Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ф. Дараби, Ф. Фелегари, Голографические модели темной энергии со взаимодействием и поправками к энтропии при различных обрезаниях в космологии Бранса–Дикке, *ТМФ*, 2017, том 191, номер 2, 334–353

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9199>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.253.173

26 апреля 2023 г., 13:01:45

© 2017 г.

Ф. Дараби*, Ф. Фелегари*

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ОБРЕЗАНИЯХ В КОСМОЛОГИИ БРАНСА–ДИККЕ

В рамках космологии Бранса–Дикке изучаются модели голографической темной энергии со взаимодействием и со степенными и логарифмическими поправками к энтропии при различных обрезаниях. Для демонстрации того, в каких из моделей с поправками к энтропии могут иметь место ускорение и фантомная фаза в ранней Вселенной и в настоящем, условия на параметр Бранса–Дикке рассматриваются в сопоставлении с условиями ускорения Вселенной и наличия фантомной фазы. Кроме того, определяется, какие из рассматриваемых моделей являются классически устойчивыми и какие – неустойчивыми, при ранних временах и в настоящем.

Ключевые слова: параметр Бранса–Дикке, поправки к энтропии, голографическая темная энергия.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9199>

1. ВВЕДЕНИЕ

Недавние космологические и астрофизические данные, полученные по наблюдениям сверхновых типа Ia, реликтового излучения и крупномасштабной структуры Вселенной, дают серьезные основания полагать, что наблюдаемая Вселенная переживает фазу расширения [1], и это расширение может управляться таинственной составляющей энергии с отрицательным давлением – так называемой темной энергией. Космологическая постоянная является самым простым кандидатом на роль темной энергии, это называется моделью Λ CDM. На сегодняшний день в космологии известно, что введение космологической постоянной сталкивается с двумя проблемами – тонкой настройки и космических совпадений [2], [3]. Проблема космических совпадений заключается в том, что Вселенная ведет себя так, что отношение плотностей темной материи и темной энергии должно быть постоянной

*Department of Physics, Azarbaijan Shahid Madani University, Tabriz, Iran.
E-mail: f.darabi@azaruniv.ac.ir, falegari@azaruniv.ac.ir

порядка единицы [4]. Существуют различные модели темной энергии, в том числе модели, в которых темная энергия есть космологическая постоянная, квинтэссенция, k -эссенция, фантомная энергия, квинтом, газ Чаплыгина, тахион и модифицированная гравитация [5], [2]. Недавно в работе [6] в качестве новой модели, основанной на голографическом принципе, была предложена модель голографической темной энергии (ГТЭ):

$$\rho_\Lambda = 3c^2 M_P^2 L^{-2}, \quad (1)$$

где c – постоянная, L – радиус обрезания и M_P – редуцированная планковская масса. В модели ГТЭ важную роль играет энтропийное соотношение Бекенштейна–Хокинга

$$S_{\text{BH}} = \frac{A}{4G},$$

которое выполняется на горизонте событий [7]; здесь $A \sim L^2$ – площадь горизонта. Поскольку это соотношение тесно связано с законом пропорциональности площади для энтропии, любые поправки к этому закону влияют на плотность энергии в модели ГТЭ. Такие поправки могут возникать из квантовой теории поля [8], [9], термических и квантовых флуктуаций в Большой группе квазаров [10]–[14], а также из теории струн [15].

Одной из возможных поправок к соотношению для энтропии является степенная поправка [8]:

$$S = \frac{A}{4G} (1 - K_\alpha A^{1-\alpha/2}); \quad (2)$$

здесь α – безразмерная константа и

$$K_\alpha = \frac{\alpha(4\pi)^{\alpha/2-1}}{(4-\alpha)r_c^{2-\alpha}}, \quad (3)$$

где r_c – масштаб кроссовера. Эта поправка приводит к модификации модели ГТЭ, которая в работе [16] названа моделью ГТЭ с полиномиальной поправкой к энтропии (модель ГТЭППЭ):

$$\rho_\Lambda = 3c^2 M_P^2 L^{-2} - \beta M_P^2 L^{-\alpha}, \quad (4)$$

где α и β – две константы порядка единицы. В работе [8] было показано, что обобщенный второй закон термодинамики для Вселенной со степенной поправкой к энтропии выполняется при $\alpha > 2$. Если $\alpha > 2$, то второе слагаемое в (4) сравнимо по порядку величины с первым слагаемым, когда L очень мало. Таким образом, поправка имеет физический смысл только в ранней Вселенной и пренебрежимо мала, когда Вселенная становится большой [16].

