} + u \right] \Big|_{a=a_0} \quad (32)$$

Рис. 1. Области устойчивости КНТО в модели ЛБГ при различных значениях l и u .

или эквивалентное ему равенство

$$V'' = \frac{1}{2a^3} \left\{ -64\pi^2 a^3 [(2\psi' + 3)\sigma^2 + \psi(\psi' + 3)\sigma + \psi^2] - u \right\} \Big|_{a=a_0}. \quad (33)$$

Уравнение движения горловины при малом возмущении принимает вид [47]–[49]

$$\dot{a}^2 + \frac{V''(a_0)}{2}(a - a_0)^2 = 0.$$

Заметим, что при условии $V''(a_0) \geq 0$ КНТО устойчива, причем движение горловины является колебательным с угловой частотой $\omega = \sqrt{V''(a_0)}/2$.

4. НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ, ПОДТВЕРЖДАЮЩИЕ СУЩЕСТВОВАНИЕ КНТО

В данном разделе для изучения устойчивости КНТО мы используем определенные газовые модели (линейный баротропный газ (ЛБГ) [47], [50], газ Чаплыгина (ГЧ) [51], [52], обобщенный газ Чаплыгина (ОГЧ) [53] и логарифмический газ (ЛГ) [20]).

Рис. 2. Области устойчивости КНТО в модели ГЧ при различных значениях l и u .

4.1. Анализ устойчивости КНТО в модели ЛБГ. Уравнение состояния ЛБГ [47], [50] имеет вид

$$\psi = \varepsilon_0 \sigma, \quad (34)$$

откуда следует, что

$$\psi'(\sigma_0) = \varepsilon_0, \quad (35)$$

где ε_0 – постоянный параметр. На рис. 1 показаны области устойчивости для КНТО в терминах ε_0 и a_0 , полученные путем изменения значений l и u в уравнении (35).

4.2. Анализ устойчивости КНТО в модели ГЧ. Уравнение состояния ГЧ, которое мы рассматриваем, имеет вид [51]

$$\psi = \varepsilon_0 \left(\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\sigma_0} \right) + p_0, \quad (36)$$

откуда естественным образом следует, что

$$\psi'(\sigma_0) = -\frac{\varepsilon_0}{\sigma_0^2}. \quad (37)$$

На рис. 2 показаны области устойчивости КНТО в модели ГЧ, полученные в результате подстановки выражения (37) в уравнение (35).

Рис. 3. Области устойчивости КНТО в модели ОГЧ при различных значениях l и u .

4.3. Анализ устойчивости КНТО в модели ОГЧ. Используем уравнение состояния ОГЧ [53]

$$\psi = p_0 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^{\varepsilon_0}, \quad (38)$$

откуда получаем, что

$$\psi'(\sigma_0) = -\varepsilon_0 \frac{p_0}{\sigma_0}. \quad (39)$$

На рис. 3 показаны области устойчивости КНТО в модели ОГЧ, полученные в результате подстановки (39) в уравнение (35).

4.4. Анализ устойчивости КНТО в модели ЛГ. В нашем последнем примере уравнение состояния для ЛГ выбрано следующим образом (см. статью [20]):

$$\psi = \varepsilon_0 \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} + p_0, \quad (40)$$

откуда получаем формулу

$$\psi'(\sigma_0) = \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0}. \quad (41)$$

Рис. 4. Области устойчивости КНТО в модели ЛГ при различных значениях l и u .

На рис. 4 показаны области устойчивости КНТО в модели ЛГ, полученные в результате подстановки приведенного выше выражения в уравнение (35).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы построили КНТО, склеивая две копии ЧДСВ с помощью процедуры разрезания и склейки. Для этого мы использовали тот факт, что радиус горловины должен быть больше, чем горизонт событий для заданной метрики: $a_0 > r_h$. Мы применили уравнения состояния для ЛБГ, ГЧ, ОГЧ, и ЛГ, представляющих экзотическую материю, находящуюся в горловине. Анализ устойчивости при этом сводится к проверке того, что вторая производная эффективного потенциала положительна на радиусе горловины a_0 : $V''(a_0) \geq 0$. Во всех случаях нам удалось найти области устойчивости в терминах радиуса горловины a_0 и постоянного параметра ε_0 , связанного с использованным уравнением состояния. Проблема углового возмущения выходит за рамки настоящей работы, поэтому мы рассматривали только линейное возмущение. Однако мы намерены в дальнейшем изучить угловое возмущение для продолжения наших исследований. Это будет сделано в ближайшем будущем.

