Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. О. Галкин, Р. Н. Фаустов, Д. Эберт, Уравнение
Логунова–Тавхелидзе в релятивистской кварковой мо-
дели, *ТМФ*, 2017, том 191, номер 2, 196–204

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9175>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 16:49:21

© 2017 г. В. О. Галкин*, Р. Н. Фаустов*, Д. Эберт†

УРАВНЕНИЕ ЛОГУНОВА–ТАВХЕЛИДЗЕ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

На основе релятивистского уравнения Логунова–Тавхелидзе получены спектры масс и вероятности радиационных распадов тяжелых кваркониев в рамках составной кварковой модели адронов.

Ключевые слова: релятивистская кварковая модель, спектроскопия тяжелых кваркониев, радиационные распады мезонов, квантовая хромодинамика.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9175>

Следуя вкладу Н. Н. Боголюбова в развитие кварковой структуры адронов, мы разработали релятивистскую кварковую модель адронов. Модель основана на квазипотенциальном подходе Логунова–Тавхелидзе [1] в квантовой теории поля со взаимодействием, обусловленным квантовой хромодинамикой (КХД). Адроны рассматриваются как связанные состояния кварков и описываются релятивистски-инвариантным трехмерным уравнением типа Шредингера. Квазипотенциал взаимодействия состоит из пертурбативной части, описывающей одноглюонный обмен, и непертурбативной части, отвечающей за удержание кварков в адроне.

В используемой релятивистской кварковой модели мезон описывается волновой функцией связанного кварк-антикваркового состояния, удовлетворяющей рационализированному квазипотенциальному уравнению [2]

$$\left(\frac{b^2(M)}{2\mu_R} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_M(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_M(\mathbf{q}), \quad (1)$$

где

$$\mu_R = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}, \quad b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}, \quad (2)$$

*Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН, Федеральный исследовательский центр “Информатика и управление” РАН, Москва, Россия.

E-mail: galkin@ccas.ru, faustov@ccas.ru

†Institut für Physik, Humboldt–Universität zu Berlin, Berlin, Germany.

E-mail: debert@physik.hu-berlin.de

M – масса мезона, $m_{1,2}$ – массы кварков и $\mathbf{p}$ – их относительный импульс. Оператор квазипотенциала $V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)$ в уравнении (1) выражается через амплитуду рассеяния вне массовой поверхности, спроецированную на состояния с положительной энергией. Предполагается, что эффективное взаимодействие кварка и антикварка представляет собой сумму одноглюонного члена и смеси дальнodelствующих векторного и скалярного забирающих потенциалов [3]:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \bar{u}_1(p)\bar{u}_2(-p) \left\{ \frac{4}{3}\alpha_s D_{\mu\nu}(\mathbf{k})\gamma_1^\mu\gamma_2^\nu + V_{\text{conf}}^V(\mathbf{k})\Gamma_1^\mu\Gamma_{2;\mu} + V_{\text{conf}}^S(\mathbf{k}) \right\} u_1(q)u_2(-q), \quad (3)$$

где вершина векторного забирающего взаимодействия содержит паулиевский член

$$\Gamma_\mu(\mathbf{k}) = \gamma_\mu + \frac{i\kappa}{2m}\sigma_{\mu\nu}k^\nu.$$

Здесь α_s – константа связи в КХД, $D_{\mu\nu}$ – пропагатор глюона в кулоновской калибровке, γ_μ и $u(p)$ – дираковские матрицы и спиноры; $\mathbf{k} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$; κ – константа паулиевского взаимодействия, характеризующая дальнodelствующий аномальный хромагнитный момент кварка. Кулоновский, векторный и скалярный забирающие потенциалы в нерелятивистском пределе имеют вид

$$V_C(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r}, \quad V_{\text{conf}}^V(r) = (1 - \varepsilon)(Ar + B), \quad V_{\text{conf}}^S(r) = \varepsilon(Ar + B), \quad (4)$$

