Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Б. Сайханов, Топологическая природа инерционности неравновесной системы вдали от равновесия, *ТМФ*, 2017, том 191, номер 1, 116–125

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9155>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.185.249

26 апреля 2023 г., 10:11:11

© 2017 г.

М. Б. Сайханов*

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ИНЕРЦИОННОСТИ НЕРАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМЫ ВДАЛИ ОТ РАВНОВЕСИЯ

Рассматриваются инерционные и топологические свойства неравновесной системы вдали от равновесия. Показано, что с топологической точки зрения слоистая структура энергетических уровней неравновесной системы приводит к концепции связности. Высказано предположение о ключевой роли размерности гиперповерхности полного производства энтропии в исследовании инерционности необратимого процесса в неравновесной системе, в том числе в области неустойчивых состояний.

Ключевые слова: неравновесная система, квантование, инерционность, принцип Ле Шателье–Брауна, структурная перестройка, связность.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9155>

1. ВВЕДЕНИЕ

Понятие инерционности (инерции) необратимого процесса было введено в рамках термодинамического описания неравновесной системы Пригожиным [1]. Затем на основе макроскопического квантования энергетического спектра это понятие было распространено на случай кинетического моделирования сильно неравновесной нестационарной системы. Теоретическое описание неравновесной системы в этом случае осуществляется не в координатном пространстве, как это принято в неравновесной термодинамике, а в пространстве энергетических уровней ее элементов. Энергетический спектр в этом случае является дискретно-непрерывным (слоистым), что обуславливает кинетический характер процессов внутри самой неравновесной системы [2], [3]. Конкретно речь идет о процессах переноса энергии и частиц системы между ее квазиравновесными подсистемами. На термодинамическом уровне описания идентификация локальных параметров последних проводится исходя из локально-равновесной термодинамики Онзагера–Пригожина, а теоретическое описание на глобальном уровне – на основе обобщения принципа минимального производства энтропии на нестационарный случай. Модифицированный функционал

*Комплексный научно-исследовательский институт им. Х.И. Ибрагимова РАН, Грозный, Россия. E-mail: saikhanov_musa@mail.ru

полного производства энтропии в этом случае имеет вид

$$P = P(X_1^1, \dots, X_i^j, \dots, X_n^m, \dot{X}_1^1, \dots, \dot{X}_i^j, \dots, \dot{X}_n^m), \quad (1)$$

где $X_i^j, \dot{X}_i^j$ – локальные параметры обобщенных сил (отклонений интенсивных параметров обратной температуры, давления, химического потенциала и т. д. от их равновесных значений) и скоростей их изменения, i, j – номера обобщенных сил и квазистационарных подсистем. При этом вблизи границы устойчивости сильно неравновесной системы в качестве локальных обобщенных сил целесообразно использовать градиенты интенсивных параметров [4].

В работе [3] было показано, что возможность обобщения принципа минимального производства энтропии на нестационарный случай с физической точки зрения связана с инерционностью необратимого процесса в неравновесной системе. Поэтому вначале рассмотрены основные результаты, полученные в рамках кинетического моделирования сильно неравновесной нестационарной системы. Затем обсуждаются результаты исследования некоторых ее топологических свойств, в том числе свойств, обуславливающих инерционные свойства сильно неравновесной системы вблизи границы устойчивости при ее структурной перестройке.

2. ИНЕРЦИОННОСТЬ НЕОБРАТИМОГО ПРОЦЕССА

Как известно, количественной мерой процесса рассеяния в неравновесной системе вблизи равновесия является второй дифференциал энтропии, представляющий собой функцию Ляпунова ($\Lambda_S = \delta^2 S$) [1]. Поэтому справедливы соотношения

$$\delta^2 S < 0, \quad (2)$$

$$\partial_t \delta^2 S > 0, \quad (3)$$

$$\sigma = \dot{S} = \frac{1}{2} \partial_t \delta^2 S \quad (4)$$

(первый дифференциал энтропии вблизи равновесия равен нулю, $\delta S = 0$).