Еще одна возможная поправка к энтропии имеет следующий вид [17]:

$$S = \frac{A}{4G} + \tilde{\alpha} \ln \frac{A}{4G} + \tilde{\beta}, \quad (5)$$

где $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$ – две безразмерные константы. Логарифмический член также возникает в модели энтропийной космологии [18], в рамках которой можно объединить инфляцию Вселенной на ранних временах и ее ускорение на поздних временах. Соотношение площадей для энтропии можно разложить в бесконечный ряд, однако вкладом дополнительных членов можно пренебречь из-за малости константы Планка $\hbar$.

Следовательно, в качестве наиболее важного лидирующего слагаемого остается логарифмический член, который и рассматривается в настоящей статье. Рассматривая модифицированное соотношение (5) для энтропии и учитывая изменение ГТЭ, мы модифицируем выражение для плотности энергии. Недавно в работе [19] было предложено записать плотность энергии ρ_Λ для модели ГТЭ с логарифмической поправкой к энтропии (модель ГТЭЛПЭ) в следующем виде:

$$\rho_\Lambda = \frac{3c^2\phi^2}{4\omega L^2} + \frac{\alpha}{L^4} \ln \frac{L^2\phi^2}{4\omega} + \frac{\beta}{L^4}, \quad (6)$$

где α и β – безразмерные константы. Второе и третье слагаемые в (6) сравнимы по величине с первым, только если L очень мала, следовательно, поправка, вносимая этими слагаемыми, имеет физический смысл только в ранней Вселенной. Когда Вселенная становится большой, этими поправками можно пренебречь и ГТЭЛПЭ сводится к обычной ГТЭ. Поэтому в дальнейшем мы сначала исследуем сегодняшнее состояние Вселенной и затем изучаем эффект от различных обрезаний, рассматривая поправки к состоянию Вселенной на ранних временах [20]. Поскольку плотность ГТЭ отвечает динамической космологической постоянной, в качестве альтернативы общей теории относительности нам потребуется динамический подход, который согласован с такой плотностью ГТЭ.

Скалярно-тензорная теория гравитации как альтернатива общей теории относительности была впервые представлена в работах [21], [22]. Впоследствии она сыграла значительную роль в разрешении проблем стандартной космологии в контексте инфляционного сценария. Основная мотивация для использования моделей скалярного поля при поисках решения современных проблем темной энергии в космологии вытекает из физики элементарных частиц, а также из теории струн. Для решения проблемы темной энергии в рамках теории скалярного поля был предложен ряд моделей динамической темной энергии с эволюционирующим во времени уравнением состояния: модель квинтэссенции [23], k -эссенции [24], фантомной энергии [25], тахионные [26] и квинтомные [27] модели. Также одним из наиболее привлекательных предметов исследования в этом направлении является переформулировка голографических и алгебраических моделей темной энергии со скалярным полем [28]–[31]. Одна из таких попыток с интересными результатами – это исследование модели ГТЭ в рамках теории Бранса–Дикке (БД), в рамках которой, например, получается [32], что из модели ГТЭ для Вселенной, не являющейся плоской, нельзя получить уравнение состояния типа уравнения с фантомной энергией.

Цель настоящей работы – обобщить анализ, проведенный в работах [32], и рассмотреть в рамках космологии БД модели ГТЭ, содержащие взаимодействие и степенные или логарифмические поправки к энтропии. Мы получаем параметр уравнений состояния при различных подходящих обрезаниях. Мы также рассматриваем соответствие между, с одной стороны, моделями ГТЭ со взаимодействием и степенными и логарифмическими поправками к энтропии в космологии БД и, с другой стороны, моделями квинтэссенции и тахионными моделями скалярного поля для Вселенной, не являющейся плоской. Кроме того, мы проводим анализ устойчивости моделей, вводя в качестве определяющего параметра квадрат скорости звука $v_s^2 = dp/d\rho$ [33]. Если $v_s^2 < 0$, мы имеем классическую неустойчивость по отношению к возмущениям. Напротив, условие $v_s^2 > 0$ может привести к устойчивой по отношению к возмущениям Вселенной.

