Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. О. Соловьев, Эволюция уравнений динамики Вселенной: от Фридмана до наших дней, *ТМФ*, 2017, том 191, номер 2, 234–242

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9179>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 06:54:30

© 2017 г.

В. О. Соловьев*

ЭВОЛЮЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ВСЕЛЕННОЙ: ОТ ФРИДМАНА ДО НАШИХ ДНЕЙ

Отмечая столетие общей теории относительности, нельзя не вспомнить о том, что самым сильным ее предсказанием стало открытие Фридманом уравнений эволюции Вселенной. Эти уравнения остаются и в наши дни фундаментом современной космологии. Однако данные новых наблюдений стимулируют поиск модифицированных теорий гравитации. Мы обсуждаем космологические аспекты теорий с двумя динамическими метриками и теорий массивной гравитации, одну из которых развили Логунов с сотрудниками.

Ключевые слова: космология, теория гравитации, бигравитация, биметрическая гравитация, гамильтонов формализм, массивная гравитация.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9179>

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1922 г. Фридман отправил Эренфесту в Лейден письмо и рукопись статьи “О кривизне Вселенной” [1]. И то, и другое было написано на русском языке и сейчас общедоступно. Немецкий перевод [2] этой работы был представлен Эренфестом в лучший физический журнал и вскоре опубликован. Впервые идея об эволюции Вселенной из области мифологии и религии перешла в область точных наук. Это открытие стало возможным благодаря созданию в 1915 г. новой физической теории – общей теории относительности (ОТО), созданной усилиями Эйнштейна при существенном участии математиков Гроссмана и Гильберта. Несмотря на Первую мировую войну, в окружении Гильберта работал ученый из России – барон Фредерикс, сыгравший определяющую роль в появлении в Петрограде первого семинара по изучению ОТО. Ранняя смерть Фридмана помешала созданию задуманной двумя авторами большой монографии, вышла только ее первая часть. Безусловно, в иной ситуации можно было бы ожидать активного участия русской школы в обсуждении результатов Хаббла и других астрономов, подтвердивших расширение Вселенной.

Настоящая статья написана по материалам доклада на семинаре, посвященном памяти академика А. А. Логунова и 100-летию общей теории относительности, прошедшем в отделе теоретической физики Курчатовского института в Протвино 19 ноября 2015 г.

*Институт физики высоких энергий, НИЦ “Курчатовский институт”, Протвино, Московская обл., Россия. E-mail: Vladimir.Soloviev@ihep.ru

Другой причиной торможения развития космологии в СССР была все более опасная активность ряда так называемых философов, взявших на себя, по выражению Капицы [3], функции милиции.

2. УРАВНЕНИЯ ФРИДМАНА

Неудача Эйнштейна в решении космологической задачи и триумф Фридмана были объективно обусловлены возрастанием значения математики в теоретической физике. Метод Эйнштейна заключался в построении мысленных экспериментов и опирался на физическую интуицию. Картина вечного и неизменного мира была для Эйнштейна аксиомой. А уравнения ОТО были математической конструкцией и, следовательно, не были в той же степени бесспорны. Эйнштейн позволил себе исправить их и ввел космологическую постоянную для согласия с той картиной мира, в которую верил. Фридман подошел к решению проблемы как математик, для которого аксиомой являются уравнения, а задачей является нахождение общего решения. Разумеется, при заданных (например, физиками) дополнительных ограничениях. Фридман обнаружил, что условия однородности и изотропности метрики и распределения материи не противоречат изменению радиуса мира со временем, и получил следующие два уравнения эволюции:

$$\begin{aligned} \frac{R'^2}{R^2} + \frac{2R''R}{R^2} + \frac{c^2}{R^2} - \lambda &= 0, \\ \frac{3R'^2}{R^2} + \frac{3c^2}{R^2} - \lambda &= \frac{\kappa}{2}c^2\rho. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь c – скорость света, $\kappa = 16\pi G/c^2$, G – гравитационная постоянная Ньютона, R – “радиус мира” (или масштабный множитель), ρ – средняя плотность вещества во Вселенной, λ – космологическая постоянная, введенная Эйнштейном. Штрихи обозначают производные по времени. Разумеется, такая запись была обусловлена желанием Фридмана соблюсти прямую преемственность с десятью уравнениями ОТО. Нетривиальными оказываются только их 00- и 11-компоненты. Для доказательства можно подставить метрику в виде

$$ds^2 = R^2(x_4)(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + M^2(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4^2 \quad (2)$$

