Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. А. Арбузов, И. В. Зайцев, Эффективные взаимодействия и перспектива разрешения фундаментальных проблем космологии в квантовой теории гравитации, *ТМФ*, 2017, том 191, номер 2, 189–195

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9176>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.93.64.190

26 апреля 2023 г., 14:48:33

© 2017 г.

Б. А. Арбузов*, И. В. Зайцев*

ЭФФЕКТИВНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ПЕРСПЕКТИВА РАЗРЕШЕНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ КОСМОЛОГИИ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Рассматривается возможность спонтанного возникновения эффективного взаимодействия в рамках квантовой гравитации. Как следствие возможных эффективных взаимодействий гравитонов обсуждается вариант поведения бегущей константы связи гравитации, позволяющий, по крайней мере, качественно описать эффекты, которые служат обоснованием гипотез о существовании темного вещества и темной энергии.

Ключевые слова: эффективное аномальное гравитационное взаимодействие, темное вещество.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9176>

1. ЭФФЕКТИВНОЕ ТРЕХГРАВИТОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Общеизвестная проблема темного вещества и темной энергии побуждает к рассмотрению многочисленных вариантов модифицированной гравитации (см., например, обзор [1]). Мы обсуждаем возможный вариант аномального гравитационного взаимодействия как непертурбативного эффекта в теории тяготения Эйнштейна–Гильберта. При этом мы опираемся на подход, инициированный принципом компенсации Боголюбова [2], [3]. В работах [4]–[12] этот подход был применен при изучении эффективных нелокальных взаимодействий в ренормируемых калибровочных теориях. В частности, работы [6]–[8] посвящены приложению метода к электро-слабому взаимодействию и возможности спонтанного возникновения эффективного аномального трехбозонного взаимодействия вида

$$\frac{g\lambda}{3!M_W^2} F\epsilon_{abc} W_{\mu\nu}^a W_{\nu\rho}^b W_{\rho\mu}^c, \quad W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad (1)$$

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: arbuzov@theory.sinp.msu.ru, zaitsev_iv@mail.ru

где $g \simeq 0.65$ – электрослабая константа связи, λ – новая константа, подлежащая экспериментальному определению, $F(p_i)$ – формфактор, который обеспечивает действие (1) в ограниченной области импульсного пространства. Этот формфактор однозначно определяется уравнением компенсации в подходе Боголюбова. Возможное существование эффективного взаимодействия (1) приводит к существенным непертурбативным эффектам в электрослабом взаимодействии [6], [9], [11]. Отметим, что взаимодействие (1) уже давно рассматривается на основании феноменологических соображений [13]. На константу λ имеются экспериментальные ограничения [14]: $\lambda = -0.022 \pm 0.019$.

Неоднократно отмечалась близкая аналогия полей Янга–Миллса и гравитационного поля, в том числе и для квантовых аспектов теорий [15], [16]. А. А. Логунов настаивал на необходимости рассмотрения гравитационного поля в соответствии с концепцией поля в смысле Фарадея и Максвелла [17]. Пожалуй, имело бы смысл добавить в эту формулировку также фамилии Янга и Миллса, чтобы подчеркнуть неабелеву природу гравитационного поля.

При этом калибровочное поле $W_{\mu\nu}^a$ играет ту же роль, что и тензор кривизны Римана $R_{n\mu\nu}^m$. Аномальное взаимодействие, буквально аналогичное взаимодействию (1), имеет вид

$$L_G = \frac{G}{2!} F \sqrt{-g} \epsilon^{n_1 n_2 n_3 m} R_{n_1 \mu\nu}^{m_1} R_{n_2 \nu_1 \rho}^{m_2} R_{n_3 \rho_1 \mu_1}^{m_3} g_{m m_3} g_{m_1 m_2} g^{\nu \nu_1} g^{\rho \rho_1} g^{\mu \mu_1}. \quad (2)$$

Здесь F – формфактор, подлежащий определению с помощью уравнения компенсации, которое в диаграммном виде представлено на рис. 1. Следует обратить внимание на то, что взаимодействие (2) является Т-нечетным (и Р-нечетным).