2. МОДЕЛИ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ В КОСМОЛОГИИ БД

Действие в теории БД может быть записано в следующем каноническом виде [34]:

$$\int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{1}{8\omega} \phi^2 R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + L_M \right), \quad (7)$$

где g – определитель тензорной метрики $g^{\mu\nu}$, ω – параметр БД, R – скалярная кривизна Риччи и L_M – лагранжиан полей материи. Вариация действия по метрике $g^{\mu\nu}$ и скалярному полю БД ϕ дает

$$\phi G_{\mu\nu} = -8\pi T_{\mu\nu}^M - \frac{\omega}{\phi} \left(\phi_{,\mu} \phi_{,\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \phi_{,\lambda} \phi_{,\lambda} - \phi_{;\mu;\nu} + \square \phi g_{\mu\nu} \right), \quad (8)$$

$$\square \phi = \frac{8\pi}{2\omega + 3} (T^M)^\lambda_\lambda. \quad (9)$$

Здесь $T_{\mu\nu}^M$ – тензор энергии-импульса полей материи.

Вселенная Фридмана–Робертсона–Уокера задается метрикой

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (10)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор и k – параметр кривизны. Используя это соотношение, мы можем привести полевые уравнения (8) и (9) к более простому виду

$$\frac{3}{4\omega} \phi^2 \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{3}{2\omega} H \dot{\phi} \phi = \rho_m + \rho_\Lambda, \quad (11)$$

$$-\frac{1}{4\omega} \phi^2 \left(2\frac{\ddot{a}}{a} + H^2 + \frac{k}{a^2} \right) - \frac{1}{\omega} H \dot{\phi} \phi - \frac{1}{2\omega} \ddot{\phi} \phi - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\omega} \right) \dot{\phi}^2 = p_\Lambda, \quad (12)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{3}{2\omega} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + H^2 + \frac{k}{a^2} \right) \phi = 0, \quad (13)$$

где $H = \dot{a}/a$ – параметр Хаббла, ρ_m – плотность материи при нулевом давлении и p_Λ – давление темной энергии.

Мы полагаем, что присутствует взаимодействие между ГТЭ с поправкой к энтропии и темной материей, которое задается следующим образом:

$$\dot{\rho}_\Lambda + 3H(1 + \omega_\Lambda)\rho_\Lambda = -Q, \quad (14)$$

$$\dot{\rho}_M + 3H\rho_M = Q, \quad (15)$$

где $Q = 3b^2 H(\rho_\Lambda + \rho_m)$ – член взаимодействия и b^2 – константа связи. Кроме того, следуя работам [35], мы предполагаем, что поле БД ведет себя, как $\phi = a^n$, таким образом,

$$\dot{\phi} = nH\phi, \quad \ddot{\phi} = (n^2 H^2 + n\dot{H})\phi. \quad (16)$$

Особый интерес представляет случай, когда n мало, а параметр ω велик, так что произведение $n\omega \sim 1$ [35]. Относительные плотности энергии задаются как

$$\Omega_M = \frac{4\omega\rho_m}{3\phi^2 H^2}, \quad (17)$$

$$\Omega_k = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad (18)$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{4\omega\rho_\Lambda}{3\phi^2 H^2}. \quad (19)$$

Взяв производную по времени от уравнения (11), получим

$$H(z) = H_0 \left[\frac{\Omega_{M_0}(1+z)^{2n+3}}{1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda} \right]^{1/2}, \quad (20)$$

где мы преобразовали производную по времени в производную по z , а нижний индекс 0 означает, что данная величина рассматривается в настоящий момент времени. Также мы получаем параметр, характеризующий замедление:

$$q = -\frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}. \quad (21)$$

Дифференцирование выражения (18) по времени дает

$$\frac{d\Omega_k}{dz} = 2\Omega_k \left((1+z)^{-1} - \frac{dH/dz}{H} \right), \quad (22)$$

где мы использовали соотношения

$$\frac{d\Omega_k}{dt} = -H(1+z) \frac{d\Omega_k}{dz}, \quad \frac{dH}{dt} = -H(1+z) \frac{dH}{dz}. \quad (23)$$

С другой стороны, дифференцируя выражение (19), с учетом уравнения (14) и формулы

$$\frac{d\Omega_\Lambda}{dt} = -H(1+z) \frac{d\Omega_\Lambda}{dz}$$

мы получаем

$$\frac{d\Omega_\Lambda}{dz} = (1+z)^{-1} \left[3b^2(\Omega_\Lambda + \Omega_m) + 3(1 + \omega_\Lambda)\Omega_\Lambda + 2n\Omega_\Lambda - 2\Omega_\Lambda(1+z) \frac{dH/dz}{H} \right].$$