в уравнения ОТО, считая, что

$$T_{44} = c^2 \rho g_{44}, \quad (3)$$

а остальные $T_{ik} = 0$. Тогда 14-, 24- и 34-компоненты уравнений ОТО приводят к соотношениям

$$R'(x_4) \frac{\partial M}{\partial x_1} = R'(x_4) \frac{\partial M}{\partial x_2} = R'(x_4) \frac{\partial M}{\partial x_3} = 0, \quad (4)$$

которые при условии $R' \neq 0$ дают равенство $M = M(x_4)$, которое означает, что временной параметр может быть произвольным. Фридман делает простейший выбор, полагая $M = 1$. По мнению Гамова [4], именно здесь Эйнштейн допустил арифметическую ошибку – осуществил деление на ноль, получив из последних уравнений равенство $R' = 0$.

Заметим, что два уравнения Фридмана можно понимать как уравнения ньютоновской механики для материальной точки произвольной массы m в центральном поле двух сил, одна из которых дана законом всемирного тяготения Ньютона, а вторая есть пропорциональная массе сила упругости, имеющая обратное направление (закон “анти-Гука”):

$$\begin{aligned} ma &= -\frac{GmM}{R^2} + m\omega^2 R, \\ \frac{mv^2}{2} &= E - U(R), \end{aligned} \quad (5)$$

где использованы обозначения $v = R'$, $a = R''$, $\omega = \sqrt{\lambda/3}$,

$$U(R) = -\frac{GmM}{R} - \frac{m\omega^2 R^2}{2}, \quad M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho, \quad E = -\frac{mc^2}{2}.$$

При такой трактовке очевидно, что равновесие сил отталкивания и притяжения, а следовательно и стационарная Вселенная, неустойчивы.

Если перейти к гамильтонову формализму, то второе из уравнений Фридмана (1) является гамильтоновой связью, а гамильтониан равен произведению лагранжева множителя $\mathcal{M}$ на эту связь:

$$\mathcal{H} = \frac{2\mathcal{M}R^3}{\kappa} \left(-3\mathcal{H}^2 + \frac{\kappa\rho}{2} + \lambda \right). \quad (6)$$

Вместо импульса, канонически сопряженного масштабному фактору R , удобно использовать переменную $\mathcal{H}$ и неканоническую скобку Пуассона

$$\{R, \mathcal{H}\} = -\frac{\kappa}{12R^2}. \quad (7)$$

Если заменить пыль в качестве источника гравитационного поля на идеальную жидкость, то получаем закон сохранения энергии как следствие уравнений материи

$$\dot{\rho} + 3\mathcal{M}\mathcal{H}(\rho + p) = 0.$$

Тогда динамическое гамильтоново уравнение гравитации принимает вид

$$\mathcal{H}' = \{\mathcal{H}, \mathcal{H}\} = -\frac{\mathcal{M}\kappa}{4}(\rho + p), \quad (8)$$

а кинематическое уравнение записывается как

$$R' = \{R, \mathcal{H}\} = \mathcal{M}\mathcal{H}R. \quad (9)$$

Фридман был первым, кто использовал геометродинамический подход к уравнениям ОТО вне рамок теории возмущений, хотя это и было сделано только для частного вида метрики. Ранее динамика метрики рассматривалась только в приближении слабого поля [5]. Построенный Дираком [6], а также Арновитом, Дезером и Мизнером [7] (АДМ) гамильтонов формализм ОТО прояснил то, что можно было увидеть уже из анализа Фридмана, а мини-суперпространственный подход [8], [9] практически совпал с фридмановским.