Одним из наиболее актуальных вопросов теоретической физики является соотношение между мостами (кротовыми норами) Эйнштейна–Розена (ЭР) [54] и Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР) [55] (синоним для запутывания [56], [57]). По нашему

мнению, еще одна нерешенная проблема здесь заключается в том, что неизвестно, какова связь между КНТО и кротовой норой ЭПР. Можно ли решить проблему экзотической материи для КНТО, используя кротовую нору ЭПР, и наоборот? Существуют ли какие-то экзотические силы между парами кротовых нор ЭПР? Все эти вопросы пока остаются открытыми и ждут своих решений, и их следует надлежащим образом изучить. Наша очередная задача заключается в том, чтобы добавить еще одну часть в этот большой пазл.

Благодарности. Авторы благодарны редактору и анонимному рецензенту за ценные комментарии и предложения по улучшению статьи.

Список литературы

- [1] M. S. Morris, K. S. Thorne, “Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: a tool for teaching general relativity”, *Amer. J. Phys.*, **56**:5 (1988), 395–412.
- [2] M. S. Morris, K. S. Thorne, U. Yurtsever, “Wormholes, time machines, and the weak energy condition”, *Phys. Rev. Lett.*, **61**:13 (1988), 1446–1449.
- [3] D. Hochberg, M. Visser, “Null energy condition in dynamic wormholes”, *Phys. Rev. Lett.*, **81**:4 (1998), 746–749.
- [4] D. Hochberg, C. Molina-Paris, M. Visser, “Tolman wormholes violate the strong energy condition”, *Phys. Rev. Lett. D*, **59**:4 (1999), 044011, 8 pp.
- [5] J. L. Friedman, K. Schleich, D. M. Witt, “Topological censorship”, *Phys. Rev. Lett.*, **71**:10 (1993), 1486–1489; Erratum **75**:9 (1995), 1872.
- [6] T. Harko, F. S. N. Lobo, M. K. Mak, S. V. Sushkov, “Modified-gravity wormholes without exotic matter”, *Phys. Rev. D*, **87**:6 (2013), 067504, 5 pp.
- [7] S. H. Mazharimousavi, M. Halilsoy, “3 + 1-dimensional thin shell wormhole with deformed throat can be supported by normal matter”, *Eur. Phys. J. C*, **75**:6 (2015), 271, 6 pp.
- [8] M. Visser, “Traversable wormholes from surgically modified Schwarzschild spacetimes”, *Nucl. Phys. B*, **328**:1 (1989), 203–212.
- [9] W. Israel, “Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity”, *Il Nuovo Cimento B*, **44**:1 (1966), 1–14.
- [10] E. Poisson, M. Visser, “Thin-shell wormholes: linearization stability”, *Phys. Rev. D*, **52**:12 (1995), 7318–7321.
- [11] S. H. Mazharimousavi, M. Halilsoy, “Counter-rotational effects on stability of (2 + 1)-dimensional thin-shell wormholes”, *Eur. Phys. J. C*, **74**:9 (2014), 3073, 5 pp.
- [12] G. A. S. Dias, J. P. S. Lemos, “Thin-shell wormholes in d -dimensional general relativity: solutions, properties, and stability”, *Phys. Rev. D*, **82**:8 (2010), 084023, 13 pp.
- [13] M. La Camera, “On thin-shell wormholes evolving in flat FRW spacetimes”, *Modern Phys. Lett. A*, **26**:12 (2011), 857–863.
- [14] A. Banerjee, “Stability of charged thin-shell wormholes in (2 + 1)-dimensions”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **52**:8 (2013), 2943–2958.
- [15] A. Banerjee, F. Rahaman, S. Chattopadhyay, S. Banerjee, “Stability of non-asymptotically flat thin-shell wormholes in generalized dilaton–axion gravity”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **52**:9 (2013), 3188–3198.
- [16] A. Banerjee, F. Rahaman, K. Jotania, R. Sharma, M. Rahaman, “Exact solutions in (2 + 1)-dimensional anti-de Sitter space–time admitting a linear or non-linear equation of state”, *Astrophys. Space Sci.*, **355**:2 (2015), 353–359.
- [17] P. Bhar, A. Banerjee, “Stability of thin-shell wormholes from noncommutative BTZ black hole”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **24**:5 (2015), 1550034, 17 pp.