где ε – коэффициент смешивания. Таким образом, в нерелятивистском пределе воспроизводится корнелский потенциал

$$V_{\text{NR}}(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + Ar + B. \quad (5)$$

Все параметры модели были фиксированы ранее: конституентные массы кварков $m_u = m_d = 0.33$ ГэВ, $m_s = 0.5$ ГэВ, $m_c = 1.55$ ГэВ, $m_b = 4.88$ ГэВ, параметры линейного потенциала $A = 0.18$ ГэВ² и $B = -0.16$ ГэВ [3]. Коэффициент смешивания $\varepsilon = -1$ векторной и скалярной частей забирающего потенциала был установлен из анализа радиационных распадов тяжелых кваркониев, а универсальная константа паулиевского взаимодействия $\kappa = -1$ определяется из рассмотрения тонкой структуры P -уровней кваркониев. Отметим, что при таком выборе параметров дальнodelствующее хромагнитное взаимодействие кварков, пропорциональное $1 + \kappa$, обращается в ноль.

Исследование динамики тяжелых кварков в тяжелых мезонах показывает, что c -кварк не является достаточно тяжелым, чтобы его можно было рассматривать нерелятивистски. Действительно, оценки средней квадратичной скорости в основном состоянии чармония дают значение $\langle v^2/c^2 \rangle \sim 0.25$. Для возбужденных состояний чармония $\langle v^2/c^2 \rangle$ имеет еще большие значения. Поэтому для надежного расчета спектральных данных чармония необходимо полностью релятивистское описание c -кварка без использования разложения по v/c . Выражение для квазипотенциала (3), в принципе, может быть использовано для произвольных масс кварков.

Однако подстановка дираковских спиноров в (3) приводит в конфигурационном пространстве к сильно нелокальному потенциалу и, как следствие, к серьезному усложнению задачи. Для упрощения была использована подстановка

$$\epsilon_{1,2}(p) = \sqrt{m_{1,2}^2 + \mathbf{p}^2} \quad \rightarrow \quad E_{1,2} \equiv \frac{M^2 - m_{2,1}^2 + m_{1,2}^2}{2M}$$

в дираковских спинорах (см. обсуждение в [4]). Такая подстановка делает фурье-образ потенциала (3) локальным. Возникающий потенциал имеет вид

$$V(r) = V_{\text{SI}}(r) + V_{\text{SD}}(r), \quad (6)$$

где явные выражения для не зависящей от спина части потенциала $V_{\text{SI}}(r)$ и зависящей от спина части $V_{\text{SD}}(r)$ даны в работе [4].

Спектры масс чармония и боттомония [5], полученные в результате численного решения квазипотенциального уравнения (1), представлены в табл. 1, 2 и хорошо согласуются с экспериментальными данными [6].

ТАБЛИЦА 1. Спектр масс чармония (в ГэВ).

Состояние $n^{2S+1}L_J$	Мезон	Теория	Эксперимент PDG
1^1S_0	η_c	2.979	2.9804
1^3S_1	J/Ψ	3.096	3.096916
1^3P_0	χ_{c0}	3.413	3.41476
1^3P_1	χ_{c1}	3.511	3.51066
1^3P_2	χ_{c2}	3.555	3.55620
1^1P_1	h_c	3.525	3.52541
2^1S_0	η'_c	3.635	3.637(4)
2^3S_1	Ψ'	3.686	3.686093
1^3D_1	$\psi(3770)$	3.783	3.77315(33)
1^3D_2		3.795	
1^3D_3	$X(3823)$	3.815	3.8231(19)
1^1D_2		3.811	
2^3P_0	χ'_{c0}	3.870	3.9184(19)
2^3P_1	χ'_{c1}	3.906	
2^3P_2	χ'_{c2}	3.949	3.9272(26)
2^1P_1	h'_c	3.926	
3^1S_0	η''_c	3.989	
3^3S_1	Ψ''	4.039	4.039(1)
2^3D_1	$\psi(4160)$	4.150	4.153(3)

ТАБЛИЦА 2. Спектр масс боттомония (в ГэВ).