Функция Ляпунова Λ_S объединяет первую ($\delta S = 0, \delta^2 S < 0$) и вторую ($\sigma = \partial_t \delta^2 S / 2 > 0$) части второго начала термодинамики и, следовательно, дает критерий устойчивости неравновесной системы. Кроме того, в рамках линейной теории взаимодействия необратимых процессов соотношение (3) устанавливает связь между вторым началом термодинамики и инерционностью неравновесной системы на локальном уровне рассмотрения [5]. Этот результат следует из принципа Ле Шателье–Брауна и разложения энтропии неравновесной системы $S(\xi_1, \dots, \xi_n)$ по малым величинам отклонений ξ_i термодинамических параметров от их равновесных значений. Неравенства, выражающие через принцип Ле Шателье–Брауна инерционность необратимого процесса вблизи равновесия, имеют вид [5]

$$\eta_k \dot{\eta}_k < 0,$$

где $\eta_k = \eta_k(\xi_1, \dots, \xi_n)$ – линейные функции исходных параметров отклонений ξ_i , позволяющие осуществить диагонализацию квадратичной формы

$$\delta^2 S = \sum_{i,l} \lambda_{i,l} \xi_i \xi_l, \quad i, l, k = 1, \dots, n.$$

В представлении кинетического моделирования на основе макроскопического квантования глобальной характеристикой (функцией Ляпунова) сильно неравновесной нестационарной системы является избыточное производство энтропии [3]

$$\Lambda_P = \delta_{\dot{X}} P = P - P^{\text{st}}, \quad (5)$$

где $P^{\text{st}} = P(X_1^{1\text{st}}, \dots, X_i^{j\text{st}}, \dots, X_n^{m\text{st}})$ – значение функционала полного производства энтропии в стационарном состоянии.

Согласно Пригожину [1] инерционность необратимого процесса в неравновесной системе обусловлена ее стремлением к состоянию с минимальным производством энтропии, т. е. с минимальной диссипацией энергии и частиц. Как известно, вдали от равновесия мерой такой диссипации является второй дифференциал избыточного производства энтропии (5) [1], [3]. В частности, вблизи стационарного состояния этот функционал является квадратичной формой, соответствующей нестационарному процессу [6]:

$$\delta^2 \delta_{\dot{X}} P = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^n \sum_{\lambda, \mu=1}^m p'_{\lambda\mu}{}^{\alpha\beta} \dot{X}_\alpha^\lambda \dot{X}_\beta^\mu. \quad (6)$$

Здесь m , n – число квазистационарных подсистем и число необратимых процессов в неравновесной системе, $p'_{\lambda\mu}{}^{\alpha\beta} = (\partial^2 P / \partial X_\alpha^\lambda \partial X_\beta^\mu)_{\text{st}}$ – постоянные коэффициенты разложения функционала P вблизи стационарного состояния по малым локальным параметрам скоростей изменения интенсивных параметров $\dot{X}_i^j$. Поскольку квадратичная форма (6) является функцией Ляпунова, то в стационарном состоянии она имеет минимум и справедливы неравенства

$$\delta^2 \delta_{\dot{X}} P > 0, \quad (7)$$

$$\partial_t \delta^2 \delta_{\dot{X}} P < 0. \quad (8)$$

При кинетическом моделировании соотношения (7) и (8), как и соотношения (2) и (4), приводят к инерционности локальных нестационарных параметров $\dot{X}$ по отношению к внешним возмущениям системы. Действительно, осуществляя с помощью линейного преобразования $\dot{Y}_k^l = \dot{Y}_k^l(\dot{X}_1^1, \dots, \dot{X}_n^m)$ диагонализацию квадратичной формы (6), неравенства (7) и (8) можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m \tilde{p}_k^{ll} \dot{Y}_k^{l^2} > 0, \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m \tilde{p}_k^{ll} \dot{Y}_k^l \ddot{Y}_k^l < 0. \quad (10)$$

Из критерия Сильвестра следует, что коэффициенты $\tilde{p}_\gamma^{l\rho}$ квадратичной формы в левой части неравенства (9) являются положительными величинами. Далее из неравенства (10) имеем частное неравенство, соответствующее избирательному возмущению одного параметра X_1^1 при фиксированных остальных параметрах ($X_i^j = \text{const}$, $i \neq 1$, $j \neq 1$) [5]:

$$\tilde{p}_1^{l1} \dot{Y}_1^l \ddot{Y}_1^l = \tilde{p}_1^{l1} L_1^{l^2} \dot{X}_1^1 \ddot{X}_1^1 < 0$$

и, следовательно,

$$\dot{X}_1^1 \ddot{X}_1^1 < 0, \quad (11)$$

где L_1^1 – постоянный коэффициент линейного преобразования, соответствующий обобщенной силе X_1^1 . Соотношение (11) выражает собой принцип Ле Шателье–Брауна для вызванного возмущением отдельного локального параметра (обобщенной силы) неравновесной системы в стационарном состоянии.

