Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. С. Афонин, И. В. Пусенков, Феноменологическая голографическая модель сверхпроводимости, *ТМФ*, 2017, том 190, номер 2, 254–266

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9122>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 14:35:42

© 2017 г.

С. С. Афонин, И. В. Пусенков*

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Для описания высокотемпературной сверхпроводимости предложена голографическая модель с мягкой стенкой. По сравнению с уже существующими голографическими “боттом-ап” моделями сверхпроводников рассмотренный подход носит более феноменологический характер. С другой стороны, предложенная модель является математически более простой и имеет больше степеней свободы для описания проводимости реальных высокотемпературных сверхпроводников. Построены несколько примеров подобных моделей.

Ключевые слова: соответствие АдС/КТП, голография, сверхпроводимость, мягкая стенка.

DOI: 10.4213/tmf9122

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время голографические сверхпроводники стали объектом изучения многих авторов (см., например, обзоры [1], [2]). В их работах рассматриваются модели АдС/КТП, содержащие черные дыры и описывающие некоторые важные свойства сверхпроводимости. Особенно активные исследования в этом направлении начались после замечания, сделанного в работе [3], что такие модели могут описывать высокотемпературную сверхпроводимость, наблюдаемую в купратах и некоторых других материалах. Явление высокотемпературной сверхпроводимости до сих пор не объяснено теоретически [4]. Не подходит для описания этого феномена и теория БКШ (теория слабого взаимодействия между фермионами за счет обмена фононами) из-за сильной связи между фермионами [5]. Сильная связь делает поиск основного состояния сложной задачей. Это состояние не является жидкостью Ферми, как в теории БКШ. Один из способов моделирования основного состояния

Работа поддержана Санкт-Петербургским государственным университетом (грант № 11.38.189.2014) и РФФИ (грант № 16-02-00348_a).

* Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: s.afonin@spbu.ru, i.pusenkov@spbu.ru

в купратных высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) состоит в использовании двумерной модели томографической жидкости Латтинжера [6]. Интересно, что ожидаемое основное состояние в КХД при конечной плотности (характеризующееся цветной сверхпроводимостью) может иметь схожую природу [7].

Применения дуальности калибровка/гравитация не ограничиваются исключительно сильносвязанными калибровочными теориями. Конформное поведение в окрестности критических точек фазовых переходов наводит на мысль о том, что в данных задачах оправданно применение методов соответствия АдС/КТП для сильносвязанных систем в физике конденсированного состояния [8]. В связи с этим появляется надежда на возможность описания ВТСП в терминах дуальной теории гравитации.

Простейшая качественная теория голографического сверхпроводника была предложена в работе [3]. Это голографическая “боттом-ап” модель абелева калибровочного поля со скалярным полем Хиггса и черной дырой. Она похожа на теорию Ландау–Гинзбурга для сверхпроводимости. Другие голографические “боттом-ап” сверхпроводники, описанные в литературе, могут рассматриваться как обобщения модели из работы [3]. К сожалению, существующие голографические модели, полученные как из “боттом-ап” подходов, так и из “ап-боттом” подходов, дают только полуквантовое описание реальных материалов ВТСП. С точки зрения феноменологии конденсированного состояния было бы интересно иметь простую голографическую модель сверхпроводника с несколькими регулируемыми параметрами, позволяющими описать физические характеристики конкретного сверхпроводящего материала. В настоящей работе мы предлагаем общий вид такой модели.

Идея нашего подхода взята из модели мягкой стенки (МС) в адронной физике [9]. Цель построения модели МС была такой же – улучшение количественного голографического описания экспериментальных данных. Параметры модели хорошо настраиваются для описания адронного спектра и связанной с ним феноменологией, но модель не способна (по крайней мере в своем простейшем варианте) описать спонтанное нарушение киральной симметрии в КХД. Построенная нами модель МС для сверхпроводников также является достаточно гибкой для описания наблюдаемых свойств ВТСП и, в первую очередь, поведения оптической проводимости. Однако нам приходится платить за это похожую цену – простейшая модель сверхпроводника с МС не описывает фазового перехода в сверхпроводящее состояние. Для его описания, видимо, требуется определенным образом усложнить модель. Однако если мы интересуемся описанием экспериментально измеримых характеристик проводника, то подход, который мы предлагаем, следует рассматривать как шаг в сторону построения феноменологического описания ВТСП. Приятной особенностью нашего подхода является простота моделей по сравнению с оригинальной [3], которая считалась (в пробном пределе) простейшей голографической моделью для сверхпроводника.