Состояние $n^{2S+1}L_J$	Мезон	Теория	Эксперимент PDG
1^1S_0	η_b	9.398	9.3980
1^3S_1	Υ	9.460	9.46030
1^3P_0	χ_{b0}	9.859	9.85944
1^3P_1	χ_{b1}	9.892	9.89278
1^3P_2	χ_{b2}	9.912	9.91221
1^1P_1	h_b	9.900	9.8993
2^1S_0	η'_b	9.990	9.999
2^3S_1	Υ'	10.023	10.02326
1^3D_1		10.154	
1^3D_2	$\Upsilon(1D)$	10.161	10.1637
1^3D_3		10.166	
1^1D_2		10.158	
2^3P_0	χ'_{b0}	10.233	10.2325
2^3P_1	χ'_{b1}	10.255	10.25546
2^3P_2	χ'_{b2}	10.268	10.26865
2^1P_1	h'_b	10.260	10.2598
3^1S_0	η''_b	10.329	
3^3S_1	Υ''	10.355	10.3552
3^3P_1	$\chi_b(3P)$	10.541	10.5121

Особый интерес вызывают недавно измеренные массы псевдоскалярных состояний боттомония $\eta_b(1S)$ и $\eta_b(2S)$, которые крайне важны для понимания сверхтонкого расщепления в тяжелых кваркониях. Данные из радиационных M1-распадов $\Upsilon(3S) \rightarrow \eta_b(1S)\gamma$, $\Upsilon(2S) \rightarrow \eta_b(1S)\gamma$ и $\Upsilon(2S) \rightarrow \eta_b(2S)\gamma$ приводят к сверхтонкому расщеплению в боттомонии:

$$\begin{aligned}\Delta M_{\text{hfs}}(1S) &\equiv M_{\Upsilon(1S)} - M_{\eta_b(1S)} = 69.3 \pm 2.8 \text{ МэВ}, \\ \Delta M_{\text{hfs}}(2S) &\equiv M_{\Upsilon(2S)} - M_{\eta_b(2S)} = 48.7 \pm 2.3 \pm 2.1 \text{ МэВ}.\end{aligned}$$

Недавние результаты измерения масс $\eta_b(1S)$ и $\eta_b(2S)$ в радиационных E1-переходах $h_b(1P) \rightarrow \eta_b(1S)\gamma$ и $h_b(2P) \rightarrow \eta_b(2S)\gamma$ приводят к

$$\Delta M_{\text{hfs}}(1S) = 59.3 \pm 1.9^{+2.4}_{-1.4} \text{ МэВ}, \quad \Delta M_{\text{hfs}}(2S) = 24.3^{+4.0}_{-4.5} \text{ МэВ}.$$

Наше предсказание для сверхтонких расщеплений составляет

$$\Delta M_{\text{hfs}}(1S) = 62 \text{ МэВ}, \quad \Delta M_{\text{hfs}}(2S) = 33 \text{ МэВ}$$

и находится в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Еще одной важной проверкой правильности теоретического описания структуры тонкого расщепления в тяжелых кваркониях служат недавние данные по массам синглетных по спину P состояний чармония $h_c(1P)$ и боттомония $h_b(1P)$, $h_b(2P)$. Измеренные массы этих состояний практически совпадают с массой усредненных по спину триплетных P -состояний:

$$\langle M(^3P_J) \rangle = \frac{M(\chi_{Q0}) + 3M(\chi_{Q1}) + 5M(\chi_{Q2})}{9}.$$

Найдено сверхтонкое расщепление масс $\Delta M_{\text{hfs}}(nP) \equiv \langle M(n^3P_J) \rangle - M(n^1P_1)$ в боттомонии:

$$\Delta M_{\text{hfs}}(1P) = (1.62 \pm 1.52) \text{ МэВ}, \quad \Delta M_{\text{hfs}}(2P) = (0.48_{-1.22}^{+1.57}) \text{ МэВ}.$$

Данное наблюдение означает, что спин-спиновые вклады пренебрежимо малы для P -уровней спина, что соответствует обращению в ноль дальнедействующего хромоманнитного взаимодействия кварков, уже обсуждавшегося выше. Отметим, что эти измерения подтверждают предсказание нашей модели [3], касающееся масс синглетных по спину состояний.

