Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Дубс, В. В. Прудников, П. В. Прудников, Ренорм-групповое описание влияния дефектов структуры на фазовый переход в сложных спиновых системах с эффектами случайной анизотропии и дефектами структуры, *ТМФ*, 2017, том 190, номер 3, 419–425

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9113>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.95.254.165

26 апреля 2023 г., 08:22:42

© 2017 г. В. В. Дубс*, В. В. Прудников*, П. В. Прудников*

РЕНОРМГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ НА ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В СЛОЖНЫХ СПИНОВЫХ СИСТЕМАХ С ЭФФЕКТАМИ СЛУЧАЙНОЙ АНИЗОТРОПИИ И ДЕФЕКТАМИ СТРУКТУРЫ

Впервые осуществлено теоретико-полевое описание фазового перехода в аморфном магнетике с эффектами случайной анизотропии и влиянием дефектов структуры в рамках двухпетлевого приближения при фиксированной размерности $d = 3$. Для данной многовершинной модели определена система неподвижных точек ренормгрупповых уравнений и проведен расчет показателей их устойчивости с применением метода суммирования Паде–Бореля. Показана роль дефектов структуры как стабилизирующих факторов при реализации фазовых переходов второго рода.

Ключевые слова: фазовый переход, аморфные магнетики, анизотропия, дефекты структуры, метод ренормгруппы, методы суммирования.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9113>

Известно, что критерии теории Ландау реализации фазового перехода второго рода являются необходимыми условиями их осуществления, однако вблизи критической температуры аномально большие флуктуации могут как сохранить фазовый переход второго рода, так и привести к флуктуационному срыву к фазовому переходу первого рода. Определить тип фазового перехода в таком случае помогает исследование устойчивости набора неподвижных точек ренормгрупповых уравнений системы [1]–[4]. В ренормгрупповой теории выявлен ряд систем с многокомпонентным параметром порядка, в которых осуществляется флуктуационный срыв к фазовым переходам первого рода [5]–[7].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-12-00562).

*Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия.
E-mail: prudnikov@mail.ru, soranoo@mail.ru

Исследования методом Монте-Карло систем, описываемых моделью Поттса и содержащих дефекты структуры в виде немагнитных примесей, указывают на существование возможности стабилизации фазового перехода второго рода посредством внедрения в систему дефектов [8]. Кроме того, в работе [9] было показано, что эффекты случайной анизотропии могут привести к усилению стабильности фазового перехода второго рода из-за усложнения симметрии системы.

Таким образом, с точки зрения исследования влияния флуктуаций на устойчивость фазовых переходов второго рода большой интерес представляет изучение анизотропных магнитных систем, содержащих немагнитные примеси. Ренормгрупповое описание такой системы в рамках применения однопетлевого приближения и метода ε -разложения осуществлено в работе [10]. Авторы высказали предположение о существовании двух областей в фазовом пространстве параметров гамильтониана системы, соответствующих двум различным сценариям осуществления фазового перехода. Для параметров, принадлежащих первой области, гамильтониан задачи под действием ренормгрупповых потоков переходит в неустойчивое состояние, соответствующее фазовому переходу первого рода, а в случае принадлежности ко второй области ренормгрупповые потоки переводят гамильтониан в устойчивую неподвижную точку, соответствующую фазовому переходу второго рода. Для построения более точного описания необходимо провести анализ ренормгрупповых уравнений системы в рамках двухпетлевого приближения при фиксированной размерности $d = 3$, применяя к рядам теории методы суммирования асимптотических рядов.

Рассмотрим фазовый переход в аморфных магнетиках с эффектами случайной анизотропии. Случай равномерного распределения эффектов анизотропии характеризуется гамильтонианом H_e [9]:

$$H_e = \int d^d R \left(\frac{1}{2} [\mu_0^2 |\vec{\varphi}|^2 + |\vec{\nabla} \vec{\varphi}|^2] + u_0 |\vec{\varphi}|^4 + v_0 \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\varphi}_{\alpha}|^4 + w_0 \sum_{i,j}^m \sum_{\alpha,\beta=1}^n \varphi_i^{\alpha} \varphi_j^{\alpha} \varphi_i^{\beta} \varphi_j^{\beta} \right). \quad (1)$$