Дифференцируя выражение (20), с учетом уравнения (22) и формулы для dH/dt из (23) мы получаем

$$\begin{aligned} \frac{dH/dz}{H} = & - \frac{(2n+3+3b^2)(1+\Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n)}{2(1+z)(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)} - \\ & - \frac{-2\Omega_k + 3\Omega_\Lambda\omega_\Lambda}{2(1+z)(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Следовательно, используя это равенство, мы можем записать для параметра замедления выражение

$$q = -1 - \frac{(2n + 3 + 3b^2)(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n) - 2\Omega_k + 3\Omega_\Lambda\omega_\Lambda}{2(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)}. \quad (25)$$

Кроме того, применяя формулы (4), (6) и (19), получаем соотношения

$$\beta = \frac{3c^2}{L^{-\alpha+2}} \left(1 - \frac{L^2 H^2 \Omega_\Lambda}{c^2} \right), \quad (26)$$

$$\alpha \ln \frac{\phi^2 L^2}{4\omega} + \beta = L^4 \left(H^2 \Omega_\Lambda - \frac{c^2}{L^2} \right) \frac{3\phi^2}{4\omega}, \quad (27)$$

которые в дальнейшем будут использованы при выводе выражения для ω_Λ .

Для моделей ГТЭ со степенной или логарифмической поправкой к энтропии при любых обрезаниях в космологии БД, беря производную выражения (4) с учетом (14) и производную выражения (6) с учетом (26), (27), мы получаем соответственно уравнения

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & -1 - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2}{3} n^2 \omega + 2n \right) - \\ & - \frac{2c^2}{L^2 H \Omega_\Lambda} \left[(1+z) \frac{dL/dz}{L} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{L^2 H^2 \Omega_\Lambda}{c^2} \right) \right) + \frac{L^2 H^2 \Omega_\Lambda n}{c^2} \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & -1 - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2}{3} n^2 \omega + 2n \right) - \\ & - \left(n - \frac{dL/dz}{L} (1+z) \right) \left[\frac{2c^2}{3L^2 H^2 \Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega(1+z)^{2n}}{9L^4 H^2 \Omega_\Lambda} \right] - \frac{4}{3} (1+z) \frac{dL/dz}{L}. \end{aligned} \quad (29)$$

При изучении эволюции Вселенной одной из наиболее важных величин является квадрат скорости звука $v_s^2 = dp/d\rho$. Для потока темной энергии он задается как

$$v_s^2 = \frac{dp_\Lambda}{d\rho_\Lambda} = \frac{\dot{p}_\Lambda}{\dot{\rho}_\Lambda}. \quad (30)$$

Также мы имеем

$$v_s^2 = \omega_\Lambda - \frac{\dot{\omega}_\Lambda}{3H(1 + \omega_\Lambda^{\text{eff}})}, \quad (31)$$

где $\omega_\Lambda^{\text{eff}} = \omega_\Lambda + Q/3H\rho_\Lambda$ отвечает эффективному уравнению для параметра состояния темной энергии. Если $v_s^2 > 0$, то мы имеем классическую устойчивость, а если $v_s^2 < 0$, то мы имеем классическую неустойчивость Вселенной [36].

3. МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ В СЛУЧАЕ ХАББЛОВСКОГО ОБРЕЗАНИЯ

Хаббловское обрезание имеет вид $L = H^{-1}$.

3.1. Модель ГТЭППЭ. Используя соотношения (20), (24) и (28), получаем

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & \left\{ -1 - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2}{3} n^2 \omega + 2n \right) - \frac{2c^2 H_0}{\Omega_\Lambda} \left[\frac{\Omega_{M_0} (1+z)^{2n+3}}{1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda} \right]^{1/2} \times \right. \\ & \times \left[\left(\frac{(2n+3+3b^2)(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n) - 2\Omega_k}{2(-1 - 2n + (2n^2/3)\omega)} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\Omega_\Lambda}{c^2} \right) \right) + \frac{n\Omega_\Lambda}{c^2} \right] \times \\ & \times \left\{ \left(-1 - 2n + \frac{2}{3} n^2 \omega \right) \times \right. \\ & \times \left. \left[-1 - 2n + \frac{2}{3} n^2 \omega + 3c^2 H_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\Omega_\Lambda}{c^2} \right) \right) \left[\frac{\Omega_{M_0} (1+z)^{2n+3}}{1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda} \right]^{1/2} \right]^{-1} \right\}. \end{aligned}$$