Исследование радиационных переходов представляет большой интерес, так как ширины этих распадов очень чувствительны к релятивистским эффектам. Вид релятивистских поправок сильно зависит от лоренц-структуры потенциала взаимодействия кварков в мезонах. Таким образом, детальное изучение этих распадов позволяет получить важную информацию о характере запирающего потенциала в мезонах.

Отличительной особенностью радиационных переходов является тот факт, что они происходят между различными возбужденными уровнями мезонов. Для определения ширины такого радиационного перехода ($B \rightarrow A + \gamma$) нужно вычислить матричный элемент электромагнитного тока J_μ между начальным (B) и конечным (A) мезонными состояниями. В квазипотенциальном подходе такой матричный элемент дается выражением [7]

$$\langle A | J_\mu(0) | B \rangle = \int \frac{d^3p d^3q}{(2\pi)^6} \bar{\Psi}_{A\mathbf{P}}(\mathbf{p}) \Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{B\mathbf{Q}}(\mathbf{q}), \quad (7)$$

где при вычислении вершинной функции Γ_μ электромагнитного тока $\mathcal{J}_\mu = e_1 \gamma_\mu$ нужно учитывать вклад промежуточных состояний с отрицательной энергией. Необходимо также учесть релятивистское преобразование волновой функции мезона при переходе из системы покоя в движущуюся систему отсчета:

$$\Psi_{\mathbf{P}}(\mathbf{p}) = D_1^{1/2}(R_{L\mathbf{P}}^W) D_2^{1/2}(R_{L\mathbf{P}}^W) \Psi_{\mathbf{0}}(\mathbf{p}), \quad (8)$$

где $\Psi_{\mathbf{0}}(\mathbf{p}) \equiv \Psi_M(\mathbf{p})$ – волновая функция в системе центра масс; R^W – вигнеровские вращения, $L_{\mathbf{P}}$ – лоренцевское преобразование из системы центра масс в движущуюся систему отсчета, $D^{1/2}(R)$ – матрицы вращения,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} D_{1,2}^{1/2}(R_{L\mathbf{P}}^W) = S^{-1}(\mathbf{p}_{1,2}) S(\mathbf{P}) S(\mathbf{p}), \quad S(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{\epsilon(p) + m}{2m}} \left(1 + \frac{\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p}}{\epsilon(p) + m} \right).$$

Рассмотрим два основных типа радиационных переходов.

1. Магнитные дипольные (M1) переходы, которые происходят с переворотом спина кварка ($\Delta S = 1$, $\Delta L = 0$), и поэтому начальное и конечное состояния принадлежат к одному и тому же орбитальному возбуждению, но имеют различные спины. Ширина магнитного дипольного перехода дается выражением [3]

$$\Gamma(B \rightarrow A + \gamma) = \frac{\omega^3}{3\pi} (2J' + 1) |\mathcal{M}_{BA}|^2, \quad \text{где} \quad \omega = \frac{M_B^2 - M_A^2}{2M_B}, \quad (9)$$

M_B и M_A – массы начального и конечного мезонов, J' – полный угловой момент конечного мезона. Матричный элемент магнитного момента $\mathcal{M}_{BA}$ определяется так:

$$\mathcal{M}_{BA} = -\frac{i}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \Delta} \times \langle A | \mathbf{J}(0) | B \rangle \right]_{\Delta=0}, \quad \Delta = \mathbf{P} - \mathbf{Q}. \quad (10)$$