Работа организована следующим образом: в разделе 2 мы напоминаем читателю идею первой “боттом-ап” модели голографического сверхпроводника [3]. Это требуется для самосогласованности текста и помогает сравнить наш подход со стандартным. Наша модель МС приведена в разделе 3. Обсуждение представлено в разделе 4, а раздел 5 посвящен выводам.

2. ПРОСТЕЙШАЯ СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО СВЕРХПРОВОДНИКА

Вкратце напомним основные элементы первой голографической модели высоко-температурной сверхпроводимости, которые мы используем в наших построениях.

Оригинальная модель была построена как теория гравитации Эйнштейна в $3 + 1$ измерениях с отрицательной космологической постоянной. По предположению она дуальна теории сверхпроводимости в $2 + 1$ измерениях. Такая размерность для теории сверхпроводимости выбрана исходя из экспериментального факта о слоистой структуре купратов и других ВТСП. Поэтому физику процессов, происходящих в этих материалах, можно описывать эффективной теорией с размерностью $2 + 1$. Также модель содержит $U(1)$ -калибровочное поле, взаимодействующее (по аналогии с теорией сверхпроводимости Ландау–Гинзбурга) с комплексным скалярным полем ψ . Действие этой модели имеет вид [3]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(R + \frac{6}{L^2} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - |\nabla\psi - iqA\psi|^2 - m^2\psi^2 \right), \quad (1)$$

где R – скалярная кривизна, $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$, L – радиус пространства АдС. Большую часть интересной физики можно получить из пробного предела $q \rightarrow \infty$ при фиксированных qA_μ и $q\psi$. Этот предел упрощает рассмотрение модели, поскольку позволяет не учитывать влияние полей на метрику. В качестве метрики выбирается метрика плоской черной дыры Шварцшильда в пространстве АдС:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(dx^2 + dy^2), \quad f(r) = \frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right). \quad (2)$$

С использованием радиуса Шварцшильда r_0 можно получить температуру Хокинга:

$$T = \frac{3r_0}{4\pi L^2}. \quad (3)$$

Черная дыра в этой модели нестабильна и может образовать “скалярные волосы”. Чтобы получить такое решение, рассмотрим статичное трансляционно-инвариантное решение $A_r = A_x = A_y = 0$, $A_t = \phi(r)$, $\psi = \psi(r)$. Из уравнений движения для ϕ и ψ с соответствующими граничными условиями получаются характерные решения. В работе [3] был рассмотрен случай $m^2 = -2/L^2$ (здесь и далее мы фиксируем $L = 1$). В этом случае решения, регулярные на горизонте, имеют следующие асимптотики на бесконечности:

$$\psi = \frac{\psi^{(1)}}{r} + \frac{\psi^{(2)}}{r^2} + \dots, \quad \phi = \mu - \frac{\rho}{r} + \dots, \quad (4)$$

где μ и ρ интерпретируются как химический потенциал и зарядовая плотность дуальной полевой теории. Если мы выберем $\psi^{(1)} = 0$, поведение конденсата $\langle O_2 \rangle = \psi^{(2)}$ как функции температуры будет иметь вид $\langle O_2 \rangle \sim (1 - T/T_c)^{1/2}$ подобно теории Ландау–Гинзбурга [3].

Важнейшей измеримой характеристикой сверхпроводников является оптическая проводимость (проводимость как функция частоты). Благодаря симметрии достаточно изучить проводимость только в одном направлении x . Рассмотрим следующие

возмущения векторного поля:

$$A_\mu = A_x(r)e^{i\omega t}. \quad (5)$$

Линеаризованные уравнения движения выглядят так:

$$A_x'' + \frac{f'}{f} A_x' + \left(\frac{\omega^2}{f^2} - \frac{2\psi^2}{f} \right) A_x = 0. \quad (6)$$

Асимптотическое поведение на бесконечности для решения, удовлетворяющего условию причинности, следующее:

$$A_x = A_x^{(0)} + \frac{A_x^{(1)}}{r} + \dots. \quad (7)$$

Так как это решение имеет место вблизи границы пространства АдС, согласно соответствию калибровка/гравитация [10] следует интерпретировать $A_x^{(0)}$ как источник, а $A_x^{(1)}$ – как величину, дуальную индуцированному току J_x . Далее, определение проводимости и анзац (5) дают

$$\sigma(\omega) = \frac{J_x}{E_x} = \frac{J_x}{-\dot{A}_x^{(0)}} = \frac{-iA_x^{(1)}}{\omega A_x^{(0)}}. \quad (8)$$