Следуя предписаниям метода компенсации, мы вводим новое взаимодействие в рамках процедуры “добавить–вычесть”. А именно, предполагая разбиение исходного лагранжиана L на свободный лагранжиан L_0 и лагранжиан взаимодействия L_{int} , мы проводим переопределение

$$L = \bar{L}_0 - \bar{L}_{\text{int}}, \quad \bar{L}_0 = L_0 - L_G, \quad \bar{L}_{\text{int}} = L_{\text{int}} + L_G. \quad (3)$$

При этом мы включаем в L_0 также и калибровочные взаимодействия Стандартной модели. Уравнение компенсации получаем из требования сокращения в заново определенном свободном лагранжиане $\bar{L}_0$ полной связной трехгравитонной вершины со структурой (2). В заново определенном лагранжиане взаимодействия $\bar{L}_{\text{int}}$ сокращение не происходит из-за различия в знаке вклада от L_G .

Проводя вычисления с использованием программы аналитических вычислений FORM, получаем в первом приближении следующее интегральное уравнение, в котором интегрирования проводятся в евклидовом импульсном пространстве:

$$\begin{aligned} F(x) = F_{0G} + \frac{3G^2}{16\pi^2} & \left(-\frac{1}{x^3} \int_0^x y^7 F(y) dy + \frac{4}{x^2} \int_0^x y^6 F(y) dy - \frac{3}{x} \int_0^x y^5 F(y) dy + \right. \\ & + 8 \int_0^x y^4 F(y) dy + 18 \int_x^\infty y^4 F(y) dy - \\ & - 25x \int_x^\infty y^3 F(y) dy + 24x^2 \int_x^\infty y^2 F(y) dy - \\ & \left. - 11x^3 \int_x^\infty y F(y) dy + 2x^4 \int_x^\infty F(y) dy \right), \quad x = p^2, \quad y = q^2, \end{aligned} \quad (4)$$

Рис. 1. Диаграммное представление уравнения компенсации. Пунктирные линии соответствуют гравитонам, черные кружки – взаимодействию (1), заштрихованный треугольник описывает вклады взаимодействий Стандартной модели F_{0G} , которые представлены во второй строке, где двойные линии соответствуют бозонам W . Здесь q_1, q_2, q_3 – входящие импульсы гравитонов.

где $F_{0G} = \text{const}$ означает неоднородную часть уравнения. Получаем следующее решение уравнения (4), выраженное через функцию Мейера [18] и нормированное на единицу в нуле:

$$F(z) = \frac{6\Gamma(1/15)}{125\Gamma(4/5)} G_{18}^{50}(z|_{0,1/5,2/5,3/5,4/5,-3/5,-2/5,-1/5}). \quad (5)$$

Условие нормировки в нуле может быть согласовано с уравнением (4) только при $F_{0G} \neq 0$. Вклад в F_{0G} дают диаграммы, определяемые полями материи Стандартной модели. Обратим внимание на присутствие обмена бозоном W в диаграммах в кварковых петлях на рис. 1. Взаимодействие W с токами содержит матрицу γ_5 , поэтому след неизбежно содержит абсолютно антисимметричный тензор $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$, который присутствует во взаимодействии (2). Вершина взаимодействия гравитационного поля со спинорным полем имеет следующий вид:

$$V(\mu, \nu, p_1, p_2) = i\kappa(\gamma_\mu(p_1 + p_2)_\nu + \gamma_\nu(p_1 + p_2)_\mu), \quad \kappa = \frac{1}{M_{\text{Pl}}}, \quad (6)$$