2. Электрические дипольные (E1) переходы, при которых происходит изменение орбитального квантового числа ($\Delta L = 1$, $\Delta S = 0$), и поэтому начальное и конечное состояния принадлежат к различным орбитальным возбуждениям, но имеют одинаковый спин. Ширина радиационного E1-перехода имеет вид [3]

$$\Gamma(B \rightarrow A + \gamma) = \frac{\omega^3}{3\pi} |\mathbf{D}_{BA}|^2, \quad \text{где} \quad \omega = \frac{M_B^2 - M_A^2}{2M_B}, \quad (11)$$

а матричный элемент электрического дипольного момента $\mathbf{D}_{BA}$ определен выражением

$$\mathbf{D}_{BA} = -i \frac{\partial \langle A | J_0(0) | B \rangle}{\partial \Delta} \Big|_{\Delta=0}, \quad \Delta = \mathbf{P} - \mathbf{Q}. \quad (12)$$

Рассчитанные ширины радиационных M1- и E1-распадов чармония и боттомония представлены в табл. 3–6. В этих таблицах приведены энергии излученного фотона ω , ширина распада в нерелятивистском пределе Γ^{NR} , а также релятивистские значения для чисто векторного Γ^{V} , для чисто скалярного Γ^{S} и для смеси Γ векторного и скалярного потенциалов с $\varepsilon = -1$ (см. формулы (4)). Отметим, что во всех вычислениях использовались релятивистские выражения для матричных элементов магнитного и электрического дипольных моментов, а также релятивистские волновые функции кваркониев, найденные при расчете их спектров масс.

Как видно из табл. 3–6, ширины радиационных распадов (особенно M1-переходов) очень чувствительны к релятивистским эффектам: релятивистские и нерелятивистские результаты сильно различаются. Наилучшее согласие теоретических предсказаний с экспериментом достигается для смеси векторного и скалярного потенциалов. Большинство теоретических предсказаний согласуется с экспериментальными данными в пределах 2σ .

Необходимо отметить, что относительные вероятности недавно измеренных радиационных M1-переходов $\Upsilon(3S) \rightarrow \eta_b(1S)\gamma$, $\Upsilon(2S) \rightarrow \eta_b(1S)\gamma$, $\Upsilon(2S) \rightarrow \eta_b(2S)\gamma$, а также радиационных E1-переходов $h_b(1P) \rightarrow \eta_b(1S)\gamma$, $h_b(2P) \rightarrow \eta_b(2S)\gamma$, на основе анализа которых наблюдались и были измерены массы псевдоскалярных состояний боттомония $\eta_b(1S)$ и $\eta_b(2S)$, хорошо совпадают с нашими предсказаниями [3], полученными значительно раньше.

ТАБЛИЦА 3. Ширины радиационных M1-распадов в чармонии.

Распад	ω , МэВ	Γ^{NR} , кэВ	Γ^{V} , кэВ	Γ^{S} , кэВ	Γ , КэВ	Γ^{exp} , кэВ (PDG)
$J/\Psi \rightarrow \eta_c \gamma$	115	2.73	1.95	3.13	1.05	1.58 ± 0.41
$\Psi' \rightarrow \eta'_c \gamma$	49	0.20	0.13	0.11	0.15	0.21 ± 0.15
$\Psi' \rightarrow \eta_c \gamma$	639	0.23	0.61	0.35	0.95	1.05 ± 0.19
$\eta'_c \rightarrow J/\Psi \gamma$	500	0.33	0.88	0.47	1.41	

ТАБЛИЦА 4. Ширины радиационных M1-распадов в боттомонии.