- [18] N. M. Garcia, F. S. N. Lobo, M. Visser, “Generic spherically symmetric dynamic thin-shell traversable wormholes in standard general relativity”, *Phys. Rev. D*, **86**:4 (2012), 044026, 20 pp.
- [19] P. K. F. Kuhfittig, “On the stability of thin-shell wormholes in noncommutative geometry”, *Adv. High Energy Phys.*, **2012** (2012), 462493, 12 pp.
- [20] M. Halilsoy, A. Ovgun, S. H. Mazharimousavi, “Thin-shell wormholes from the regular Hayward black hole”, *Eur. Phys. J. C*, **74**:4 (2014), 2796, 7 pp.
- [21] Ф. Дараби, “Классические евклидовы решения в виде кротовых нор в $f(\tilde{R})$ -космологии Палатини”, *ТМФ*, **173**:3 (2012), 468–478.
- [22] P. E. Kashargin, S. V. Sushkov, “Rotating thin-shell wormhole from glued Kerr spacetimes”, *Gravit. Cosmol.*, **17**:2 (2011), 119–125.
- [23] M. Sharif, M. Azam, “Mechanical stability of cylindrical thin-shell wormholes”, *Eur. Phys. J. C*, **73**:5 (2013), 2407.
- [24] M. Sharif, M. Azam, “Stability analysis of thin-shell wormholes from charged black string”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **04** (2013), 023, 13 pp.
- [25] M. Sharif, M. Azam, “Spherical thin-shell wormholes and modified Chaplygin gas”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **05** (2013), 025.
- [26] C. Bejarano, E. F. Eiroa, C. Simeone, “General formalism for the stability of thin-shell wormholes in 2 + 1 dimensions”, *Eur. Phys. J. C*, **74**:8 (2014), 3015, 9 pp.
- [27] M. Sharif, S. Mumtaz, “Effects of charge on the stability of thin-shell wormholes”, *Astrophys. Space Sci.*, **352**:2 (2014), 729–736.
- [28] M. Sharif, M. Azam, “Thin-shell wormholes in Born–Infeld electrodynamics with modified Chaplygin gas”, *Phys. Lett. A*, **378**:37 (2014), 2737–2742.
- [29] A. Eid, “Linearized stability of Reissner Nordstrom de-Sitter thin shell wormholes”, *New Astronomy*, **39** (2015), 72–75.
- [30] F. Rahaman, A. Banerjee, “Thin-shell wormholes from black holes with dilaton and monopole fields”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **51**:3 (2012), 901–911.
- [31] F. Rahaman, A. Banerjee, I. Radinschi, “A new class of stable (2 + 1) dimensional thin shell wormhole”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **51**:6 (2012), 1680–1691.
- [32] F. Rahaman, P. K. F. Kuhfittig, M. Kalam, A. A. Usmani, S. Ray, “A comparison of Horava–Lifshitz gravity and Einstein gravity through thin-shell wormhole construction”, *Class. Quantum Grav.*, **28**:15 (2011), 155021, 13 pp.
- [33] F. Rahaman, K. A. Rahman, Sk. A. Rakib, P. K. F. Kuhfittig, “Thin-shell wormholes from regular charged black holes”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **49**:10 (2010), 2364–2378.
- [34] S. H. Mazharimousavi, M. Halilsoy, “Einstein–Maxwell gravity coupled to a scalar field in 2 + 1 dimensions”, *Eur. Phys. J. Plus*, **130** (2015), 158.
- [35] S. H. Mazharimousavi, M. Halilsoy, I. Sakalli, O. Gurtug, “Dilatonic interpolation between Reissner–Nordström and Bertotti–Robinson spacetimes with physical consequences”, *Class. Quantum Grav.*, **27**:10 (2010), 105005, 21 pp.
- [36] G. Clément, J. C. Fabris, G. T. Marques, “Hawking radiation of linear dilaton black holes”, *Phys. Lett. B*, **651**:1 (2007), 54–57.
- [37] H. Pasaoglu, I. Sakalli, “Hawking radiation of linear dilaton black holes in various theories”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **48**:12 (2009), 3517–3525.
- [38] I. Sakalli, M. Halilsoy, H. Pasaoglu, “Fading Hawking radiation”, *Astrophys. Space Sci.*, **340**:1 (2012), 155–160.
- [39] I. Sakalli, A. Ovgun, *Europhys. Lett.*, **110**:1 (2015), 10008, 4 pp.
- [40] I. Sakalli, A. Ovgun, “Gravitinos tunneling from traversable Lorentzian wormholes”, *Astrophys. Space Sci.*, **359**:1 (2015), 32.
- [41] I. Sakalli, M. Halilsoy, H. Pasaoglu, “Entropy conservation of linear dilaton black holes in quantum corrected Hawking radiation”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **50**:10 (2011), 3212–3224.

