Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. Гош, А. Бхаттачариа, Б. Чакрабартти, Изучение дикварковой и мезонной конденсации в модели Намбу–Йона-Лазинио с импульсом Ферми, *ТМФ*, 2017, том 190, номер 1, 104–111

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9110>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 14:52:24

© 2017 г. Р. Гош*, А. Бхаттачария*, Б. Чакрабартти†

ИЗУЧЕНИЕ ДИКВАРКОВОЙ И МЕЗОННОЙ КОНДЕНСАЦИИ В МОДЕЛИ НАМБУ–ЙОНА-ЛАЗИНИО С ИМПУЛЬСОМ ФЕРМИ

В рамках модели Намбу–Йона-Лазинио исследуется кварк-антикварковая и дикварковая конденсация, для чего применяется трех- и четырехмерная регуляризация Паули–Вилларса. Вычисляется ширина энергетической щели и длина когерентности для мезонной конденсации $\langle q\bar{q} \rangle$ при использовании импульса Ферми частицы в качестве параметра обрезания, а также ширина энергетической щели и критическая длина когерентности (расстояние, вдоль которого не происходит конденсации дикварков) для дикварка $\langle qq \rangle$ в зависимости от импульса Ферми. Получены оценки величины импульса Ферми для мезонного и дикваркового конденсатов при ширине энергетической щели порядка 100 МэВ.

Ключевые слова: модель НИЛ, мезонная конденсация, дикварковая конденсация.

DOI: 10.4213/tmf9110

1. ВВЕДЕНИЕ

Модель Намбу–Йона-Лазинио (НИЛ) [1] основана на эффективном лагранжиане релятивистских фермионов (кварков), взаимодействующих посредством локального тока; при этом предполагается, что глюонные степени свободы могут быть заморожены в точечное эффективное взаимодействие кварков. Теория сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) дает свойства, аналогичные свойствам дираковских частиц, что позволяет описать элементарные частицы с помощью модели НИЛ. Основная идея заключается в том, что пара кварков на поверхности Ферми

Авторы благодарят за финансовую поддержку University Grants Comission Правительства Индии.

*Department of Physics, Jadavpur University, Calcutta, India.
E-mail: rismita.ghosh@gmail.com, pampa@phys.jdvu.ac.in

†Department of Physics, Jogamaya Devi College, Kolkata, India.
E-mail: ballari_chakrabarti@yahoo.co.in

в кварковой материи становится связанной и конденсируется в соответствии с релятивистским аналогом механизма БКШ для электронной сверхпроводимости. Модель НИЛ широко использовалась для изучения мезонного [2]–[4] и дикваркового конденсатов. Известно, что если взаимодействие между кварками в паре достаточно сильное, то может существовать двухкварковая куперовская пара и в результате возникает конденсация Бозе–Эйнштейна.

Превосходный обзор модели НИЛ и ее приложений в физике адронов и ядер был дан в работе [5]. Авторы работы [6] в контексте модели НИЛ исследовали $q\bar{q}$ -конденсат, рассматривая спонтанное нарушение киральной симметрии. В работе [7] изучалась дикварковая цветная сверхпроводимость и отмечалось, что в КХД вследствие большой силы притяжения в паре кварков оценка ширины энергетической щели, открывающейся на поверхности Ферми, может достигать 100 МэВ. В контексте модели НИЛ исследовались спектры π - и σ -мезона и дикварка [8], [9]; при изучении возбуждения мезона и дикварка в плотной кварковой материи было обнаружено, что переход первого рода происходит, когда химический потенциал превышает критическое значение $\mu_c = 350$ МэВ [8]. В последующей работе [10] с использованием двух моделей НИЛ с ароматом был проведен анализ спектров масс мезонов и дикварков с локальной электронейтральностью и β -равновесием. Обнаружилось, что в случае двухцветовой сверхпроводимости условия цветовой и электрической нейтральности, а также β -равновесия существенно изменяют спектры масс π - и σ -мезона и дикварка по сравнению с кварковой материей, не обладающей свойством нейтральности.