Распад	ω , МэВ	Γ^{NR} , эВ	Γ^{V} , эВ	Γ^{S} , эВ	Γ , эВ	BR , 10^{-4}	BR^{exp} , 10^{-4} (PDG)
$\Upsilon \rightarrow \eta_b \gamma$	60	9.7	8.7	12.2	5.8	1.1	
$\Upsilon' \rightarrow \eta'_b \gamma$	33	1.6	1.45	1.50	1.40	0.43	
$\Upsilon'' \rightarrow \eta''_b \gamma$	27	0.9	0.8	0.8	0.8	0.39	
$\Upsilon' \rightarrow \eta_b \gamma$	604	1.3	3.4	1.3	6.5	2.1	3.9 ± 1.5
$\eta'_b \rightarrow \Upsilon \gamma$	516	2.4	6.3	2.5	11.8		
$\Upsilon'' \rightarrow \eta_b \gamma$	911	2.5	6.2	3.1	10.5	5.1	5.1 ± 0.7
$\eta''_b \rightarrow \Upsilon \gamma$	831	5.8	14.3	7.1	24.0		
$\Upsilon'' \rightarrow \eta'_b \gamma$	359	0.2	0.6	0.1	1.5	0.74	< 6.2
$\eta''_b \rightarrow \Upsilon' \gamma$	301	0.4	1.1	0.2	2.8		

ТАБЛИЦА 5. Ширины радиационных E1-распадов в чармонии.

Распад	ω , МэВ	Γ^{NR} , МэВ	Γ^{V} , кэВ	Γ^{S} , кэВ	Γ , кэВ	Γ^{exp} , кэВ (PDG)
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0 \gamma$	259	51.7	34.6	44.0	26.3	29.1 ± 1.8
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_1 \gamma$	171	44.9	30.1	38.3	22.9	28.4 ± 2.1
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_2 \gamma$	128	30.9	22.9	28.1	18.2	26.8 ± 1.9
$2^1S_0 \rightarrow 1^1P_1 \gamma$	120	54	39	39	39	
$1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1 \gamma$	305	161	151	184	121	119 ± 16
$1^3P_1 \rightarrow 1^3S_1 \gamma$	389	333	285	305	265	293 ± 30
$1^3P_2 \rightarrow 1^3S_1 \gamma$	430	448	309	292	327	384 ± 37
$1^1P_1 \rightarrow 1^1S_0 \gamma$	504	723	560	560	560	
$1^3D_1 \rightarrow 1^3P_0 \gamma$	361	423	344	334	355	199 ± 32
$1^3D_1 \rightarrow 1^3P_1 \gamma$	277	142	127	120	135	79 ± 20
$1^3D_1 \rightarrow 1^3P_2 \gamma$	234	5.8	6.2	5.6	6.9	< 24
$1^3D_2 \rightarrow 1^3P_1 \gamma$	291	297	215	215	215	
$1^3D_2 \rightarrow 1^3P_2 \gamma$	248	62	55	51	59	
$1^3D_3 \rightarrow 1^3P_2 \gamma$	250	252	163	170	156	
$1^1D_2 \rightarrow 1^1P_1 \gamma$	275	335	245	245	245	

ТАБЛИЦА 6. Ширины радиационных E1-распадов в боттомонии.