Мы полагаем, что в настоящий момент $z \simeq 0$, $\alpha \simeq 0$, $c^2 \simeq 1.1$ [37], $n \simeq 0.005$ [38], $H_0 \simeq 67.8$, $\Omega_\Lambda \simeq 0.7$, $\Omega_{M_0} \simeq 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ и $b^2 = 0.02$ [37]. Условие ускорения $q < 0$ приводит к диапазону $-10^4 \lesssim \omega \lesssim 10^4$, который практически совпадает с условием $\omega_\Lambda < -1$, при котором может существовать фантомная фаза.

Для ранней Вселенной, используя (21), (28) и условие $H \simeq \text{const}$ [39], мы получаем, что $q \simeq -1$ и $\omega_\Lambda = -1 - 2nH$. При малых временах для выполнения неравенства $\omega_\Lambda < -1$ необходимо $n > 0$, таким образом, значение $n \simeq 0.005$ [38] согласуется с наличием фантомной фазы. Следовательно, модель ГТЭППЭ с хаббловским обрезанием и при $-10^4 \lesssim \omega \lesssim 10^4$ поддерживает сценарии инфляционной и ускоряющейся Вселенной с фантомной фазой для ранней и современной Вселенной соответственно.

Используя выражения для ω_Λ и ее производной по времени при малых временах и в настоящий момент, а также формулу (31) с $b^2 = 0, 0.02, 0.04, 0.06$, мы получаем для малых времен и в настоящий момент $v_s^2 < 0$ и $v_s^2 > 0$ соответственно. Это показывает, что модель ГТЭППЭ классически неустойчива при малых временах и классически устойчива в настоящем.

3.2. Модель ГТЭЛПЭ. Используя (20), (24) и (29), мы получаем

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & \left\{ -1 - n \left[\frac{2c^2}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H_0^2 \Omega_{M_0} (1+z)^{4n+3}}{9\Omega_\Lambda (1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} \right] + \right. \\ & + \left[\frac{-2\Omega_k + (2n+3+3b^2)(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n)}{2(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)} \right] \times \\ & \times \left[\frac{2c^2}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H_0^2 \Omega_{M_0} (1+z)^{4n+3}}{9\Omega_\Lambda (1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} - \frac{4}{3} \right] - \\ & - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} (1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n) \left. \right\} \times \\ & \times \left[1 - \left(\frac{3\Omega_\Lambda}{2(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)} \right) \left[\frac{2c^2}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H_0^2 \Omega_{M_0} (1+z)^{4n+3}}{9\Omega_\Lambda (1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} - \frac{4}{3} \right] \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Взяв тот же набор численных данных, что и выше, мы получаем условие $\omega \lesssim 8383$, для того чтобы получить в настоящем $q < 0$. Однако для выполнения неравенства $\omega_\Lambda < -1$ требуется, чтобы $\omega \lesssim -2860$. Другими словами, неравенство $\omega \lesssim -2860$ поддерживает условия наличия фантомной фазы и ускоряющейся Вселенной. При $-2860 \lesssim \omega \lesssim 8380$ мы имеем ускоряющуюся Вселенную без фантомной фазы.

Для ранней Вселенной, используя (21), (29) и условие $H \simeq \text{const}$, мы получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 - n \left[\frac{2c^2}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H^2(1+z)^{2n}}{9\Omega_\Lambda} \right]. \quad (32)$$

При значениях параметров $z \simeq 10^4$, $\alpha \simeq 1$, $c^2 \simeq 1.1$, $\Omega_\Lambda \simeq 1$ для выполнения неравенств $\omega_\Lambda < -1$ или $\omega_\Lambda > -1$ требуется $\omega \gtrsim -H^{-2}$ или $\omega \lesssim -H^{-2}$ соответственно.