В работе [11] дикварковый конфайнмент изучался с помощью модели НИЛ, расширенной за пределы приближения rainbow-ladder. Было показано, что дикварки обладают многочисленными интересными феноменологическими свойствами и являются удобным инструментом для параметризации неизвестной и сложной структуры. Они представляют собой цветовой антитриплет, что позволяет при взаимодействии их с третьим кварком построить бесцветный барион. В работе [12] модель НИЛ применялась для исследования антидикварковых или дикварк-дикварковых взаимодействий с помощью уравнения Бете–Солпитера–Фаддеева. Дикварковый цветной конденсат изучался в работе [13] в рамках модели инстантонной жидкости. Было обнаружено, что такое взаимодействие увеличивает критическое значение химического потенциала; это вызывает увеличение плотности кварковой материи и, как результат, появление сверхпроводящего состояния. В работе [14] в рамках КХД исследовался аттрактивный дикварковый канал $\langle qq \rangle$ в инфракрасной зоне и было обнаружено, что его поведение не определяется динамикой разрушения связей, как это принято считать.

В настоящей работе в рамках модели НИЛ исследуется мезонная и дикварковая конденсация. Используя уравнение щели с импульсом Ферми в качестве параметра обрезания, мы оцениваем ширину энергетической щели. Для получения характеристик, интересных с точки зрения физики, таких как ширина энергетической щели или длина когерентности для мезонной и дикварковой корреляции, использована схема регуляризации Паули–Вилларса. Для легкого дикварка и мезона мы также изучаем возможные значения импульса Ферми и получаем их оценку.

2. МОДЕЛЬ НИЛ

Эффективный лагранжиан, описывающий локальное кварк-антикварковое взаимодействие в модели НИЛ с двумя ароматами, имеет вид [6]

$$L = L_0 + L_{\text{int}}, \quad L_0 = \bar{q}(i\gamma - m_0)q, \quad L_{\text{int}} = G[(q\bar{q})^2 + (\bar{q}i\gamma_5\bar{q}q)^2]. \quad (1)$$

Здесь G – размерная константа сильного взаимодействия с размерностью ГэВ^{-2} , а вектор $\bar{\tau}$ – вектор изоспина матриц Паули. Точечный характер данного взаимодействия можно объяснить предположением, что глюонные степени свободы поглощаются константой эффективного кварк-антикваркового взаимодействия, и такая редукция подтверждается в пределе низких энергий КХД [14]. В формулах (1) для лагранжиана m_0 – текущая масса кварка, q – дираковское поле кварка. Уравнение щели записывается как [15]

$$\frac{\sigma}{2G} = \frac{i}{\Omega} \text{Tr}(i\partial - M)^{-1} = 4iN_cN_fM \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M^2},$$

где $\sigma = M - m_0$ есть ширина энергетической щели, M – составная масса кварка, Ω – объем пространства-времени.

Регуляризация Паули–Вилларса определяется тем, что интегрирование проводится в бесконечных пределах, поэтому можно произвести сдвиг переменных интегрирования, при этом результат будет почти всегда ковариантным. Эффективное действие с учетом регуляризации Паули–Вилларса таково [15]:

$$\Gamma_{\text{eff}}^E[\sigma, \pi] = \frac{1}{4G} \int d\tau d^3x (\sigma^2 + \pi^2) - \frac{1}{2} \sum_j c_j \text{Tr} \ln(D^\dagger D + j\Lambda^2),$$

где D – оператор Дирака. Коэффициенты c_j выбраны для компенсации расходящихся частей в эффективном действии. Если Λ – параметр обрезания, то уравнение щели для регуляризации Паули–Вилларса в трех измерениях может быть представлено как [15]

$$\sigma = \frac{G}{2\pi^2} N_c N_f M \sum_j c_j M_j^2 \ln M_j^2. \quad (2)$$

Можно записать суммы в явном виде [15]:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^3 c_j \ln M_j^2 &= \ln \frac{M^2}{M^2 + 3\Lambda^2} + 3 \ln \left(1 + \frac{\Lambda^2}{M^2 + \Lambda^2} \right), \\ \sum_{j=0}^3 c_j M_j^2 \ln M_j^2 &= M^2 \left[\ln \frac{M^2}{M^2 + 3\Lambda^2} + 3 \ln \left(1 + \frac{\Lambda^2}{M^2 + \Lambda^2} \right) \right] - \\ &\quad - 3\Lambda^2 \ln \left(1 - \frac{\Lambda^4}{(M^2 + 2\Lambda^2)^4} \right), \end{aligned}$$

где $c_0 = 1$, $c_1 = -3$, $c_2 = 3$, $c_3 = -1$ и $M_j^2 = M^2 + j\Lambda^2$. Уравнение, связывающее длину когерентности ξ и ширину энергетической щели σ , имеет вид

$$\xi = \frac{1}{\sigma}. \quad (3)$$

Рис. 1. Длина когерентности ξ как функция импульса Ферми p_F в случае трех измерений для кваркового u -мезона.