Случаю кубического распределения эффектов анизотропии соответствует гамильтониан H_c [9]:

$$H_c = \int d^d R \left(\frac{1}{2} [\mu_0^2 |\vec{\varphi}|^2 + |\vec{\nabla} \vec{\varphi}|^2] + u_0 |\vec{\varphi}|^4 + v_0 \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\varphi}_{\alpha}|^4 + w_0 \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha,\beta=1}^n (\varphi_i^{\alpha})^2 (\varphi_i^{\beta})^2 + y_0 \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha=1}^n (\varphi_i^{\alpha})^4 \right). \quad (2)$$

В рассматриваемом нами случае фазового перехода в аморфных магнетиках с эффектами случайной анизотропии, содержащих дефекты структуры, система характеризуется четырехкомпонентным параметром порядка. Соответствующий гамильтониан состоит из членов H_e и H_c и имеет следующий вид [10]:

$$H = \int d^d R \left(\frac{1}{2} [\mu_0^2 |\vec{\varphi}|^2 + |\vec{\nabla} \vec{\varphi}|^2] + u_0 |\vec{\varphi}|^4 + v_0 \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\varphi}_{\alpha}|^4 + w_0 \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha,\beta=1}^n (\varphi_i^{\alpha})^2 (\varphi_i^{\beta})^2 + y_0 \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha=1}^n (\varphi_i^{\alpha})^4 + z_0 \sum_{i,j}^m \sum_{\alpha,\beta=1}^n \varphi_i^{\alpha} \varphi_j^{\alpha} \varphi_i^{\beta} \varphi_j^{\beta} \right), \quad (3)$$

где затравочные значения вершин характеризуются условиями $u_0 > 0$, $v_0 > 0$, $w_0 < 0$. Здесь вершина u является полимерной, v – изотропной, y – кубической, а вершины w , z отвечают за эффекты случайной анизотропии и влияние дефектов структуры.

Система ренормгрупповых уравнений, полученная в репличном пределе $n \rightarrow 0$ в рамках двухпетлевого приближения непосредственно при $d = 3$, характеризуется приведенным ниже набором β -функций для перенормированных вершин, а также γ_φ -, γ_{φ^2} -функциями, позволяющими определять критические индексы [3], [4]:

$$\begin{aligned} \beta_u = & - \left\{ u - \frac{1}{6} [8u^2 + 2(m+2)uv + 2vw + 4uw + 6uy + 2(m+1)uz + 2vz + \right. \\ & + 2wz + 3z^2] + \frac{1}{9} [44u^3 + 48u^2w + 12w^2u + 24(m+2)vu^2 + 6(m+2)uv^2 + \\ & + 4v^2w + 4w^2v + 72u^2y + 18y^2u + 60uvw + 36uvy + 36uwy + 28z^3 + 26uz^2 + \\ & + 56u^2z + 12(m+2)vz^2 + 3(m+2)v^2z + 20yz^2 + 28wz^2 + 4w^2z + 28uwz + \\ & + 20uyz + 20v wz + 6vyz + 20wyz + 6(m+2)uvz] i_1 + \\ & + \frac{2}{9} [2u^3 + 2(m+2)vu^2 + (m+2)uv^2 + 2w^2u + 6u wv + 4u^2w + 6u^2y + 6uvy + \\ & + 6uwy + 3y^2u + 6zuy + 6uzw + 2(m+2)zu^2(m+2)uzv + 8(m+2)uz^2] i_2 \left. \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \beta_v = & - \left\{ v - \frac{1}{6} [(m+8)v^2 + 12vu + 4vw + 6vy + 6yz + 2(m+5)vz] + \right. \\ & + \frac{1}{9} [2(5m+22)v^3 + 24(m+5)v^2u + 84vu^2 + 12vw^2 + 68v^2w + 72v^2y + \\ & + 18y^2v + 72uvw + 108uvy + 36vvy + (5m+22)vz^2 + (5m+22)v^2z + 36vwy + \\ & + 48yz^2 + 36y^2z + 4(m+26)vuz + 48vwz + 72vyz + 48yzu + 24yzw] i_1 + \\ & + \frac{2}{9} [(m+2)v^3 + 2(m+2)uv^2 + 2vu^2 + 2vw^2 + 6v^2w + 4vu w + 6vu y + 6v^2y + \\ & + 6vwy + 3vy^2 + 6vzy + 5vzw + 2(m+2)vzu + (m+2)zv^2 + 8(m+2) vz^2] i_2 \left. \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \beta_w = & - \left\{ w - \frac{1}{6} [8w^2 + 122uw + 42vw + 62yw + 10zw + 6yz] + \right. \\ & + \frac{1}{9} [44w^3 + 84u^2w + 120w^2u + 2(m+6)wv^2 + 68vw^2 + 72w^2y + 18wy^2 + \\ & + 12(m+6)wuv + 108wuy + 36wvy + (m+6)wz^2 + 44w^2z + 18zy^2 + 20z^2y + \\ & + 28wuz + (m+6)wvz + 20wyz + 32yzu + 6yzv] i_1 + \\ & + \frac{2}{9} [(m+2)wv^2 + 2(m+2)wuv + 2wu^2 + 2w^3 + 6vw^2 + 4uw^2 + 6uyw + 6vyw + \\ & + 6w^2y + 3wy^2 + wzy + 6zw^2 + 2(m+2)wzu + (m+2)wzv + 8(m+2)wz^2] i_2 \left. \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
\beta_y = & - \left\{ y - \frac{1}{6} [9y^2 + 8vw + 12uy + 12vy + 12wy + 6yz] + \right. \\
& + \frac{1}{9} [4(m+18)v^2w + 72w^2v + 54y^3 + 84u^2y + 6(m+14)v^2y + 84w^2y + \\
& + 144y^2u + 144y^2v + 144y^2w + 96uvw + 12(m+14)v^2y + 252vwy + 168uwy + \\
& + 24yz^2 + 72y^2z + 24yuz + 36yvw + 48y wz + 24vwz] i_1 + \\
& + \frac{2}{9} [2u^2y + 2(m+2)uvy + (m+2)v^2y + 6vwy + 2w^2y + 4uwy + 6y^2u + 6y^2v + \\
& + 6y^2w + 3y^3 + 6zy^2 + 6zwy + 2(m+2)zuy + (m+2)zvy + 8(m+2)z^2y] i_2 \left. \right\}, \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_z = & - \left\{ z - \frac{1}{6} [(m+4)z^2 + 12zu + 4zw + 4zv] + \right. \\
& + \frac{1}{9} [(5m+22)z^3 + 28zu^2 + 6(m+5)z^2u + 6(m+5)zv^2 + 40z^2v + 12zw^2 + \\
& + 68z^2w + 36z^2y + 36zuw + 36zvw + 108zuy + 12(m+5)zuv + 36zwy + \\
& + 6zyv] i_1 + \frac{2}{9} [2u^2z + 2(m+2)uvz + (m+2)v^2z + 6vwz + 2w^2z + 4uwz + \\
& + 6uyz + 6vyz + 6wyz + 3y^2z + 6z^2y + 6z^2w + (m+2)z^2v + 8(m+2)z^3] i_2 \left. \right\}, \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_\varphi = & - \frac{1}{9} (2u^2 + 2(m+2)uv + (m+2)v^3 + 6vw + 2w^2 + 4vw + 6uy + 6vy + \\
& + 6wy + 3y^2 + 6zy + 6zw + 2(m+2)zu + (m+2)zv + 8(m+2)z^2) i_2, \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{\varphi^2} = & \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} [2u + (m+2)v + 2w + y + (m+2)z] - [wu^2 + 2(m+2)uv + (m+2)v^2 + \right. \\
& + 6vw + 2w^2 + 4uw + 6uy + 6vy + 6wy + 3y^2 + 2(m+2)zu + (m+2)zv + \\
& + 6zw + 6zy + 2(m+2)z^2] i_1 \left. \right), \quad (10)
\end{aligned}$$

где факторы i_1 и i_2 , учитывающие вклады от двухпетлевых диаграмм, характеризуются следующими выражениями [11]:

$$\begin{aligned}
i_1 = \frac{D_2}{J_1^2} - \frac{1}{2}, \quad i_2 = -\frac{D'_1}{J_1^2}, \quad J_1 = \int \frac{dq}{(q^2+1)^2} = (4\pi)^{-d/2} \Gamma\left(2 - \frac{1}{2}d\right), \\
D'_1 = \frac{\delta}{\delta k^2} \int \frac{dq_1 dq_2}{(q_1^2+1)^2 (q_2^2+1)^2} \frac{1}{(q_1+q_2+k)^2+1} \Big|_{k=0}, \\
D_2 = \int \frac{dq_1 dq_2}{(q_1^2+1)^2 (q_2^2+1)^2} \frac{1}{(q_1+q_2)^2+1}. \quad (11)
\end{aligned}$$

При $d = 3$ верны равенства $i_1 = 1/6$, $i_2 = -2/27$.