где константа κ связана с массой Планка, а p_1 и p_2 – импульсы входящего и выходящего спиноров соответственно. Эти диаграммы с учетом вклада Т-нечетной части слабого взаимодействия кварков, описываемой параметрами матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава $A = 0.814^{+0.023}_{-0.024}$, $\bar{\lambda} = 0.22537 \pm 0.00061$, $\bar{\eta} = 0.353 \pm 0.013$ [14], дают следующий вклад в неоднородную часть уравнения (4):

$$F_{0G} = -C_G \frac{3g^2 A \bar{\lambda}^3 \bar{\eta} \kappa^3}{64\pi^4 M_W^2} \ln \frac{M_W m_b}{m_u m_d}, \quad (7)$$

где κ – константа гравитационного взаимодействия (6), $g \simeq 0.65$ – электрослабая калибровочная константа, C_G – коэффициент порядка единицы. Из основного уравнения (4) имеем следующее условие:

$$F(0) + F_{0G} = 1, \quad F_{0G} = 1 - F(0) = -3.0028. \quad (8)$$

С учетом соотношений (4), (8) получаем следующую оценку константы эффективного взаимодействия (2):

$$G \sim \frac{3g^2 A \bar{\lambda}^3 \bar{\eta} \kappa^3}{64\pi^4 M_W^2} \ln \frac{M_W m_b}{m_u m_d}. \quad (9)$$

При этом мы учитываем, что интегральное уравнение (4) уже разделено на константу G в соответствии с процедурой поиска нетривиальных решений уравнений компенсации. Вклад лептонов в настоящее время оценить не удастся, так как данные о мнимой части взаимодействия отсутствуют. В любом случае учет лептонных вкладов не сильно изменит оценку (9). Т-инвариантные взаимодействия фотонов и глюонов не дают вклада. Отметим значительное увеличение возможного значения (9) по сравнению с естественным значением κ^5 . Могут представлять интерес также эффекты нарушения Т-инвариантности, связанные с эффективным взаимодействием (2).

2. МОДЕЛЬ БЕГУЩЕЙ КОНСТАНТЫ ГРАВИТАЦИИ

Выше рассмотрены возможные свойства квантовой гравитации. Эта теория содержит размерную константу взаимодействия

$$\beta = \frac{\kappa^2}{4\pi}. \quad (10)$$

В обычной квантовой теории поля такая величина соответствует бегущей константе связи, например $\alpha_s(Q^2)$ в КХД. По-видимому, следует ожидать, что величина (10) также является бегущей. Однако квантовая теория гравитации является перенормируемой. Это означает, что теория возмущений не работает и регулярного метода получить выражение для бегущей константы нет. Требуется использование непертурбативных методов. На самом деле в калибровочных теориях Стандартной модели также неизбежно проявляются непертурбативные вклады. Можно привести пример сильной константы взаимодействия $\alpha_s(Q^2)$, в которой пертурбативные вычисления приводят к известному полюсу Ландау. Имеется всеобщее убеждение, что непертурбативные вклады каким-то образом приводят к исчезновению сингулярности.

В частности, в работе [10] показано, как эта сингулярность исключается благодаря спонтанному возникновению эффективного трехглюонного взаимодействия, аналогичного (1). В любом случае обсуждение возможных свойств бегущей константы гравитации (10) заслуживает внимания. В настоящем разделе мы рассмотрим модель, иллюстрирующую эту проблему.

Предыдущий опыт [4]–[12] подсказывает, что решения уравнений компенсации в первом приближении выражаются через функции Мейера (см., например, [18]). Будем использовать эти полезные функции в наших попытках. С другой стороны,

Рис. 2. Формфактор $F(x)$ (12) в зависимости от переменной x (а) и его фурье-образ (13) в зависимости от импульсной переменной y (б).

важно иметь некоторые соображения о масштабе, свойственном непертурбативным эффектам. Здесь пример, рассмотренный в предыдущем разделе, может оказаться поучительным. А именно, мы видим, что в выражении (9) присутствуют $\kappa = 1/M_{\text{Pl}}$ и массы наблюдаемых частиц, наименьшая ненулевая из которых есть средняя масса нейтрино m_ν . Масштаб размерности длины мог бы быть образован из этих двух констант, что при $m_\nu \simeq 3 \text{ эВ}$ (верхняя граница массы нейтрино [14]) приводит к оценке

$$l_0 = \frac{\hbar M_{\text{Pl}}}{cm_\nu^2} = 2.711 \cdot 10^{20} \text{ м} = 8.78 \text{ кпк}. \quad (11)$$

Эта оценка дает масштаб порядка нескольких килопарсек, который соответствует размерам галактик.