3. МАССИВНАЯ ГРАВИТАЦИЯ И БИГРАВИТАЦИЯ

Введенная Эйнштейном космологическая постоянная не смогла обеспечить стационарность Вселенной и долгое время казалась излишней. Однако в конце 1990-х годов астрономы обнаружили, что Вселенная расширяется с ускорением. Теперь для описания наблюдаемого мира оказалось необходимым использовать космологическую константу, или темную энергию. Загадочной при этом оказывается сама величина λ , слишком малая, если ее рассматривать как энергию вакуума. Одной из возможностей объяснить эту малость является построение теории массивного гравитационного поля.

Логунов был одним из первых, кто серьезно отнесся к этой задаче. В течение длительного времени им и его соавторами разрабатывалась и изучалась релятивистская теория гравитации (РТГ) с массивным гравитоном [10]. Как известно, для того чтобы сделать гравитационное поле массивным, не нарушая общей ковариантности лагранжиана и уравнений, следует добавить к лагранжиану ОТО потенциал, т. е. скалярную плотность, построенную из двух метрик. Если для второй метрики также ввести кинетический член, то такая теория называется бигравитацией. В случае, когда вторая метрика имеет нединамический характер, говорят о массивной гравитации. В РТГ потенциал определяется единственным образом из соображений калибровочной инвариантности и лагранжиан теории имеет следующий вид:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{m^2}{\kappa} \left[\sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} f_{\mu\nu} - 1 \right) - \sqrt{-f} \right], \quad (10)$$

где $\mathcal{R}_{\mu\nu}$ – тензор Риччи, построенный из эффективной метрики $g_{\mu\nu}$, $f_{\mu\nu}$ – нединамическая фоновая плоская метрика, $g = \det |g_{\mu\nu}|$, $f = \det |f_{\mu\nu}|$, m – масса гравитона. Если перейти в систему координат $f_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, r^2, r^2 \sin^2 \theta)$ и принять, что метрика $g_{\mu\nu}$ имеет вид метрики Фридмана–Робертсона–Уокера

$$ds^2 = -\mathcal{M}^2 dt^2 + R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right), \quad (11)$$

то уравнения РТГ могут выполняться только при $k = 0$, что соответствует плоскому пространству, причем функция $R(t)$ должна удовлетворять уравнению

$$\mathcal{H}^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{m^2}{12R^6} (1 + 2R^6 - 3R^4). \quad (12)$$

В сущности, мы снова пришли ко второму уравнению Фридмана (1), но с переменным космологическим членом [11]

$$\lambda(R) = -\frac{m^2}{2} \left(\frac{1}{2R^6} + 1 - \frac{3}{2R^2} \right). \quad (13)$$

Можно убедиться, что этот космологический член удовлетворяет неравенству $\lambda \leq 0$ и доминирует в уравнении как при $R \rightarrow \infty$, так и при $R \rightarrow 0$. Поэтому РТГ предсказывает циклическую эволюцию Вселенной, исключаящую сингулярность при $R \rightarrow 0$. Потенциал РТГ не объясняет явление темной энергии, которое в рамках этой теории следует объяснять посредством выбора подходящих полей – источников гравитации.

Другой подход к массивной гравитации и бигравитации основан на использовании потенциала де Рам–Габададзе–Толи (дРТГ) [12]. Этот потенциал обладает уникальным свойством: он нарушает теорему Бувляра–Дезера [13] о присутствии духов в любой теории массивной гравитации. Число гравитационных степеней свободы здесь на единицу меньше, чем в РТГ. В то же время сам потенциал дРТГ определен с точностью до выбора постоянных β_n :

$$U = \frac{2m^2}{\kappa} \sqrt{-g} \sum_{n=0}^4 \beta_n e_n(X) = \frac{2m^2}{\kappa} (\beta_0 \sqrt{-g} + \dots + \beta_4 \sqrt{-f}),$$