В общем случае, когда ни один из исходных локальных параметров X_i^j не является фиксированным, получить частные неравенства, соответствующие локальному уровню рассмотрения, удастся через производные $\dot{Y}_k^l, \ddot{Y}_k^l$ линейно преобразованных параметров Y_k^l , входящих в левую часть неравенства (10). При этом неравенство (10) должно выполняться для произвольных значений независимых параметров $\dot{Y}_k^l, \ddot{Y}_k^l$, что и приводит к справедливости частных неравенств

$$\dot{Y}_k^l \ddot{Y}_k^l < 0. \quad (12)$$

В самом деле, если для некоторого параметра Y_k^l левая часть неравенства (12) была бы положительной, то при достаточно большом (положительном) значении слагаемого $\hat{p}_k^l \dot{Y}_k^l \ddot{Y}_k^l$ изменился бы знак неравенства в (10), что не должно быть для кинетически устойчивой системы [6]. Поэтому неравенства (12) справедливы и являются математическим выражением принципа Ле Шателье–Брауна и, следовательно, инерционности неравновесной нестационарной системы в локальном масштабе ее подсистем.

При рассмотрении неравновесной нестационарной системы вдали от стандартных точек (равновесного и стационарного состояний) второй дифференциал $\delta^2 \delta_{X\dot{X}} P$ нельзя разложить по параметрам $X_i^j, \dot{X}_i^j$, так как они не являются малыми величинами. Поэтому для этого случая вопрос об инерционном характере эволюции неравновесной нестационарной системы может быть решен только на глобальном уровне всей системы. При этом кинетическая устойчивость такой системы в наиболее общем виде выражается в том, что ее избыточное производство энтропии является функцией Ляпунова [6]. В частности, это означает, что избыточное производство энтропии имеет минимум, равный нулю ($\delta_{X\dot{X}} P = 0$), в стационарном состоянии, а также является положительным для нестационарных состояний ($\delta_{X\dot{X}} P > 0$) и имеет в этом случае также отрицательную временную производную ($\partial_t \delta_{X\dot{X}} P < 0$).

Но два последних неравенства как раз и означают, что избыточное производство энтропии $\delta_{X\dot{X}} P$ подчиняется принципу Ле Шателье–Брауна и, следовательно, выражает инерционность необратимого процесса в неравновесной нестационарной системе в глобальном масштабе. С математической точки зрения эта инерционность выражается в геодезическом характере функционала избыточного производства энтропии $\delta_{X\dot{X}} P$, позволяющем записать соответствующее вариационное уравнение в виде

$$\delta \delta_{X\dot{X}} P = 0. \quad (13)$$

Поскольку величина $\delta_{X\dot{X}} P$ есть изменение полного производства энтропии по отношению к его значению в стационарном состоянии на всем пути нестационарной эволюции, то уравнение (13) можно записать и в другом, более удобном для практических приложений виде [3]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial_{X\dot{X}} P}{\partial t} dt = 0, \quad (14)$$

где t_1 и t_2 – моменты начала и окончания нестационарного процесса, $\partial_{X\dot{X}}P/\partial t$ – скорость изменения производства энтропии, обусловленная изменением локальных параметров обобщенных сил X_i^j и скоростей их изменения $\dot{X}_i^j$. При рассмотрении конкретных нестационарных систем управляющее уравнение (14) следует применять с учетом ограничивающих условий на указанные параметры.

Необходимо отметить, что полученное нами на основе макроскопического квантования энергетического спектра неравновесной системы уравнение (14) является математической формулировкой принципа минимального производства энтропии в нестационарном случае. Очевидно, что в соответствии с использованной для его получения моделью оно является *квантово-кинетическим* уравнением нестационарной эволюции неравновесной системы [7].

3. МЕТРИЧЕСКИЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

С геометрической точки зрения равенству (1) соответствует $(2mn + 1)$ -мерная гиперповерхность полного производства энтропии. В процессе эволюции неравновесной нестационарной системы точки этой поверхности задаются возможными значениями параметров X_i^j , $\dot{X}_i^j$ и P . В частности, вблизи равновесия абсолютный минимум P , равный нулю, достигается в равновесном состоянии ($X_i^j = 0$, $\dot{X}_i^j = 0$), а относительный минимум, согласно теореме Пригожина, – в стационарном состоянии ($\dot{X}_i^j = 0$) [1], [3]. Поэтому для стационарной неравновесной системы гиперповерхность полного производства энтропии задается лишь в пространстве неравновесных термодинамических параметров X_i^j , P .