Предположим, что бегущая гравитационная постоянная Ньютона G_N , которая пропорциональна β (10), зависит от расстояния следующим образом:

$$G_N(r) = G_{N0} F(r), \quad F(r) = \left(\frac{1}{3} G_{14}^{30}(x|_{0,2,4,-2}^1) + 7 G_{14}^{21}(x|_{2,4,0,-2}^1) \right), \quad x = \frac{r}{r_0}, \quad (12)$$

где параметр r_0 порядка l_0 (11) и G_{N0} – исходная известная константа Ньютона. Мы выбираем коэффициенты в представлении (12) так, чтобы $G_N \rightarrow G_{N0}$ при $r \rightarrow 0$ и $G_N \rightarrow 21G_{N0}$ при $r \rightarrow \infty$. Последняя асимптотика соответствует ускоренному расширению Вселенной, причина которого обычно приписывается темной энергии. Поведение формфактора в зависимости от расстояния представлено на рис. 2.

Преобразование Фурье выражения (12) в зависимости от переменной $y = 16k^2 r_0^2$, где k – импульс, имеет вид [18]

$$\bar{F}(k^2) = \frac{4}{3\pi} (G_{62}^{14}(y|_{1/2,0}^{1,-1/2,-1,-3/2,3/2,2}) + 21 G_{62}^{23}(y|_{1/2,0}^{-1/2,-1,-3/2,1,3/2,2})) \quad (13)$$

и представлено на рис. 2. Зависимость от импульса напоминает ситуацию с асимптотической свободой в КХД. Разница заключается в том, что в рассматриваемом случае на бесконечности по импульсу гравитационная константа не убывает логарифмически, а стремится к постоянной Ньютона, $\lim_{k^2 \rightarrow \infty} G(k^2) = G_N$.

Рис. 3. Кривая вращения галактики NGC 6674.

Применим представление (12) к кривым вращения галактик. Выберем параметр $r_0 = 5$ кпк. Для кривых вращения галактик в виде плоского диска имеем выражение

$$V(r) = V_0 \sqrt{2M_G(I_0(y)K_0(y) - I_1(y)K_1(y))F(r)}, \quad y = \frac{r}{R_G}, \quad V_0 = 207.4 \text{ км/с}, \quad (14)$$

где $F(r)$ – формфактор (12), M_G – масса галактики, измеренная в 10^{10} масс Солнца, R_G – ее радиус в килопарсеках, r – расстояние от звезды до центра галактики также в килопарсеках. Рассматривая наблюдательные данные, взятые из [19], мы убеждаемся, что использование представления (14) существенно улучшает согласие с наблюдаемыми кривыми вращения. Напомним, что именно расхождение кривых вращения с теорией послужило основанием для гипотезы о существовании темного вещества. В качестве примера мы представляем на рис. 3 данные по галактике NGC 6674 с массой $M_G = 21.0 \cdot 10^{10} M_\odot$ и радиусом $R_G = 4.58$ кпк. Верхняя кривая соответствует представлению (14), нижняя кривая соответствует $F(r) = 1$. Точки соответствуют экспериментальным данным.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эффективные взаимодействия в теории гравитации могут дать интересные следствия:

- 1) появление новых масштабов и нарушения Т-инвариантности;
- 2) появление простой модели темных эффектов.

Что касается последней возможности, это предположение, не имеющее, по крайней мере пока, надлежащего обоснования. Заметим, что многочисленные предложения физической интерпретации темных субстанций также пока имеют статус гипотез.