Типичное поведение реальной и мнимой частей $\sigma(\omega)$ при $m^2 = -2$ выглядят похожим на экспериментальные данные по проводимости переменного тока в ВТСП [3]. Оптическая проводимость постоянна при температуре выше критической T_c , а при температурах ниже критической имеет щель на определенной частоте ω_g , которую можно определить из условия минимума $\text{Im } \sigma(\omega)$ [11]:

$$\frac{\omega_g}{T_c} \simeq 8.4. \quad (9)$$

Полученное соотношение достаточно примечательно. Во-первых, оно дает значение, близкое к значению для купратных ВТСП [12]. Во-вторых, сравнение с величиной щели $\omega_g \simeq 3.5T_c$, предсказанной теорией БКШ, показывает, что рассмотренная голографическая модель описывает систему с сильной связью.

3. ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ СВЕРХПРОВОДНИК С МС

Существуют общие особенности построения голографических “боттом-ап” моделей как для сверхпроводимости, так и для адронной физики. В обоих случаях необходимые физические величины извлекаются из корреляционных функций, полученных из правил соответствия АдС/КТП. Первая голографическая “боттом-ап” модель адронов была предложена в работе [13], где было сделано инфракрасное обрезание, чтобы зафиксировать масштаб масс. По этой причине модель из работы [13] обычно относят к моделям с жесткой стенкой. Такая модель хорошо описывает киральную динамику, но дает очень грубые предсказания для адронного спектра. Для преодоления этой проблемы была предложена так называемая голографическая модель МС [9]. Действие простейшей модели МС, описывающей векторный спектр, имеет вид

$$S_{\text{SW}} = \int d^5x \sqrt{|g|} e^{-2\varphi(ar)} \left(-\frac{1}{4} F_{MN} F^{MN} \right). \quad (10)$$

Здесь нет инфракрасного обрезания, поэтому масштаб масс задается параметром a . Экспериментальный (или теоретически ожидаемый) спектр можно хорошо описать, выбрав соответствующим образом дилатонное поле φ . Также можно более детально восстановить структуру операторного разложения корреляционных функций в КХД. В принципе само дилатонное поле можно формально (если пренебречь поверхностными членами) исключить из действия следующей заменой полей: $A_M \rightarrow e^\varphi A_M$. Цена, которую придется заплатить за это упрощение, – появление зависящего от r массового члена в $\hat{A}_M$. Однако модель можно переформулировать в калибровочно-инвариантном виде, если предположить, что этот член получается из конденсации некоторого скалярного поля ψ [14]. В частности, стандартный выбор поля $\varphi \sim r^{-2}$ [9] приводит к (пятому) расширению полевой части действия (1) с $m^2 = -4$ [14]. В такой модели “без стенки” предполагается, что сначала конденсируется поле ψ и только после этого извлекают феноменологию.

Мы используем данную аналогию с адронной физикой для построения модели голографического сверхпроводника. Несмотря на то что модель жесткой стенки имеет интересные приложения для описания жидкостей Ферми [15], [16], мы будем использовать подход МС, так как он более пригоден для описания феноменологии. Рассмотрим действие

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} e^{-2hr/r_0} \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right). \quad (11)$$

Здесь выбрана метрика (2) черной дыры. Предполагаем, что вид дилатона $-2h(r/r_0)$ определяется в результате конденсации некоторого скалярного поля и удовлетворяет масштабной инвариантности

$$r \rightarrow \lambda r, \quad (t, x, y) \rightarrow \frac{1}{\lambda} (t, x, y), \quad r_0 \rightarrow \lambda r_0. \quad (12)$$

Используя анзац (5) в уравнении движения, мы получаем уравнение

$$A''_x + \left(\frac{f'}{f} - 2h' \right) A'_x + \frac{\omega^2}{f^2} A_x = 0. \quad (13)$$

Как и в модели “без стенки” для адронов, дилатонное поле можно убрать из этого уравнения путем замены $A_x \rightarrow e^h A_x$, которая дает действие

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{f}{2} \left[h'' - (h')^2 + h' \frac{f'}{f} \delta_{ki} + \frac{2h'}{r} \delta_{0i} \right] A_i A^i \right\}. \quad (14)$$