Используя соотношения (2) и (3) с импульсом Ферми p_F , взятым в качестве параметра обрезания в уравнении щели, мы получили зависимость длины когерентности ξ от импульса Ферми p_F для легких мезонов $\langle u\bar{u} \rangle$. При расчетах мы взяли $m_u = 360$ МэВ, $N_c = 3$, $N_f = 2$ и значение параметра G из работ [5], [16]. Результаты представлены на рис. 1.

Лагранжиан скалярного дикварка может быть записан как [15]

$$L_0 = \bar{q}(i\gamma - m_0)q + G[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\bar{q}q)^2] + H[\bar{q}_{bi}^C \gamma_5 \epsilon_{abc} \epsilon_{ij} q_{cj}]^2,$$

где a, b, c – цветовые индексы и i, j – индексы аромата. Критическое взаимодействие для связывания дикварков, когда соответствующие полюсы входят в двухчастичный континуум (при $p^2 = 4M^2$), имеет вид [15]

$$H_c = \frac{1}{4[\sigma/2GN_cM + 8N_fM^2I(4M^2)]}.$$

Переписав это соотношение, мы можем представить уравнение щели как

$$\sigma = 2GN_cM \left[\frac{1}{4H_c} - 8N_fM^2I(4M^2) \right], \quad (4)$$

где

$$I(4M^2) = \int^{\Lambda/M} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\epsilon_k(4\epsilon_k^2 - 4M^2)}.$$

Для случая трех измерений этот интеграл равен

$$I_{3D}(4M^2) = \frac{\Lambda/M}{16\pi^3}, \quad (5)$$

Рис. 2. Ширина энергетической щели σ как функция импульса Ферми p_F в случае трех измерений для $[uu]$ -дикварка.

Рис. 3. Ширина энергетической щели σ как функция импульса Ферми p_F в случае четырех измерений для $[uu]$ -дикварка.

а для четырех измерений его можно найти, как в [15]:

$$I_{4D}(4M^2) = \frac{1}{16\pi^2} \left[\ln \left(1 + \frac{\Lambda^2}{M^2} \right) + \frac{\Lambda}{M} \arctg \frac{M}{\Lambda} \right]. \quad (6)$$

Используя уравнение (4) с импульсом Ферми p_F в качестве параметра обрезания в уравнении щели, мы получили зависимость ширины энергетической щели от импульса Ферми p_F для дикварковой конденсации. При расчетах мы взяли $I_{3D}(4M^2)$ и $I_{4D}(4M^2)$ из формул (5) и (6) и предположили, что значения критических полей равны $H_c = 7.1 \text{ GeV}^{-2}$ [17], $G = 2 \text{ GeV}^{-2}$ [18]. Результаты представлены на рис. 2 для трехмерной регуляризации и на рис. 3 для четырехмерной регуляризации.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

В представленной работе мы исследовали сверхпроводящий параметр порядка, или ширину щели возбуждения для дикваркового конденсата и конденсата легкого мезона в рамках модели НИЛ, применяя схему регуляризации Паули–Вилларса. В качестве параметра обрезания, который представляет собой максимальный импульс системы фермионов, был взят импульс Ферми. Его мы использовали в качестве свободного параметра, чтобы получить значение, соответствующее ширине энергетической щели 100 МэВ, которая была предложена в [7]. Мы оценили ширину энергетической щели. Хорошо известно, что при низкой энергии возникновение адронной фазы сопровождается динамическим нарушением киральной симметрии в результате конденсации пар кварк–антикварк и кварк–кварк.