где $e_n(X)$ – симметричные полиномы матрицы $X_\nu^\mu = (\sqrt{g^{-1}f})_\nu^\mu$. В случае минимального взаимодействия материи с динамической метрикой $g_{\mu\nu}$ космологические решения фридмановского типа в массивной гравитации дРТГ отсутствуют. Возможен, однако, подход, основанный на другом взаимодействии, которое допускает эти решения. Если выразить и фоновую и динамическую метрики через тетрады

$$f_{\mu\nu} = F_\mu^A F_\nu^B h_{AB}, \quad g_{\mu\nu} = E_\mu^A E_\nu^B h_{AB}, \quad (14)$$

где $h_{AB} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ – метрика Минковского, то произвольная линейная комбинация тетрад порождает новую эффективную метрику

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = (\alpha F_\mu^A + \beta E_\mu^A)(\alpha F_\nu^B + \beta E_\nu^B) h_{AB} \equiv \alpha^2 f_{\mu\nu} + \beta^2 g_{\mu\nu} + g_{(\mu\alpha} X_{\nu)}^\alpha, \quad (15)$$

и можно построить минимальное взаимодействие материи с метрикой $\mathcal{G}_{\mu\nu}$. Такая теория уже не является полностью свободной от духов, но духи отсутствуют при низких энергиях вплоть до порога обрезания [14].

Лагранжиан бигравитации строится как сумма двух копий лагранжиана гравитационного поля ОТО, потенциала и лагранжиана материи. Космологические решения фридмановского типа можно получить для нескольких взаимодействий метрики с материей: минимального взаимодействия материи с метрикой $g_{\mu\nu}$, минимального взаимодействия двух видов материи с двумя метриками $f_{\mu\nu}$ и $g_{\mu\nu}$ и минимального взаимодействия материи с эффективной метрикой $\mathcal{G}_{\mu\nu}$. Мы рассмотрим здесь только случай взаимодействия с эффективной метрикой и ограничимся обсуждением случая плоского пространства. Подстановка Фридмана дает равенства

$$f_{\mu\nu} = (-\mathcal{M}^2(t), R_f^2(t)\delta_{ij}), \quad g_{\mu\nu} = (-\mathcal{M}^2(t)u^2(t), R_g^2(t)\delta_{ij}), \quad (16)$$

тогда

$$g^{-1}f = g^{\mu\alpha} f_{\alpha\nu} = \text{diag}(u^{-2}, r^2\delta_{ij}), \quad (17)$$

где мы ввели обозначение $r = R_f/R_g$. Извлечем корень из диагональной матрицы,

$$X = \sqrt{g^{-1}f} = \text{diag}(+\sqrt{u^{-2}}, +\sqrt{r^2}\delta_{ij}) \equiv \text{diag}(u^{-1}, r\delta_{ij}), \quad (18)$$

тогда потенциал дРТГ принимает вид линейной функции переменной u :

$$U = \frac{2m^2}{\kappa} \sqrt{-g} \sum_{n=0}^4 \beta_n e_n = \frac{2m^2}{\kappa} \mathcal{M} u R_g^3 \sum_{n=0}^4 \beta_n e_n = N(uV + W), \quad (19)$$

где

$$V = \frac{2m^2}{\kappa} R_g^3 B_0(r), \quad W = \frac{2m^2}{\kappa} R_g^3 B_1(r), \quad B_i(r) = \beta_i + 3\beta_{i+1}r + 3\beta_{i+2}r^2 + \beta_{i+3}r^3. \quad (20)$$

Кинетическая часть гамильтониана бигравитации с точностью до полной производной по времени имеет вид

$$H_{\text{kinetic}} = \mathcal{M} \left(-\frac{6R_f^3}{\kappa_f} \mathcal{H}_f^2 - u \frac{6R_g^3}{\kappa_g} \mathcal{H}_g^2 \right), \quad (21)$$