Здесь $i = 0, 1, 2$ и $k = 1, 2$. Мы выбираем калибровку $A_r = 0$, при этом второе слагаемое пропорционально $A_\mu A^\mu$, таким образом, оно становится массовым членом. Теории (11) и (14) эквивалентны, если отсутствуют следующие поверхностные члены:

$$\int d^3x \sqrt{-g} h' A_0^2 \Big|_{r=r_0}^{r=\infty} = 0, \quad \int d^3x h' f A_k^2 \Big|_{r=r_0}^{r=\infty} = 0. \quad (15)$$

Теперь мы можем переписать уравнение (14) в форме (1) с некоторым потенциалом $V(\psi)$ вместо массового члена $m^2 \psi^2$. Решение уравнения движения для поля ψ в отсутствие A_μ должно давать массовый член в (14). Это условие задает форму потенциала $V(\psi)$.

Действие (14) порождает следующее уравнение движения:

$$A_x'' + \frac{f'}{f} A_x' + \left[\frac{\omega^2}{f^2} + h'' - (h')^2 + h' \frac{f'}{f} \right] A_x = 0. \quad (16)$$

Легко проверить, что подстановка $A_x \rightarrow e^h A_x$ переводит уравнение (13) в уравнение (16). Последнее имеет схожую форму с (6). Член в уравнении (6), содержащий поле ψ , которое было получено в результате численного решения связанной системы дифференциальных уравнений в работе [3], заменяется в уравнении (16) членом, полностью определяющимся через функцию h .

В пробном пределе можно рассматривать дилатонное поле $-2h(r/r_0)$ как результат решения уравнений движения для некоторого действия

$$S_\varphi = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \right) \quad (17)$$

с метрикой (2) черной дыры. Решение уравнения движения дает $\langle \varphi \rangle \equiv h$, а форму потенциала $V(\varphi)$ можно получить, зная поле $h(r/r_0)$. Например, если мы положим $2h = (r/r_0)^\beta$, то потенциал примет вид

$$V = \beta \left[\frac{1}{2} (\beta + 3) \varphi^2 - \frac{\beta^2 r_0^3}{2 - 3/\beta} \varphi^{2-3/\beta} \right]. \quad (18)$$

Налагая условия Брайтенлонера–Фридмана для массы скалярного поля в пространстве AdS_{d+1} [17], где $m^2 \geq -d^2/4L^2$, мы получаем условие $\beta(\beta + 3) \geq -9/4$, которое влечет $(\beta - 3/2)^2 \geq 0$, т.е. любая величина β удовлетворяет этим условиям, а значение $\beta = -3/2$ дает минимально возможную скалярную массу. Второй член в (18) выглядит неестественно, так как расходится на горизонте и содержит нецелые степени взаимодействия за исключением особых случаев. Это общая проблема. Если взглянуть на нее с точки зрения голографического подхода, который по своей сути применим лишь при больших N , то мы должны учесть только квадратичные члены, а затем следует положить в (18) $r_0 = 0$, т.е. каким-то образом оправдать чистую метрику пространства АдС в (17), либо исключить член взаимодействия. В последнем случае уравнение движения для поля $\varphi = \varphi(r)$ записывается как

$$- (r(r^3 - r_0^3) \varphi')' + r^2 \beta(\beta + 3) \varphi = 0 \quad (19)$$

и имеет решения в виде функций Лежандра первого (Q) и второго (P) рода:

$$\varphi^{(1)} = P_{\beta/3} \left(1 - \frac{2r^3}{r_0^3} \right), \quad \varphi^{(2)} = Q_{\beta/3} \left(1 - \frac{2r^3}{r_0^3} \right). \quad (20)$$

Функционал энергии для действия (17) минимален при $\beta = -3/2$. Фиксируя это значение и выбирая в (11) $h = Q_{-1/2}(1 - 2(r/r_0)^3)$ (выбор $h = P_{-1/2}(1 - 2(r/r_0)^3)$ не дает причинного поведения), мы получаем реалистичные предсказания для оптической проводимости, которые в виде графиков изображены на рис. 1.