Следует отметить, что одним из эффективных методов исследования топологии многомерной поверхности является вычисление ее римановой кривизны [8]. При этом установлено, что конечность римановой кривизны гиперповерхности обусловлена конечностью ее топологии и соответствующего ей индекса [9], [10]. Кроме того, со средней кривизной гиперповерхности H связаны минимальные свойства ее площади, а именно: она локально минимальна, если $H = 0$. При этом глобальный подход к проблеме изучения топологических свойств с помощью римановой кривизны основывается на исследовании геодезических риманова многообразия на гиперповерхности и их экстремальных свойств с использованием теории Морса и теорем сравнения [11].

Известно также, что гиперповерхность является наиболее частым объектом *расслоения* пространства [9]. В нашем случае речь идет о расслоении многообразия (1), обусловленного слоистым характером энергетических уровней неравновесной системы, приводящим к возникновению соответствующих локальных структур в процессе нестационарной эволюции системы [4]. На термодинамическом уровне описания состояния этих структур определяются параметрами X_i^j , $\dot{X}_i^j$. Очевидно, здесь мы имеем дело с одномерным расслоением пространства, так как в исходной модели гиперповерхности ставится в соответствие действительное число (энергия) [3], [7]. В частности, каждому из локальных параметров X_i^j , $\dot{X}_i^j$ соответствуют локальные параметры густоты энергетических уровней D_i^j , $\dot{D}_i^j$.

С физической точки зрения риманова кривизна гиперповерхности избыточного производства энтропии является мерой отклонения термодинамической системы от состояния в данный момент времени. Она выражается через коэффициенты второго

дифференциала разложения P по малым параметрам отклонений δX_i^j , $\delta \dot{X}_i^j$ вблизи заданного неравновесного состояния и, следовательно, является локальной. Для простоты проведем ее вычисление для стационарной неравновесной системы, в которой имеет место только один необратимый процесс (например, неизотермический). В этом случае для различных состояний системы мы имеем только неравновесные локальные параметры X^j и, следовательно, второй дифференциал полного производства энтропии имеет вид

$$\delta^2 \delta_X P = \frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^m P_{kj} \delta X^{ki} \delta X^j, \quad (15)$$

где $P_{kj} = (\partial^2 P / \partial X^k \partial X^j)_{st}$ – кинетические коэффициенты разложения P вблизи заданного состояния, X^k , X^j – локальные параметры обобщенных сил. Отметим, что с точки зрения геометрии квадратичная форма (15) выражает площадь элемента гиперповерхности и тем самым является ее метрикой. Как известно, риманова кривизна гиперповерхности, задаваемая этой метрикой, может быть записана в виде тензора четвертого ранга [12]:

$$R^i_{.kld} = \frac{\partial \Gamma^i_{kd}}{\partial \beta^l} - \frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial \beta^d} + \Gamma^i_{nl} \Gamma^n_{kd} - \Gamma^i_{nd} \Gamma^n_{kl}, \quad (16)$$

где символы Кристоффеля выражаются через компоненты метрического тензора по формуле

$$\Gamma^i_{kd} = \frac{1}{2} P^{id} \left(\frac{\partial P_{dk}}{\partial X^l} + \frac{\partial P_{dl}}{\partial X^k} - \frac{\partial P_{kl}}{\partial X^d} \right). \quad (17)$$

В то же время в качестве глобального параметра неравновесности системы (в смысле учета взаимодействия всех ее подсистем) целесообразно использовать скалярную кривизну гиперповерхности полного производства энтропии. Она получается из тензора Римана (16) переходом от смешанных компонент к ковариантным компонентам и последующим двойным свертыванием с метрическим тензором. В результате получаем следующую формулу для вычисления скалярной кривизны гиперповерхности:

$$R = P^{il} P^{kd} R_{ikld}, \quad (18)$$

где тензор Римана в ковариантном виде

$$R_{ikld} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 P_{id}}{\partial X^k \partial X^l} + \frac{\partial^2 P_{kl}}{\partial X^i \partial X^d} - \frac{\partial^2 P_{il}}{\partial X^k \partial X^d} - \frac{\partial^2 P_{kd}}{\partial X^i \partial X^l} \right) + P_{np} (\Gamma^n_{kl} \Gamma^p_{id} - \Gamma^n_{kd} \Gamma^p_{il}). \quad (19)$$