где $\mathcal{H}_f = R'_f/(\mathcal{M}R_f)$, $\mathcal{H}_g = R'_g/(\mathcal{M}uR_g)$. Используем аналогичные (7) переменные $(R_f, \mathcal{H}_f)$, $(R_g, \mathcal{H}_g)$, тогда кинетическая часть гамильтониана генерирует кинематические уравнения Гамильтона, эквивалентные определению двух параметров Хаббла $\mathcal{H}_f, \mathcal{H}_g$. Нетрудно получить аналогичное уравнение эволюции для переменной r :

$$r' = \mathcal{M}r(\mathcal{H}_f - u\mathcal{H}_g). \quad (22)$$

В качестве примера материи будем использовать скалярное поле и его феноменологическое описание на языке идеальной жидкости:

$$\mathcal{L}^{(\text{matter})} = \mathcal{L}_\phi = \sqrt{-\mathcal{G}} \left(-\frac{1}{2} \mathcal{G}^{\mu\nu} \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} - \mathcal{U}(\phi) \right), \quad (23)$$

предполагая, что при космологическом рассмотрении оно зависит только от времени: $\phi = \phi(t)$. Из формул (15), (16) получаем, что

$$\mathcal{G}_{00} = -\mathcal{N}^2, \quad \mathcal{N} = \mathcal{M}(\alpha u + \beta), \quad \mathcal{G}_{0i} = 0, \quad \mathcal{G}_{ij} = R^2 \delta_{ij} \equiv \psi_{ij}, \quad R = \alpha R_g + \beta R_f. \quad (24)$$

Тогда

$$\pi_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}_\phi}{\partial \phi'} = \frac{R^3}{\mathcal{N}} \phi', \quad \phi' = \frac{\mathcal{N}}{R^3} \pi_\phi. \quad (25)$$

Плотность ρ и давление p соответствующей идеальной жидкости определяются формулами

$$\rho = \frac{\pi_\phi^2}{2R^6} + \mathcal{U}(\phi), \quad p = \frac{\pi_\phi^2}{2R^6} - \mathcal{U}(\phi), \quad (26)$$

так что плотность гамильтониана пропорциональна плотности этой жидкости, а плотность лагранжана – давлению. Полный гамильтониан имеет вид

$$H = \mathcal{M}(\mathcal{R} + u\mathcal{S}). \quad (27)$$

Варьируя по лагранжевым множителям $u, \mathcal{M}$, получаем первичные связи, равносильные двум уравнениям Фридмана:

$$\mathcal{S} = R_g^3 \left[-\frac{6}{\kappa_g} \mathcal{H}_g^2 + \alpha(\alpha + \beta r)^3 \rho + \frac{2m^2}{\kappa} B_0(r) \right] = 0, \quad (28)$$

$$\mathcal{R} = R_f^3 \left[-\frac{6}{\kappa_f} \mathcal{H}_f^2 + \frac{\beta}{r^3} (\alpha + \beta r)^3 \rho + \frac{2m^2}{\kappa} \frac{B_1(r)}{r^3} \right] = 0. \quad (29)$$

Из требования сохранения связи $\mathcal{S} = 0$ в ходе эволюции находим вторичную связь

$$\dot{\mathcal{S}} = \{\mathcal{S}, \mathcal{H}\} = \mathcal{M}\Omega = 0, \quad \Omega = \{\mathcal{S}, \mathcal{R}\} = \frac{6m^2 R_g^3}{\kappa} \Omega_1 \Omega_2 = 0. \quad (30)$$

Поскольку вторичная связь оказывается факторизованной, нужно рассмотреть две ветви решений:

$$\Omega_1 \equiv r\mathcal{H}_f - \mathcal{H}_g = 0, \quad \Omega_2 \equiv D_1(r) - \frac{\kappa}{2m^2} \alpha\beta(\alpha + \beta r)^2 p = 0, \quad (31)$$