Для сравнения на рис. 2 приведены экспериментальные графики [18] для $\text{Re } \sigma(\omega)$, показывающие различие форм проводимости ниже и выше критической температуры T_c . Видно, что параметр β в (18) должен зависеть от T , принимая критическое

Рис. 1. Графики $\text{Re } \sigma(\omega/T)$ (а) и $\text{Im } \sigma(\omega/T)$ (б) для $h = Q_\nu(1 - 2(r/r_0)^3)$ при $\nu = -0.5$ (пунктирная кривая с ожидаемой δ -функцией в точке $\omega/T = 0$), при $\nu = -0.6$ (штрихпунктирная кривая), при $\nu = -0.7$ (штриховая кривая) и при $\nu = -0.75$ (сплошная кривая).

Рис. 2. Реальная часть оптической проводимости $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{0.92}\text{Y}_{0.08}\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$ вдоль кристаллических плоскостей, содержащих медь и кислород. Температуры слева направо $T = 7, 50, 95, 130, 160, 200, 260$ К. Критическая температура $T_c = 96$ К. Экспериментальные графики взяты из работы [18].

значение между $\beta/3 = -0.7$ и $\beta/3 = -0.75$; при этом значении локальный минимум функции $\text{Re } \sigma$ исчезает. В отличие от теории Ландау–Гинзбурга, квадратичная часть потенциала (18) не исчезает в критической точке. Это свойство может иметь естественное объяснение: высокотемпературные сверхпроводники являются допированными материалами, и T_c для них сильно зависит от плотности x допированных дырок, которая лежит в конечном интервале $a < x < b$ [4]. Максимальная критическая температура приблизительно соответствует $x = (a + b)/2$ (оптимальное допирование). Таким образом, параметр β в (18) может отвечать за допинг x .

Рис. 3. Оптическая проводимость для $h = r_0/r$ (а) и для $h = (r_0/r)^2$ (б). Сплошная кривая соответствует $\text{Re } \sigma$, а штриховая отвечает $\text{Im } \sigma$.

С другой стороны, мы можем выбрать функцию h феноменологически. Рассмотрим следующие варианты, в которых учтена симметрия (12): $h = r_0/r$ и $h = (r_0/r)^2$. Они соответствуют решениям с конденсатами $\langle O_1 \rangle$ и $\langle O_2 \rangle$ в (4). Получающееся поведение оптических проводимостей $\sigma(\omega)$ приведено на рис. 3.

Полученные графики соответствуют (по крайней мере качественно) результатам работы [3]. Эти две различные формы проводимости отвечают сверхпроводникам с факторами когерентности первого и второго типа.

Рассмотренные случаи могут быть обобщены на анзац

$$h = \alpha \left(\frac{r_0}{r} \right)^\beta. \quad (21)$$

Мы можем варьировать параметр α при фиксированных β и наоборот, отслеживая поведение оптической проводимости. Несколько графиков оптической проводимости при различных α и β представлены на рис. 4 и 5. Также можно выбрать анзац для h , не имеющий полиномиальный вид. Мы можем рассмотреть связь между моделью из работы [3] и моделью “без стенки”. Из сравнения действий (1) и (14) в случае $i = 2$ можно заключить, что

$$(h')^2 - h'' - h' \frac{f'}{f} = \frac{2\psi^2}{f}. \quad (22)$$

При нулевой температуре $r_0 \rightarrow 0$, и при замене конденсата его значением на границе $\psi \rightarrow O_1/r$ можно найти аналитическое решение

$$h = c_2 - \ln \left[\text{ch} \left(c_1 + \alpha \frac{r_0}{r} \right) \right], \quad \alpha = \frac{\sqrt{2} O_1}{r_0}. \quad (23)$$

Пример проводимости, рассчитанной для этого дилатонного фона, представлен на рис. 6.

Из графиков $\text{Re } \sigma(\omega)$, изображенных на рис. 4а и рис. 5а, видно, как с изменением параметра α формируется щель. Это говорит о том, что параметр α должен убывать с ростом температуры T , например, как положительная степень величины

Рис. 4. Графики $\text{Re } \sigma(\omega/T)$ (а) и $\text{Im } \sigma(\omega/T)$ (б) для $h = \alpha(r_0/r)^{1.4}$ при значениях $\alpha = 0.4$ (пунктирная кривая), $\alpha = 0.8$ (штриховая кривая) и $\alpha = 1.2$ (сплошная кривая).

Рис. 5. Графики $\text{Re } \sigma(\omega/T)$ (а) и $\text{Im } \sigma(\omega/T)$ (б) для $h = 0.8(r_0/r)^\beta$ при значениях $\beta = 1.2$ (пунктирная кривая), $\beta = 1.4$ (штриховая кривая) и $\beta = 1.6$ (сплошная кривая).