Предположение о скалярной кривизне как глобальной кинетической характеристике неравновесной системы подтверждается, в частности, тем, что для стационарного состояния вблизи равновесия она равна нулю. Это следует из того, что в стационарном состоянии вблизи равновесия кинетические коэффициенты P_{kj} являются постоянными величинами, не зависящими от параметров X^k . Действительно, согласно теории Онзагера для слабо неравновесной системы имеет место линейная зависимость между локальными обобщенными силами X^k и соответствующими потоками I^j :

$$I^j = \sum_{k=1}^m L_{jk} X^k, \quad (20)$$

где $L_{jk} = \text{const}$ – феноменологические коэффициенты; $j = 1, \dots, m$. Тогда для полного производства энтропии с учетом (20) получаем

$$P = \sum_{j,k=1}^m L_{jk} X^j X^k. \quad (21)$$

Поэтому из соотношения (21) следует, что вторые частные производные P по параметрам X^j также должны быть постоянными, что с учетом формул (16)–(19) приводит к нулевому значению для скалярной кривизны. В то же время для состояний, далеких от равновесия, коэффициенты P_{kj} являются нелинейными функциями локальных обобщенных параметров X^k , что приводит к отличной от нуля скалярной кривизне.

4. ИНЕРЦИОННОСТЬ НЕОБРАТИМОГО ПРОЦЕССА И РАЗМЕРНОСТЬ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ПОЛНОГО ПРОИЗВОДСТВА ЭНТРОПИИ

Выше отмечалось, что для кинетически устойчивой неравновесной системы избыточное производство энтропии является функцией Ляпунова ($\Lambda_P = \delta_{X\dot{X}} P$) и, в частности, справедлив принцип Ле Шателье–Брауна ($\delta_{X\dot{X}} P > 0$, $\partial_t \delta_{X\dot{X}} P < 0$). Именно это позволяет наделить функционал избыточного производства энтропии инерционными свойствами и сформулировать уравнения эволюции (13) и (14). С физической точки зрения здесь речь идет о том, что нестационарная эволюция термодинамической системы всегда осуществляется с минимальным рассеянием энергии и частиц в заданном временном интервале.

Одним из возможных сценариев является релаксация неравновесной системы к равновесному состоянию в области устойчивых состояний. Геометрически этому процессу соответствует минимальное изменение (уменьшение) исходной неравновесной площади гиперповерхности избыточного производства энтропии до постоянного значения в стационарном состоянии или до нулевого значения в равновесном состоянии [3]. Например, для гиперповерхности, задаваемой уравнением (21), указанному абсолютному минимуму соответствует низшая точка (“перевернутая” вершина) поверхности $(2m+1)$ -мерного эллиптического параболоида [13]. Кроме того, возможны относительные минимумы, соответствующие гиперповерхностям (квадрикам) меньшей размерности, при фиксировании одного или нескольких параметров X^k . Это происходит через кинетику взаимных переходов между энергетическими уровнями разных слоев, в процессе которой происходит уменьшение общего числа подсистем за счет их поэтапного объединения в одну систему в равновесном состоянии.

Изменение топологии гиперповерхности полного производства энтропии в ходе неравновесной эволюции макроскопической системы тесно связано с динамикой ее энергетического спектра, являющейся базовой при кинетическом моделировании. При этом квазинепрерывность, или, точнее, физическая непрерывность, энергетического спектра квазиравновесной подсистемы означает, что он является односвязным [14]. Однако этого нельзя сказать об энергетическом спектре всей неравновесной системы, состоящей из нескольких (многих) энергетических слоев и соответствующих им подсистем. В этом случае энергетический спектр является несвязным, поскольку из одного энергетического слоя нельзя попасть в другой непрерывным

путем. Примерами подобных неравновесных систем являются неравновесный газ, двухтемпературная плазма, двухтемпературный магнетик с подсистемами спинов и решетки и др. [2], [15], [16]. Энергетические спектры этих систем состоят из энергетических слоев (ниш), отделенных друг от друга энергетическими интервалами, ширина которых сравнима с шириной самих слоев. Последние являются компонентами глобально несвязного энергетического спектра неравновесной системы, число m которых в ходе эволюции неравновесной системы может изменяться. Особенно это относится к сильно неравновесной нестационарной системе, эволюционирующей либо в сторону стационарного состояния, либо удаляющейся от него. В первом случае число компонент энергетического спектра уменьшается и в стационарном состоянии достигает минимального значения. Во втором случае наблюдается рост числа компонент за счет роста числа подсистем с квазинепрерывным спектром энергии.