где введено обозначение

$$D_i(r) = \beta_i + 2\beta_{i+1}r + \beta_{i+2}r^2. \quad (32)$$

Лагранжев множитель u определяется для каждой из ветвей ($i = 1, 2$) из условия сохранения соответствующей вторичной связи:

$$\Omega'_i = \{\Omega_i, \mathcal{H}\} \equiv \mathcal{M}(\{\Omega_i, \mathcal{R}\} + u_i\{\Omega_i, \mathcal{S}\}) = 0, \quad u_i = -\frac{\{\Omega_i, \mathcal{R}\}}{\{\Omega_i, \mathcal{S}\}}. \quad (33)$$

Второй лагранжев множитель $\mathcal{M}$ остается произвольным, связь $\mathcal{R} = 0$ является связью первого рода. Для первой ветви решений уравнений связи полезно выразить $\mathcal{H}_f$ и $\mathcal{H}_g$ через $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H}_f = \mathcal{H}\left(\frac{\alpha}{r} + \beta\right), \quad \mathcal{H}_g = \mathcal{H}(\alpha + \beta r), \quad \mathcal{H} = \frac{R'}{\mathcal{N}R}, \quad (34)$$

и можно переписать уравнения (28), (29) в виде

$$\mathcal{H}^2 = \frac{\kappa_g}{6} \alpha(\alpha + \beta r) \rho + \frac{m^2}{3} \frac{\kappa_g}{\kappa} \frac{B_0}{(\alpha + \beta r)^2}, \quad \mathcal{H}^2 = \frac{\kappa_f}{6r} \beta(\alpha + \beta r) \rho + \frac{m^2}{3r} \frac{\kappa_f}{\kappa} \frac{B_1}{(\alpha + \beta r)^2}. \quad (35)$$

После этого оказывается возможным выразить наблюдаемые величины в виде функций от ненаблюдаемой переменной r :

$$\rho = \mu^{-1} \frac{2m^2}{\kappa} \frac{\mu B_1(r) - r B_0(r)}{(\alpha + \beta r)^3 (\mu^{-1} r \alpha - \beta)}, \quad \mathcal{H}^2 = \frac{m^2}{3} \frac{\alpha B_1(r) - \beta B_0(r)}{(\alpha + \beta r)^2 (\mu^{-1} r \alpha - \beta)} \frac{\kappa_g}{\kappa}, \quad (36)$$

$$\Lambda = m^2 \frac{\kappa_g}{\kappa} \frac{B_0}{(\alpha + \beta r)^2}, \quad (37)$$

где $\mu = \kappa_f/\kappa_g$. Переход к случаю массивной гравитации для первой ветви означает, что метрика $f_{\mu\nu}$ должна быть фиксирована. Простейший вариант означает, что R_f и $\mathcal{M}$ постоянны. Тогда $\mathcal{H}_f = 0$, и связь $\Omega_1 = 0$ дает равенство $\mathcal{H}_g = 0$, т. е. R_g также должно быть постоянным, и фридмановское поведение для первой ветви невозможно.

Вторая ветвь решений $\Omega_2 = 0$ означает выполнение равенства

$$p = \frac{2m^2}{\kappa} \frac{D_1(r)}{\alpha\beta(\alpha + \beta r)^2}. \quad (38)$$

С учетом этого уравнения и уравнений первичных связей (28), (29) динамические гамильтоновы уравнения принимают вид

$$\dot{\mathcal{H}}_g = -\frac{N\kappa_g}{4}\alpha(\alpha + \beta r)^3(\rho + p), \quad \dot{\mathcal{H}}_f = -\frac{N\kappa_f}{4r^3}\beta(\alpha + \beta r)^3(\rho + p). \quad (39)$$

Отсюда следует соотношение

$$\frac{d\mathcal{H}_g}{d\mathcal{H}_f} = \mu^{-1} \frac{\alpha}{\beta} \alpha r^3. \quad (40)$$