Зависимость длины когерентности ξ для светового мезона при трехмерной регуляризации с параметром обрезания по импульсу, равным p_F , изображена на рис. 1. В работе [19] было проведено тщательное сравнение свойств вакуумной сверхпроводимости и обычной сверхпроводимости. В деталях изучалось образование швингеровской пары и было обнаружено, что вакуумные пары весьма экзотичны и имеют типичную длину когерентности $\xi \sim 1$ фм. В нашей работе мы заметили, что длина когерентности уменьшается с ростом импульса Ферми, и для длины когерентности порядка 1 фм соответствующий импульс Ферми должен быть примерно равен 0.95 ГэВ для $u\bar{u}$ -конденсата. Кварковая куперовская пара исследовалась несколькими авторами (см., например, работы [20], [21]). В работе [22] изучались дуальные уравнения Максвелла для цветового поля и распределения тока монополей вокруг статической кварк-антикварковой пары $q\bar{q}$ в вакууме; была дана оценка длины когерентности $\xi = 0.25(3)$ фм, при этом использовалась дуальная сверхпроводимость и анализ типа Гинзбурга–Ландау.

Ширина энергетической щели дикварковой конденсации как функция импульса Ферми показана на рис. 2 и 3. В работе [23] в рамках КХД была исследована цветная сверхпроводящая фаза и было обнаружено, что она имеет место в области кроссовера сверхпроводимости БКШ к конденсации Бозе–Эйнштейна. Ширина энергетической щели была оценена величиной 0.1 ГэВ при длине когерентности $\xi = 0.6$ фм. Было сделано предположение, что дикварковая пара в цветной сверхпроводящей фазе компактна. В состоянии цветного антитриплета $\bar{3}$ обмен глюоном приводит к значению кварк-кваркового потенциала в один или два раза меньше, чем значение кварк-антикваркового потенциала. Модель НИЛ также дает сильное кварк-кварковое притяжение. Было обнаружено, что кварк-кварковое взаимодействие сильнее, чем переносимое фононами электрон-электронное взаимодействие. Взяв критическое значение ширины энергетической щели 100 МэВ, как в [23], мы обнаружили, что для легкого кварка $p_F = 1.05$ ГэВ при трехмерной регуляризации и $p_F = 0.295$ ГэВ для четырехмерной регуляризации.

В работе [24] изучалась длина когерентности кварковой куперовской пары в рамках модифицированной КХД типа калибровочной теории с решеточным глюонным пропагатором, базирующимся на КХД. Было обнаружено, что $\xi/d < 1$ при $\mu < 0.65$ ГэВ, где μ – химический потенциал, а d – расстояние между частицами. В работе [25] была рассмотрена дикварковая конденсация в барионной материи высокой плотности и высказано утверждение, что холодная кварковая материя явля-

ется дикварковым бозе-конденсатом. При этом предполагалось, что влияние легких двухароматных инстантонов приводит к ширине щели порядка $\Delta = 50 \text{ МэВ}$.

Мы рассмотрели образование кварк-антикваркового и кварк-кваркового конденсата из вакуумной сверхпроводимости и получили значения импульса Ферми, изучая длины когерентности легкого мезона. Используя размерную регуляризацию, мы нашли критическую длину когерентности дикварковых конденсатов. Импульс Ферми частицы является крайне важной характеристикой, особенно при изучении элементов матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы. Импульс Ферми для мезона изучался несколькими авторами, и широкий диапазон его значений был предложен в работах [26], [27]. Был найден импульс Ферми гипотетических частиц, подобных дикваркам, которые рассматриваются как составные фермионы.