Распад	ω , МэВ	Γ^{NR} , кэВ	Γ^{V} , кэВ	Γ^{S} , кэВ	Γ , кэВ	Γ^{exp} , кэВ (PDG)	BR^{th} , %	BR^{exp} , % (PDG)
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0\gamma$	162	1.65	1.64	1.66	1.62	1.22 ± 0.23		
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_1\gamma$	130	2.57	2.48	2.51	2.45	2.2 ± 0.3		
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_2\gamma$	109	2.53	2.49	2.52	2.46	2.3 ± 0.3		
$2^1S_0 \rightarrow 1^1P_1\gamma$	98	3.25	3.09	3.09	3.09			
$1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1\gamma$	391	29.5	30.6	31.3	29.9		4.1	1.76 ± 0.35
$1^3P_1 \rightarrow 1^3S_1\gamma$	422	37.1	37.0	37.4	36.6		38	33.9 ± 2.2
$1^3P_2 \rightarrow 1^3S_1\gamma$	442	42.7	39.8	39.3	40.2		26	19.1 ± 1.2
$1^1P_1 \rightarrow 1^1S_0\gamma$	480	54.4	52.6	52.6	52.6		57	49^{+8}_{-7}
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_0\gamma$	123	1.65	1.51	1.52	1.49	1.20 ± 0.25		
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_1\gamma$	100	2.65	2.43	2.45	2.41	2.56 ± 0.47		
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_2\gamma$	86	2.89	2.69	2.71	2.67	2.7 ± 0.52		
$3^1S_0 \rightarrow 2^1P_1\gamma$	73	3.07	2.78	2.78	2.78			
$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_0\gamma$	484	0.124	0.040	0.054	0.027	0.061 ± 0.028		
$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_1\gamma$	453	0.307	0.097	0.134	0.067	< 0.035		
$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_2\gamma$	433	0.445	0.141	0.195	0.097	< 0.40		
$3^1S_0 \rightarrow 1^1P_1\gamma$	427	0.770	0.348	0.348	0.348			
$2^3P_0 \rightarrow 2^3S_1\gamma$	207	11.7	11.1	11.2	11.0		2.4	4.6 ± 2.1
$2^3P_1 \rightarrow 2^3S_1\gamma$	230	15.9	14.8	14.8	14.7		20	19.9 ± 1.9
$2^3P_2 \rightarrow 2^3S_1\gamma$	243	18.8	16.7	16.6	16.7		16	10.6 ± 2.6
$2^1P_1 \rightarrow 2^1S_0\gamma$	262	23.6	21.4	21.4	21.4		33	48 ± 13
$2^3P_0 \rightarrow 1^3S_1\gamma$	743	7.36	7.58	8.41	6.79		1.5	0.9 ± 0.6
$2^3P_1 \rightarrow 1^3S_1\gamma$	764	8.01	7.90	8.33	7.49		10	9.2 ± 0.8
$2^3P_2 \rightarrow 1^3S_1\gamma$	776	8.41	7.61	7.20	8.02		7.7	7.0 ± 0.7
$2^1P_1 \rightarrow 1^1S_0\gamma$	820	9.9	9.36	9.36	9.36		15	22 ± 5

В заключение отметим, что представленные результаты свидетельствуют о важности последовательного и полного учета релятивистских эффектов при изучении данных спектроскопии и распадов тяжелых кваркониев. Такая задача может быть успешно решена в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квази-потенциальном подходе, предложенном Логуновым и Тавхелидзе [1].

Список литературы

- [1] A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze, “Quasi-optical approach in quantum field theory”, *Nuovo Cimento*, **29:2** (1963), 380–399.
- [2] А. П. Мартыненко, Р. Н. Фаустов, “Релятивистская приведенная масса и квазипотенциальное уравнение”, *ТМФ*, **64:2** (1985), 179–185.
- [3] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, “Properties of heavy quarkonia and B_c mesons in the relativistic quark model”, *Phys. Rev. D*, **67:1** (2003), 014027, 19 pp.

- [4] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, “Mass spectra and Regge trajectories of light mesons in the relativistic quark model”, *Phys. Rev. D*, **79**:11 (2009), 114029, 11 pp.
- [5] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, “Spectroscopy and Regge trajectories of heavy quarkonia and B_c mesons”, *Eur. Phys. J. C*, **71**:12 (2011), 1825, 13 pp.; “Spectroscopy and Regge trajectories of heavy quarkonia in the relativistic quark model”, *ЯФ*, **76**:12 (2013), 1623–1631.
- [6] K. A. Olive, K. Agashe, C. Amsler et al. [Particle Data Group], “Review of particle physics”, *Chin. Phys. C*, **38**:9 (2014), 090001, 1676 pp.
- [7] R. N. Faustov, “Relativistic wavefunction and form factors of the bound system”, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **78**:1 (1973), 176–189.