$(1 - T/T_c)$. Параметр β тоже может зависеть от температуры и иметь при этом некоторое критическое значение. Более того, он также может отвечать за тип фактора когерентности (см. рис. 5б) или за наличие примесей (см. рис. 7б).

Основная идея, к которой нас приводят разобранные выше примеры, заключается в том, что, имея конкретный сверхпроводящий материал, можно найти феноменологически форму дилатонного фона h , который позволит описать характеристики сверхпроводящего состояния этого материала. Затем можно будет использовать полученный дилатонный фон h для описания другого ВТСП, меняя входные параметры. Данная процедура поможет установить физический смысл модельных параметров. Следующим шагом будет последовательное получение феноменологически оправданных форм для h из теории калибровка/гравитация. Этот шаг, как обычно, является наиболее сложным.

Рис. 6. Графики $\text{Re } \sigma(\omega/T)$ (а) и $\text{Im } \sigma(\omega/T)$ (б) для $h = -\ln(\text{ch}(1 + \alpha r_0/r))$ при значениях $\alpha = 0.8$ (пунктирная кривая), $\alpha = 1.2$ (штриховая кривая) и $\alpha = 2.0$ (сплошная кривая).

Рис. 7. Графики $\text{Re } \sigma(\omega/T)$ (а) и $\text{Im } \sigma(\omega/T)$ (б) для $h = -\ln(\text{ch}(\beta + 2r_0/r))$ при значениях $\beta = 0$ (пунктирная кривая), $\beta = 1$ (штриховая кривая) и $\beta = 2$ (сплошная кривая).

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Представленный выше подход к построению “боттом-ап” модели голографического сверхпроводника носит более феноменологический характер, нежели оригинальный из работы [3]. Интересно попытаться объяснить возникновение нашего подхода. Модель МС в адронной физике не может помочь, потому что ее связь с какой-либо фундаментальной теорией струн неизвестна. Полное действие для рассмотренного голографического сверхпроводника выглядит следующим образом:

$$S = \kappa_1 S_{\text{grav}} + \kappa_2 S_\varphi + \kappa_3 S_{\varphi, A}. \quad (24)$$

Наш подход является справедливым в случае

$$\kappa_1 \gg \kappa_2 \gg \kappa_3. \quad (25)$$

Слагаемое $\kappa_1 S_{\text{grav}}$ дает нам метрику (2) черной дыры; согласно (25) влиянием материи на геометрию, которое описывается слагаемыми $\kappa_2 S_\varphi$ и $\kappa_3 S_{\varphi,A}$, можно пренебречь. Затем мы находим $\langle \varphi \rangle$ из условия минимума S_φ и после этого получаем феноменологические параметры из $S_{\varphi,A}$. По аналогии с моделью МС в адронной физике [9] мы задаем взаимодействие скалярного поля φ с калибровочным полем A в виде $e^\varphi F_{\mu\nu}^2$. В принципе такое взаимодействие обеспечивается некоторыми дилатонными черными дырами, нестабильными по отношению к формированию “скалярных волос” [1]. Но эта возможность не используется в голографических сверхпроводниках, потому что $F_{\mu\nu}^2$ является источником для φ , следовательно, $\langle \varphi \rangle \neq 0$ для любой заряженной черной дыры [1]. В нашем случае данный аргумент неприменим, во-первых, из-за того, что поле φ в показателе экспоненты представляет собой фиксированный фон. Во-вторых, мы вольны выбирать различные виды взаимодействия, например $e^{\varphi^2} F_{\mu\nu}^2$.

Каким образом действие (24) с набором масштабов (25) может получаться из теории струн, остается открытой проблемой. В случае голографической дуальности для конформной $SU(N)$ -калибровочной теории имеем $\kappa_1 = \mathcal{O}(N^2)$. Можно добиться выполнения соотношения (25), учитывая существование различных масштабов:

$$\kappa_1 = \mathcal{O}(N^2), \quad \kappa_2 = \mathcal{O}(N), \quad \kappa_3 = \mathcal{O}(1) \quad (26)$$

при больших N . Существование такой масштабной иерархии влечет за собой вопрос о физическом смысле N для голографических сверхпроводников. Этот вопрос напрямую связан со старой проблемой смысла предела больших N в физике конденсированного состояния [1].