Неподвижные точки ренормгрупповых уравнений определяются нулями β -функций. Мы провели их поиск с помощью метода суммирования Паде–Бореля, адаптированного на случай многопараметрических рядов посредством применения λ -метода [3], [4]. Проведенная процедура позволила выявить неподвижные точки для соответствующих значений компонент m параметра порядка. Значения вершин в неподвижных точках приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения вершин в неподвижных точках, полученные после процедуры суммирования.

Ф. Т.	m	u^*	v^*	w^*	y^*	z^*
I	$\forall$	0	0	0	0	0
II	2	0	0.9107	0	0	0
	3	0	0.8102	0	0	0
	4	0	0.7275	0	0	0
III	$\forall$	1.1857	0	0	0	0
IV	$\forall$	0	0	0	1.0339	0
V	3	0.1733	0.6460	0	0	0
	4	0.2867	0.4851	0	0	0
VI	$\forall$	2.1112	0	−2.1112	0	0
VII	2	0	1.5507	0	−1.0340	0
	3	0	0.8293	0	−0.0585	0
	4	0	0.5259	0	0.3624	0
VIII	3	0.1695	0.7096	0	−0.1022	0
	4	0.2751	0.4196	0	0.1432	0
IX	$\forall$	0.6677	0	−0.6677	1.0339	0
X	$\forall$	0	0	−0.4401	1.5932	0
XI	2	0	1.7132	0	−0.5446	−0.5911
	3	0	0.4171	0	−0.1338	−0.3379
	4	0	0.3971	0	0.2542	−0.5473
XII	3	0.6288	0	0	1.1021	−0.4073
	4	0.1306	0	0	1.5761	−0.2181
XIII	2	0.6564	0.8135	0	0	−0.3313
	3	0.7031	0.6073	0	0	−0.4233
	4	0.7462	0.4391	0	0	−0.2237
XIV	3	1.5179	0	0	0	−1.3014
	4	1.3995	0	0	0	−0.9482

Первые десять неподвижных точек в этой таблице соответствуют системе без дефектов структуры, так как они характеризуются равенством $z^* = 0$. Эта система исследовалась в работе [9], в которой было показано, что неподвижная точка X является устойчивой и физически достижимой, т. е. ей соответствует фазовый переход второго рода. Неподвижные точки XI–XIV описывают влияние дефектов структуры.

Для исследования устойчивости неподвижных точек необходимо линеаризовать систему уравнений ренормгруппы (4)–(8). Результат линеаризации в матричной

форме имеет вид

$$\begin{bmatrix} \Delta u' \\ \Delta v' \\ \Delta w' \\ \Delta y' \\ \Delta z' \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix},$$

где $\Delta u = u - u^*$, $\Delta v = v - v^*$, $\Delta w = w - w^*$, $\Delta y = y - y^*$, $\Delta z = z - z^*$. Величины с символом $*$ характеризуют значения вершин в неподвижных точках. Для того чтобы сделать вывод о характере устойчивости неподвижной точки [3], [4], мы ввели матрицу M , выражающуюся через производные от β -функций:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\delta\beta_u}{\delta u} & \frac{\delta\beta_u}{\delta v} & \frac{\delta\beta_u}{\delta w} & \frac{\delta\beta_u}{\delta y} & \frac{\delta\beta_u}{\delta z} \\ \frac{\delta\beta_v}{\delta u} & \frac{\delta\beta_v}{\delta v} & \frac{\delta\beta_v}{\delta w} & \frac{\delta\beta_v}{\delta y} & \frac{\delta\beta_v}{\delta z} \\ \frac{\delta\beta_w}{\delta u} & \frac{\delta\beta_w}{\delta v} & \frac{\delta\beta_w}{\delta w} & \frac{\delta\beta_w}{\delta y} & \frac{\delta\beta_w}{\delta z} \\ \frac{\delta\beta_y}{\delta u} & \frac{\delta\beta_y}{\delta v} & \frac{\delta\beta_y}{\delta w} & \frac{\delta\beta_y}{\delta y} & \frac{\delta\beta_y}{\delta z} \\ \frac{\delta\beta_z}{\delta u} & \frac{\delta\beta_z}{\delta v} & \frac{\delta\beta_z}{\delta w} & \frac{\delta\beta_z}{\delta y} & \frac{\delta\beta_z}{\delta z} \end{bmatrix},$$

которую нужно привести к диагональному виду

$$M = \begin{bmatrix} e^{-\lambda_u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\lambda_v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda_w} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\lambda_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-\lambda_z} \end{bmatrix},$$

где $\lambda_u, \lambda_v, \lambda_w, \lambda_y, \lambda_z$ – показатели матрицы устойчивости.