Например, при термической релаксации сильно нагретого газа к температуре окружающей среды колебательная, вращательная и некоторые другие степени свободы (и, соответственно, энергетические ниши) в результате молекулярно-кинетических процессов могут прекратить свое существование, так что в равновесном состоянии останется только одна степень свободы – поступательная [2]. Если, наоборот, осуществлять нагревание равновесного газа, имеющего одну поступательную степень свободы, то происходит поэтапное включение вращательной, колебательной, электронной и других степеней свободы. В каждой из вновь возникших энергетических ниш по истечении характерного времени τ^j (локального времени релаксации) устанавливается квазиравновесное состояние.

При интенсивной накачке энергии в открытую систему возможно также образование диссипативных структур, подобных ячейкам Бенара [4], [17]. Причина возникновения диссипативных структур заключается в том, что при интенсивных потоках энергии и частиц они не успевают полностью рассеяться в локальных масштабах за счет теплопроводности и диффузии и поэтому самоорганизуются в дополнительные стационарные состояния. Как показывают экспериментальные и теоретические исследования, энергетический спектр таких структур является квазинепрерывным, так что одновременно происходит образование дополнительных энергетических слоев. Инерционность вновь образованных подсистем обусловлена их квазистационарным характером, поскольку ее, как было показано выше, удастся пояснить на основе принципа Ле Шателье–Брауна.

Однако сильно неравновесная нестационарная система, вообще говоря, не является адиабатической в локальном и глобальном масштабах [18]. Ее перестройка осуществляется за счет усиления кинетических процессов (уровневой кинетики) внутри самой системы, приводящих к одновременному согласованному изменению локальных и глобальных параметров. Инерционность такой системы на глобальном уровне определяется иерархией времен релаксации, в число которых, помимо локальных параметров τ^j , входят также и *времена переходов* τ^{jk} между энергетическими слоями [2]. Последние, в свою очередь, определяются вероятностями (сечениями) P_{jk} соответствующих переходов энергии и частиц. В частности, в газовой кинетике степень интенсивности обмена энергией между энергетическими нишами (внутренними степенями свободы молекул) определяется параметром Мессе $\xi = \Delta E r_0 / h\nu$ (здесь ΔE – разность энергий уровней, между которыми происходит переход, ν – относительная средняя скорость сталкивающихся частиц, r_0 – радиус межмолекулярного

взаимодействия, $\hbar$ – постоянная Планка). Наиболее эффективный обмен энергией осуществляется, если $\xi \sim 1$, и обмен энергией затруднен при $\xi \gg 1$ [2].

Учитывая сказанное выше, можно предположить, что параметром, который на глобальном уровне определяет инерционные свойства неравновесной нестационарной системы, является параметр числа компонент m дискретно-непрерывного несвязного множества ее энергетических уровней [14]. Он совпадает с числом квазистационарных подсистем, энергетические спектры которых полагаются односвязными. Топологический характер этого параметра следует из того, что он, наряду с параметром числа необратимых процессов (n), идущих в неравновесной нестационарной системе, определяет размерность $2mn + 1$ соответствующей гиперповерхности полного производства энтропии. При этом согласно управляющему уравнению (14) минимизация изменения полного производства энтропии в процессе эволюции системы происходит не только за счет временного изменения локальных параметров $X_i^j, \dot{X}_i^j$, но и за счет временного изменения глобального параметра *размерности* ее гиперповерхности $2mn + 1$. Если в системе осуществляется только один необратимый процесс ($n = 1$), то изменение размерности гиперповерхности происходит только за счет изменения числа ее подсистем m .

Например, диссипативные структуры возникают вблизи границы устойчивости сильно неравновесной системы и, будучи локальными стационарными состояниями, вносят вклад в инерционность неравновесной системы в целом [4]. Перестройка уже существующих при определенных граничных условиях диссипативных структур может при их изменении (т. е. при изменении управляющих параметров) привести к росту их числа и, следовательно, к дополнительному росту инерционности системы. Действительно, каждая из ячеек Бенара, имеющая определенный размер при некотором градиенте температуры, с его дальнейшим возрастанием распадается на две новые ячейки меньшего размера. Дальнейшее увеличение градиента температуры приводит к еще большему дроблению и в конечном счете, по сценарию Фейгенбаума, к турбулентному хаосу [19].