В нашем подходе вид дилатонного фона получается из конденсации скалярного поля. Эта описание должно быть дуально теории S -волнового сверхпроводника. Для многих реальных ВТСП экспериментально установлено, что они обладают D -волновой (купраты) или иногда P -волновой сверхпроводимостью [12]. Рецепт построения соответствующих расширений модели таков: следует заменить вклад S_φ в (24) действием для векторного или тензорного поля, которое конденсируется и образует дилатонный фон в $S_{\varphi,A}$. В принципе векторный или тензорный конденсат можно сделать анизотропным, что позволит описать анизотропную сверхпроводимость.

5. ВЫВОДЫ

Плодотворная взаимосвязь между физикой частиц и сверхпроводимостью в физике конденсированного состояния началась в начале 60-х годов, когда Намбу и Йона-Лазинио предложили свою знаменитую модель нуклонов по аналогии с теорией сверхпроводимости [19]. Совсем недавно в истории произошел интересный поворот, связанный с появлением голографического подхода, чему поспособствовала дуальность калибровка/гравитация в теории струн. Оказалось, что основные идеи голографических “боттом-ап” моделей, изначально разработанных для адронной физики, можно применить к ВТСП [3], истинная природа которых до сих пор остается неясной. К сожалению, существующие на сегодняшний день модели голографических сверхпроводников все еще очень далеки от количественного описания реальных ВТСП. В этом отношении прогресс в голографии адронной физики более значительный.

В представленной работе мы предприняли попытку улучшить количественное голографическое описание ВТСП. С этой целью мы обратились к модели МС, взятой из адронной физики [9]. Феноменологическое описание формы оптической проводимости в нашем подходе точь в точь соответствует феноменологическому описанию формы адронного спектра в стандартной модели МС [9]. Простейшей моделью голографического сверхпроводника считается модель, предложенная в оригинальной работе [3]. Мы показали, что можно строить и гораздо более простые модели. Простота является одним из главных преимуществ предложенной модели МС для голографического сверхпроводника. В адронной физике модель МС не описывает (без значительных усложнений) динамику нарушения киральной симметрии, но при описании наблюдаемого спектра она является наиболее успешной голографической “боттом-ап” моделью. В голографической сверхпроводимости у нас складывается похожая ситуация: рассмотренная модель МС (в своем нынешнем состоянии) не описывает фазовый переход в сверхпроводящее состояние, но если нас интересуют экспериментально измеримые величины такие, как оптическая проводимость, то сверхпроводник с МС способен описать полученную феноменологию более реалистично, чем многие другие голографические модели сверхпроводников.

Для предложенного подхода есть множество направлений обобщения и расширения областей применения. Упомянем несколько из них. Во-первых, было бы интересно найти формы дилатонного фона, наиболее подходящие для описания экспериментальных данных по оптической проводимости. Во-вторых, можно рассчитать другие характеристики, связанные с переносом, изучить, как влияют ненулевые химический потенциал и магнитное поле. В-третьих, при некотором выборе дилатона модель МС начинает описывать суперизолятор, что само по себе очень интересно. В четвертых, возможно, фазовый переход в сверхпроводящее состояние можно моделировать как фазовый переход Хокинга–Пэйджа в гравитационной части (24) от термального пространства АдС к пространству АдС с черной дырой [20]. Точка перехода может связывать критическую температуру с каким-либо безразмерным модельным параметром (как в работе [21], посвященной температуре деконфайнмента). Необходимость описывать свойства переноса ВТСП при температуре выше T_c может наложить значительные ограничения на возможные формы дилатона. Наконец, среди теоретических задач для голографических сверхпроводников стоит упомянуть проблему дуальной гравитационной интерпретации эмпирического закона Хоумса для ВТСП [22]–[24]. Наш предварительный анализ показал, что данный закон налагает сильные ограничения на параметры модели и требует от них определенной температурной зависимости. Мы надеемся рассмотреть некоторые из этих проблем в будущем.

Список литературы

- [1] G. T. Horowitz, “Introduction to holographic superconductors”, *From Gravity to Thermal Gauge Theories: The AdS/CFT Correspondence*, Lecture Notes in Physics, **828**, ed. E. Papanopoulos, Springer, Berlin, 2011, 313–347.
- [2] R. G. Cai, L. Li, L. F. Li, R. Q. Yang, “Introduction to holographic superconductor models”, *Sci. China Phys. Mech. Astron.*, **58**:6 (2015), 060401, 46 pp.
- [3] S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, G. T. Horowitz, “Building a holographic superconductor”, *Phys. Rev. Lett.*, **101**:3 (2008), 031601, 4 pp.
- [4] E. W. Carlson, V. J. Emery, S. A. Kivelson, D. Orgad, *Concepts in high temperature superconductivity*, arXiv: cond-mat/0206217.