- [42] I. Sakalli, “Dilatonic entropic force”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **50**:8 (2011), 2426–2437.
- [43] K. Lanczos, “Flächenhafte verteilung der materie in der Einsteinschen gravitationstheorie”, *Ann. Phys. (Leipzig)*, **379**:14 (1924), 518–540.
- [44] G. Darmois, *Mémoires des Sciences Mathématiques Fascicule XXV*, Gauthier-Villars, Paris, 1927.
- [45] P. Musgrave, K. Lake, “Junctions and thin shells in general relativity using computer algebra. I. The Darmois–Israel formalism”, *Class. Quantum Gravity*, **13**:7 (1996), 1885–1899.
- [46] K. K. Nandi, Y.-Z. Zhang, K. B. V. Kumar, “Volume integral theorem for exotic matter”, *Phys. Rev. D*, **70**:12 (2004), 127503, 4 pp.
- [47] V. Varela, “Note on linearized stability of Schwarzschild thin-shell wormholes with variable equations of state”, *Phys. Rev. D*, **92**:4 (2015), 044002, 11 pp.
- [48] K. A. Bronnikov, L. N. Lipatova, I. D. Novikov, A. A. Shatskiy, “Example of a stable wormhole in general relativity”, *Gravit. Cosmol.*, **19**:4 (2013), 269–274.
- [49] И. Д. Новиков, А. А. Шацкий, “Исследование на устойчивость кротовой норы Мориса–Торна–Бронникова–Эллиса с давлением”, *ЖЭТФ*, **141**:5 (2012), 919–923.
- [50] P. K. F. Kuhfittig, “Wormholes with a barotropic equation of state admitting a one-parameter group of conformal motions”, *Ann. Phys.*, **355** (2015), 115–120.
- [51] E. F. Eiroa, C. Simeone, “Stability of Chaplygin gas thin-shell wormholes”, *Phys. Rev. D*, **76**:2 (2007), 024021, 8 pp.
- [52] F. S. N. Lobo, “Chaplygin traversable wormholes”, *Phys. Rev. D*, **73**:6 (2006), 064028, 9 pp.
- [53] V. Gorini, U. Moschella, A. Y. Kamenshchik, V. Pasquier, A. A. Starobinsky, “Tolman–Oppenheimer–Volkoff equations in the presence of the Chaplygin gas: stars and wormhole-like solutions”, *Phys. Rev. D*, **78**:6 (2008), 064064, 9 pp.
- [54] A. Einstein, N. Rosen, “The particle problem in the general theory of relativity”, *Phys. Rev.*, **48**:1 (1935), 73–77.
- [55] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.*, **47**:10 (1935), 777–780.
- [56] J. Maldacena, L. Susskind, “Cool horizons for entangled black holes”, *Fortschr. Phys.*, **61**:9 (2013), 781–811.
- [57] F. S. N. Lobo, G. J. Olmo, D. Rubiera-Garcia, “Microscopic wormholes and the geometry of entanglement”, *Eur. Phys. J. C*, **74**:7 (2014), 2924, 5 pp.

Поступила в редакцию 11.11.2015,
после доработки 25.02.2016