Список литературы

- [1] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, “Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. II”, *Phys. Rev.*, **124**:1 (1961), 246–254.
- [2] X.-Y. Guo, X.-L. Chen, W.-Z. Deng, “Heavy mesons in the Nambu–Jona–Lasinio model”, *Chin. Phys. C*, **37**:3 (2013), 033102.
- [3] Y. Jiang, K. Ren, T. Xia, P. Zhuang, “Meson screening mass in a strongly coupled pion superfluid”, *Eur. Phys. J. C*, **71** (2011), 1822.
- [4] T. Inagaki, D. Kimura, H. Kohyama, A. Kvinikhidze, “Nonet meson properties in the Nambu–Jona–Lasinio model with dimensional versus cutoff regularization”, *Phys. Rev. D*, **83**:3 (2011), 034005, 11 pp.; Erratum, **83**:3 (2011), 039905.
- [5] U. Vogl, W. Weise, “The Nambu and Jona-Lasinio model: its implications for hadrons and nuclei”, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **27** (1991), 195–272.
- [6] D. Ebert, A. N. Ivanov, M. K. Volkov, “Mesons in the quark model of superconductivity type”, *Fortsch. Phys.*, **37**:7 (1989), 487–540.
- [7] S. Hands, D. N. Walters, “Evidence for BCS diquark condensation in the 3 + 1d lattice NJL model”, *Phys. Lett. B*, **548**:3–4 (2002), 196–203.
- [8] D. Ebert, K. G. Klimenko, V. L. Yudichev, “Pion, σ meson, and diquarks in the two-flavor color-superconducting phase of dense cold quark matter”, *Phys. Rev. C*, **72**:1 (2005), 015201, 13 pp.
- [9] К. Г. Клименко, Д. Эберт, “Мезоны и дикварки в плотной кварковой среде с цветовой сверхпроводимостью”, *ТМФ*, **150**:1 (2007), 95–111.
- [10] D. Ebert, K. G. Klimenko, V. L. Yudichev, “Mesons and diquarks in neutral color superconducting quark matter with β equilibrium”, *Phys. Rev. D*, **75**:2 (2007), 025024, 17 pp.
- [11] G. Hellstern, R. Alkofer, H. Reinhardt, “Diquark confinement in an extended NJL model”, *Nucl. Phys. A*, **625**:4 (1997), 697–712.
- [12] H. Mineo, J. A. Tjon, K. Tsushima, S. N. Yang, “Faddeev calculation of the pentaquark θ^+ in the Nambu–Jona–Lasinio model-based diquark picture”, *Phys. Rev. D*, **77**:5 (2008), 055203, 12 pp.
- [13] Г. М. Зиновьев, С. В. Молодцов, “Дикварковый конденсат и взаимодействие кварков с инстантонной жидкостью”, *ЯФ*, **66**:7 (2001), 1389–1397, arXiv: hep-ph/0112075.
- [14] K. Kawashima, “Infrared behavior of the attractive di-quark channel in the QCD model”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **25**:10 (2010), 2023–2035.
- [15] T. Brauner, “Details on fitting parameters in the two-flavour NJL model in various regularization schemes”, <https://sites.google.com/site/braunercz/notes>.
- [16] D. Ebert, T. Feldmann, R. Friedrich, H. Reinhardt, “Effective meson lagrangian with chiral and heavy quark symmetries from quark flavor dynamics”, *Nucl. Phys. B*, **434**:3 (1995), 619–646.

- [17] L. Paulucci, E. J. Ferrer, J. E. Horvath, V. de la Incera, “Bag versus NJL models for colour-flavour-locked strange quark matter”, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **40**:12 (2013), 125202.
- [18] B. O. Kerbikov, *Color superconducting state of quarks*, arXiv: hep-ph/0110197.
- [19] M. N. Chernodub, “Vacuum superconductivity, conventional superconductivity and Schwinger pair production”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **27**:15 (2012), 1260003.
- [20] M. Matsuzaki, “Spatial structure of quark Cooper pairs in a color superconductor”, *Phys. Rev. D*, **62**:1 (2000), 017501, 4 pp.
- [21] H. Abuki, T. Hatsuda, K. Itakura, “Structural change of Cooper pairs and momentum-dependent gap in color superconductivity”, *Phys. Rev. D*, **65**:7 (2002), 074014, 14 pp.
- [22] G. S. Bali, Ch. Schlichter, K. Schilling, “A Ginzburg–Landau analysis of the colour electric flux tube”, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, **73**:1–3 (1998), 638–640.
- [23] B. O. Kerbikov, “BCS–bose crossover in color superconductivity”, *ЯФ*, **65**:10 (2002), 1972–1974.
- [24] H. Kiuchi, “The effect of lattice-QCD-based gluon propagator on coherence length of quark cooper pairs in two-flavor color superconductor”, *J. Phys. Stud.*, **11**:4 (2007), 390–395.
- [25] T. Schäfer, “Diquark condensation in high density baryon matter”, *Nucl. Phys. A*, **642**:1–2 (1998), c45–c50.
- [26] D. S. Hwang, “Decay constants and semileptonic decays of heavy mesons in the relativistic quark model”, *Phys. Rev. D*, **53**:9 (1996), 4951–4956.
- [27] S. Pepin, M. C. Birse, J. A. McGovern, N. R. Walet, “Nucleons or diquarks: competition between clustering and color superconductivity in quark matter”, *Phys. Rev. C*, **61**:5 (2000), 055209, 8 pp.

Поступила в редакцию 16.12.2015,
после доработки 21.03.2016