- [5] A. J. Leggett, “What DO we know about high T_c ?”, *Nature Phys.*, **2**:3 (2006), 134–136.
- [6] P. W. Anderson, *The Theory of Superconductivity in the High- T_c Cuprates*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1997.
- [7] E. Shuster, D. T. Son, “On finite density QCD at large $N(c)$ ”, *Nucl. Phys. B*, **573**:1–2 (2000), 434–446.
- [8] S. A. Hartnoll, “Lectures on holographic methods for condensed matter physics”, *Class. Quantum Grav.*, **26**:22 (2009), 224002, 61 pp.
- [9] A. Karch, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, “Linear confinement and AdS/QCD”, *Phys. Rev. D*, **74**:1 (2006), 015005, 7 pp.
- [10] E. Witten, “Anti de Sitter space and holography”, *Adv. Theor. Math. Phys.*, **2**:2 (1998), 253–291, arXiv: hep-th/9802150; S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, “Gauge theory correlators from non-critical string theory”, *Phys. Lett. B*, **428**:1–2 (1998), 105–114, arXiv: hep-th/9802109.
- [11] G. T. Horowitz, M. M. Roberts, “Holographic superconductors with various condensates”, *Phys. Rev. D*, **78**:12 (2008), 126008, 8 pp.
- [12] K. K. Gomes, A. N. Pasupathy, A. Pushp, S. Ono, Y. Ando, A. Yazdani, “Visualizing pair formation on the atomic scale in the high- T_c superconductor $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{0.92}\text{Y}_{0.08}\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$ ”, *Nature*, **447**:7144 (2007), 569–572.
- [13] J. Erlich, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, “QCD and a holographic model of hadrons”, *Phys. Rev. Lett.*, **95**:26 (2005), 261602, 4 pp.; L. Da Rold, A. Pomarol, “Chiral symmetry breaking from five-dimensional spaces”, *Nucl. Phys. B*, **721**:1–3 (2005), 79–97.
- [14] S. S. Afonin, “No-wall holographic model for QCD”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **26**:21 (2011), 3615–3621.
- [15] S. Sachdev, “Model of a Fermi liquid using gauge-gravity duality”, *Phys. Rev. D*, **84**:6 (2011), 066009, 6 pp.
- [16] A. Bagrov, B. Meszena, K. Schalm, “Pairing induced superconductivity in holography”, *JHEP*, **09** (2014), 106, 32 pp., arXiv: 1403.3699.
- [17] P. Breitenlohner, D. Z. Freedman, “Stability in gauged extended supergravity”, *Ann. Phys.*, **144**:2 (1982), 249–281.
- [18] D. van der Marel, H. J. A. Molegraaf, J. Zaanen, Z. Nussinov, F. Carbone, A. Damascelli, H. Eisaki, M. Greven, P. H. Kes, M. Li, “Quantum critical behaviour in a high- T_c superconductor”, *Nature*, **425**:6955 (2003), 271–273.
- [19] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, “Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. I”, *Phys. Rev.*, **122**:1 (1961), 345–358.
- [20] S. W. Hawking, D. N. Page, “Thermodynamics of black holes in anti-de Sitter space”, *Comm. Math. Phys.*, **87**:4 (1983), 577–588.
- [21] C. P. Herzog, “Holographic prediction of the deconfinement temperature”, *Phys. Rev. Lett.*, **98**:9 (2007), 091601, 4 pp.
- [22] J. Erdmenger, P. Kerner, S. Müller, “Towards a holographic realization of Homes’ law”, *JHEP*, **10** (2012), 21, arXiv: 1206.5305.
- [23] J. Erdmenger, B. Herwerth, S. Klug, R. Meyer, K. Schalm, “S-wave superconductivity in anisotropic holographic insulators”, *JHEP*, **05** (2015), 094, 59 pp.
- [24] C. C. Homes, S. V. Dordevic, M. Strongin, D. A. Bonn, R. Liang, W. N. Hardy, S. Komiya, Y. Ando, G. Yu, N. Kaneko, X. Zhao, M. Greven, D. N. Basov, T. Timusk, “A universal scaling relation in high-temperature superconductors”, *Nature*, **430**:6999 (2004), 539–540.