Полученные нами результаты по исследованию инерционных и топологических свойств сильно неравновесной нестационарной системы свидетельствуют об эффективности приведенного выше метода кинетического моделирования для математически корректного построения концепции инерционности необратимого процесса. Причем, в отличие от прежней классической концепции, эта концепция является не динамической, а *структурно-динамической*. В данном случае структурный, в том числе топологический, аспект неотъемлемым образом связан с неравновесностью макроскопической системы [1], [17]. Поскольку особенностью кинетического моделирования неравновесной системы является макроскопическое квантование ее энергетического спектра, то инерционность необратимого процесса удастся рассмотреть одновременно на локальном уровне подсистем и системы в целом. При этом инерционность оказывается тесно связанной с возникновением и перестройкой локальных динамических структур в неравновесной системе.

Благодарности. Автор выражает признательность заведующему кафедрой квантовой статистики и теории поля физического факультета МГУ академику В. П. Маслову, поддержка которого способствовала написанию данной работы.

Список литературы

- [1] И. Пригожин, *От существующего к возникающему*, Наука, М., 1985.
- [2] А. И. Осипов, А. В. Уваров, “Кинетические и газодинамические процессы в неравновесной молекулярной физике”, *УФН*, **162**:11 (1992), 1–42.
- [3] М. Б. Сайханов, “Моделирование необратимых процессов в неизотермических системах”, *ТВТ*, **44**:6 (2006), 877–884.
- [4] М. Б. Сайханов, “Кинетическое моделирование диссипативных структур”, *Нелинейный мир*, **11**:1 (2013), 44–50.
- [5] И. А. Квасников, *Термодинамика и статистическая физика*, т. 3: *Теория неравновесных систем*, Едиториал УРСС, М., 2011.
- [6] М. Б. Сайханов, “О термодинамической и кинетической устойчивости неравновесных систем”, *ЖФХ*, **80**:7 (2006), 1330–1332.
- [7] M. B. Saikhanov, “Quantization of nonequilibrium nonstationary system”, *Internat. J. Modern. Phys. B*, **26**:12 (2012), 1241005, 15 pp.
- [8] С. Хильдебрант, “Краевые задачи для минимальных поверхностей”, *Геометрия – 5. Минимальные поверхности*, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. матем. Фундам. направления, **90**, Физматлит, М., 2003, 205–306.
- [9] Д. Громол, В. Клингенберг, В. Мейер, *Риманова геометрия в целом*, Мир, М., 1971.
- [10] В. П. Маслов, М. В. Федорюк, *Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики*, Наука, М., 1976.
- [11] А. Т. Фоменко, “Многомерные вариационные методы в топологии экстремалей”, *УМН*, **36**:6(222) (1981), 105–135.
- [12] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 2: *Теория поля*, Наука, М., 1988.
- [13] Б. А. Розенфельд, *Многомерные пространства*, Наука, М., 1966.
- [14] М. Б. Сайханов, “О некоторых топологических свойствах кинетического моделирования неравновесных систем”, *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон.*, 2012, № 1, 34–37.
- [15] Д. Н. Новичков, В. В. Глебов, “Экспериментальные исследования нестационарных процессов в неравновесной плазме смеси цезия с аргоном”, *ТВТ*, **8**:4 (1970), 695–706.
- [16] А. Нарат, “Ядерный магнитный резонанс в магнетиках и металлах”, *Сверхтонкие взаимодействия в твердых телах*, Мир, М., 1970, 163–235.
- [17] П. Гленсдорф, И. Пригожин, *Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций*, Едиториал УРСС, М., 2003.
- [18] Е. А. Соловьев, “Неадиабатические переходы в атомных столкновениях”, *УФН*, **157**:3 (1989), 437–476.
- [19] В. В. Носов, В. М. Григорьев, П. Г. Ковадло, В. П. Лукин, Е. В. Носов, А. В. Торгаев, “Когерентные структуры в турбулентной атмосфере. Эксперимент и теория”, *Солнечно-земная физика*, **14** (2009), 97–113.

Поступила в редакцию 29.12.2015