Если все показатели λ_i матрицы устойчивости, вычисленные в соответствующей неподвижной точке, принимают отрицательные значения, то неподвижная точка является устойчивой. Если хотя бы один из показателей λ_i положителен, то неподвижная точка является неустойчивой.

Проведенное нами исследование устойчивости полученных неподвижных точек показало, что за счет влияния дефектов структуры, характеризующегося вершиной z , неподвижная точка X теряет устойчивость, а приобретает устойчивость неподвижная примесная точка XI для $m = 3$ (случай кубической анизотропии). Следовательно, для данного случая присутствие дефектов структуры становится стабилизирующим фактором для реализации фазового перехода второго рода в системе. Однако дефекты структуры одновременно оказывают дестабилизирующее воздействие на неподвижные точки, характеризующие эффекты случайной анизотропии.

В устойчивой неподвижной точке XI для $m = 3$ можно вычислить критические индексы η и ν , определяемые следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \eta &= \gamma_\varphi(u^*, v^*, w^*, y^*, z^*), \\ \nu &= [2 + \gamma_\varphi(u^*, v^*, w^*, y^*, z^*) - \gamma_\varphi(u^*, v^*, w^*, y^*, z^*)]^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку правые части этих выражений определены в виде асимптотических рядов, для их вычисления также был применен обобщенный на многопараметрический случай метод суммирования Паде–Бореля. В результате были получены следующие значения критических индексов:

$$\eta = 0.026(3), \quad \nu = 0.678(4).$$

Значения остальных статических критических индексов для аморфных магнетиков с эффектами случайной кубической анизотропии и влиянием дефектов структуры можно получить на основе значений критических индексов η и ν при использовании скейлинговых соотношений [1], [2], связывающих критические индексы между собой.

В результате проведенных исследований на примере многовершинной модели аморфного магнетика мы показали стабилизирующую роль дефектов структуры при реализации фазового перехода второго рода в системе с многокомпонентным параметром порядка.

Благодарности. Авторы благодарят организаторов V международной конференции “Модели квантовой теории поля”, посвященной памяти А. Н. Васильева, за гостеприимство и высокий уровень организации.

Список литературы

- [1] К. Вильсон, Дж. Когут, *Ренормализационная группа и ε -разложение*, Мир, М., 1975.
- [2] D. J. Amit, *Field Theory the Renormalization Group and Critical Phenomena*, McGraw-Hill, New York, 1978.
- [3] В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. Н. Вакилов, *Теоретико-полевые и численные методы описания критических явлений в структурно неупорядоченных системах*, Изд-во Омск. гос. ун-та, Омск, 2012.
- [4] В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. Н. Вакилов, *Теоретические методы описания неравновесного критического поведения структурно неупорядоченных систем*, Физматлит, М., 2013.
- [5] И. Ф. Люксютов, В. Л. Покровский, “Фазовые переходы второго рода в системах с кубической анизотропией”, *Письма в ЖЭТФ*, **21**:1 (1975), 22–25.
- [6] D. Mukamel, S. Krinsky, “Physical realizations of $n \geq 4$ -component vector models. I. Derivation of the Landau–Ginzburg–Wilson Hamiltonians”, *Phys. Rev. B.*, **13**:11 (1976), 5065–5077.
- [7] D. Mukamel, S. Krinsky, “Physical realizations of $n \geq 4$ -component vector models. II. ε -expansion analysis of the critical behavior”, *Phys. Rev. B.*, **13**:11 (1976), 5078–5085.
- [8] А. К. Муртазаев, Ф. Б. Бабаев, Г. Я. Азнаурова, “Особенности фазовых переходов в трехмерных разбавленных структурах, описываемых моделью Поттса”, *ЖЭТФ*, **136**:3 (2009), 516–520.
- [9] M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, “On the critical behaviour of random anisotropy magnets: cubic anisotropy”, *Condens. Matter Phys.*, **4**:3(27) (2001), 459–472.
- [10] D. Mukamel, G. Grinstein, “Critical behavior of random systems”, *Phys. Rev. B.*, **25**:1 (1982), 381–388.
- [11] G. Jug, “Critical behavior of disordered spin systems in two and three dimensions”, *Phys. Rev. B.*, **27**:1 (1983), 609–612.