В предложенной модели существуют три области, в которых свойства гравитации оказываются существенно различными. В первой области $r \ll 10$ кпк гравитационная константа с хорошей точностью равна постоянной Ньютона G_N . В области $r \simeq 10$ кпк эта константа растет, что приводит к эффектам в кривых вращения. Наконец, в области $r \gg 10$ кпк она в 21 раз больше ньютоновской, что может служить

объяснением ускоренного расширения Вселенной, для чего обычно вводится темная энергия. Таким образом, одновременно описываются эффекты и темного вещества, и темной энергии.

Список литературы

- [1] T. P. Sotiriou, V. Faraoni, “ $f(R)$ theories of gravity”, *Rev. Modern Phys.*, **82**:1 (2010), 451–497.
- [2] Н. Н. Боголюбов, “О принципе компенсации и методе самосогласованного поля”, *УФН*, **67**:4 (1959), 549–580.
- [3] N. N. Bogoliubov, “On some problems of the theory of superconductivity”, *Physica*, **26**, suppl. 1 (1960), S1–S16.
- [4] Б. А. Арбузов, “Спонтанное возникновение эффективного взаимодействия в ренормируемой модели”, *ТМФ*, **140**:3 (2004), 367–387.
- [5] B. A. Arbuzov, M. K. Volkov, I. V. Zaitsev, “NJL interaction derived from QCD”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **21**:28–29 (2006), 5721–5742.
- [6] B. A. Arbuzov, “Bogoliubov compensation principle in the electro-weak interaction: value of the gauge constant, muon $g - 2$ anomaly, predictions for Tevatron and LHC”, *Eur. Phys. J. C*, **61**:2 (2009), 51–59.
- [7] B. A. Arbuzov, I. V. Zaitsev, “Nonperturbative solutions in the electroweak theory with $\bar{t}t$ condensate and the t -quark mass”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **26**:29 (2011), 4945–4958.
- [8] Б. А. Арбузов, “Непертурбативные решения в электрослабой теории”, *ТМФ*, **171**:1 (2012), 33–43.
- [9] B. A. Arbuzov, I. V. Zaitsev, “LHC would-be $\gamma\gamma$ excess as a nonperturbative effect of the electroweak interaction”, *Phys. Rev. D*, **85**:9 (2012), 093001, 6 pp.
- [10] B. A. Arbuzov, I. V. Zaitsev, “On a possibility to eliminate the Landau pole in QCD”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **28**:26 (2013), 1350127, 19 pp.
- [11] B. A. Arbuzov, I. V. Zaitsev, “ATLAS diboson excesses as an evidence for a heavy WW resonance with the weak isospin 2”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **30**:36 (2015), 1550221, 8 pp.
- [12] B. A. Arbuzov, *Non-perturbative Effective Interactions in the Standard Model*, De Gruyter Studies in Mathematical Physics, **23**, De Gruyter, Berlin, 2014.
- [13] K. Hagiwara, R. D. Peccei, D. Zeppenfeld, K. Hikasa, “Probing the weak boson sector in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ ”, *Nucl. Phys. B*, **282** (1987), 253–307.
- [14] K. A. Olive, K. Agashe, C. Amsler et al. [Particle Data Group Collab.], “Review of particle physics”, *Chin. Phys. C*, **38**:9 (2014, 2015 update), 090001.
- [15] B. S. DeWitt, “Quantum theory of gravity. II. The manifestly covariant theory”, *Phys. Rev.*, **162**:5 (1967), 1195–1239.
- [16] В. Н. Попов, Л. Д. Фаддеев, “Ковариантное квантование гравитационного поля”, *УФН*, **111** (1973), 427–450.
- [17] А. А. Логунов, *Релятивистская теория гравитации*, Наука, М., 2012.
- [18] А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды*, т. 3: *Дополнительные главы*, Наука, М., 1986.
- [19] R. H. Sanders, “The published extended rotation curves of spiral galaxies: confrontation with modified dynamics”, *Astrophys. J.*, **473** (1996), 117–142.