В лагранжевом формализме анализ решений для второй ветви решений бигравитации был проведен в работе [15]. Для второй ветви решений уравнений связи не только бигравитация, но и массивная теория гравитации позволяет получить динамическую эволюцию масштабного фактора при плоской фоновой метрике [16].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Найденные Фридманом в 1922 г. уравнения остаются и по сей день главным инструментом изучения космологии. Наличие проблем с объяснением темной энергии и темной материи во Вселенной стимулирует изобретение новых теорий гравитации. В этих теориях уравнения Фридмана модифицируются, но сохраняют свои существенные черты. В работе были рассмотрены как теории массивной гравитации, так и бигравитация, взаимодействующая с материей через эффективную метрику. Предметом обсуждения является применимость этих теорий к описанию данных современных наблюдений.

Благодарности. Автор благодарен организаторам семинара за приглашение выступить с настоящим докладом.

Список литературы

- [1] А. Фридман, “Письма и рукописи”, В архиве П. Эренфеста, http://www.lorentz.leidenuniv.nl/history/Friedmann_archive/ 1922.
- [2] A. Friedmann, “Über die Krümmung des Raumes”, *Z. Phys.*, **10**:1 (1922), 377–386; А. А. Фридман, “О кривизне пространства”, *Журн. русск. физ.-хим. о-ва, часть физ.*, **56**:1 (1924), 59–68; *УФН*, **80**:3 (1963), 439–446; **93**:2 (1967), 280–287.
- [3] Ю. Ципенюк, “Каким я запомнил П. Л. Капицу”, *Квант*, **5–6** (2014), 23–25.
- [4] G. Gamov, *The Creation of the Universe*, Viking Press, New York, 1952.
- [5] А. Эйнштейн, “Приближенное интегрирование уравнений гравитационного поля”, *Собрание научных трудов*, т. 1, Наука, М., 1965, 514–523.
- [6] П. А. М. Дирак, “Фиксация координат в гамильтоновой теории гравитации”, *Собрание научных трудов*, т. 4: *Гравитация и космология. Воспоминания и размышления (лекции, научные статьи 1937–1984 гг.)*, Физматлит, М., 2005, 255–269.
- [7] Р. Арновитт, С. Дизер, К. В. Миснер, “Динамика общей теории относительности”, *Эйнштейновский сборник* 1967, ред. И. Е. Тамм, Г. И. Наан, Наука, М., 1967, 233–287.
- [8] B. S. DeWitt, “The quantum theory of gravity. I. The Canonical Theory”, *Phys. Rev.*, **160**:5 (1967), 1113–1148.
- [9] M. Ryan, *Hamiltonian Cosmology*, Springer, Berlin, 1972.
- [10] А. А. Логунов, *Релятивистская теория гравитации*, Наука, М., 2012.
- [11] С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, “О верхнем пределе на массу гравитона”, *Докл. РАН*, **360**:3 (1998), 332–334, arXiv: hep-th/9711147.

- [12] C. de Rham, G. Gabadadze, A. J. Tolley, “Resummation of massive gravity”, *Phys. Rev. Lett.*, **106**:23 (2011), 231101, 4 pp., arXiv: 1011.1232.
- [13] D. Boulware, S. Deser, “Can gravitation have a finite range?”, *Phys. Rev. D*, **6**:12 (1972), 3368–3382.
- [14] C. de Rham, L. Heisenberg, R. H. Ribeiro, “On couplings to matter in massive (bi-)gravity”, *Class. Quantum Grav.*, **32**:3 (2015), 035022, 29 pp., arXiv:1408.1678.
- [15] M. Lagos, J. Noller, “New massive bigravity cosmologies with double matter coupling”, *JCAP*, **01** (2016), 023, 30 pp., arXiv:1508.05864.
- [16] A. R. Solomon, J. Enander, Y. Akrami, T. S. Koivisto, F. König, E. Mörtzell, “Cosmological viability of massive gravity with generalized matter coupling”, *JCAP*, **04** (2015), 027, 19 pp., arXiv: 1409.8300.