Таким образом, модель ГТЭЛПЭ с хаббловским обрезанием и $\omega \lesssim -2860$ поддерживает сценарии инфляции и ускоряющейся Вселенной с присутствием фантомной фазы в настоящей Вселенной; однако ранняя Вселенная может быть инфляционной и при этом иметь или не иметь фантомную фазу, если $\omega \gtrsim -H^{-2}$ или $\omega \lesssim -H^{-2}$ соответственно. Для модели ГТЭППЭ с использованием той же процедуры мы получаем $v_s^2 < 0$ как для ранних, так и для настоящих времен, что объясняет классическую неустойчивость Вселенной в обоих эрах.

4. ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ В СЛУЧАЕ ОБРЕЗАНИЯ НА ВИДИМОМ ГОРИЗОНТЕ

Обрезание на видимом горизонте задается масштабом

$$L = \tilde{r}_A = \frac{1}{\sqrt{H^2 + k/a^2}}. \quad (33)$$

4.1. Модель ГТЭППЭ. В случае голографической модели со степенной поправкой к энтропии, используя соотношения (20), (24), (28) и (33), мы можем получить параметр уравнения состояния для настоящего момента времени:

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & \left\{ -1 - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2}{3}n^2\omega + 2n \right) - \right. \\ & - \frac{2c^2 H_0(1 + \Omega_k)}{\Omega_\Lambda} \left[\frac{\Omega_{M_0}(1+z)^{2n+3}}{1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda} \right]^{1/2} \times \\ & \times \left[\left((2n + 3 + 3b^2) \left(1 + \Omega_k - \frac{2}{3}n^2\omega + 2n \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\Omega_k \left(-2n + \frac{2}{3}n^2\omega \right) \right) \left(2(1 + \Omega_k) \left(-1 - 2n + \frac{2}{3}n^2\omega \right) \right)^{-1} \times \right. \\ & \left. \times \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\Omega_\Lambda}{c^2(1 + \Omega_k)} \right) \right) + \frac{n\Omega_\Lambda}{c^2(1 + \Omega_k)} \right] \Big\} \times \\ & \times \left\{ \left(-1 - 2n + \frac{2}{3}n^2\omega \right) \left[-1 - 2n + \frac{2}{3}n^2\omega + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3c^2 H_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\Omega_\Lambda}{c^2(1 + \Omega_k)} \right) \right) \left[\frac{\Omega_{M_0}(1+z)^{2n+3}}{1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda} \right]^{1/2} \right]^{-1} \right\}. \end{aligned}$$

Мы полагаем, что в настоящий момент $z \simeq 0$, $\alpha \simeq 0$, $c^2 = 1.1$ [37], $n = 0.005$ [38], $H_0 = 67.8$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $\Omega_{M_0} = 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ и $b^2 = 0.02$ [37]. При этих данных условие ускорения $q < 0$ и присутствия фантомной фазы $\omega_\Lambda < -1$ приводят соответственно к неравенствам $\omega < 10^4$ и $-10^4 < \omega < 10^4$. Таким образом, при $-10^4 < \omega < 10^4$ мы имеем как ускорение, так и фантомную фазу.

При ранних временах, используя (28) и условие $H = \text{const}$, получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 - \frac{2c^2 H(1 + \Omega_k)}{\Omega_\Lambda} \left[-\frac{\Omega_k}{1 + \Omega_k} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\Omega_\Lambda}{c^2(1 + \Omega_k)} \right) \right) + \frac{n\Omega_\Lambda}{c^2(1 + \Omega_k)} \right]. \quad (34)$$

Для выполнения условия $\omega_\Lambda < -1$ требуется $n > 0$, поэтому величина $n \simeq 0.005$ [38] согласуется с наличием фантомной фазы. Следовательно, модель ГТЭППЭ с обрезаемостью на видимом горизонте и при $-10^4 \lesssim \omega \lesssim 10^4$ поддерживает сценарии инфляционной и ускоряющейся Вселенной с фантомной фазой при ранних временах и в настоящем соответственно.

Используя выражения для ω_Λ и ее производной по времени, отвечающие ранним временам и настоящему моменту, а также формулу (31) с $b^2 = 0, 0.02, 0.04, 0.06$, мы получаем для ранних времен и настоящего момента $v_s^2 < 0$ и $v_s^2 > 0$ соответственно. Это показывает, что модель ГТЭППЭ обладает классической неустойчивостью при ранних временах и классической устойчивостью в настоящем.

4.2. Модель ГТЭЛПЭ. Для модели ГТЭЛПЭ, используя (20), (24) и (29), для настоящего момента времени мы можем записать

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & \left\{ -1 - \left(n + \frac{\Omega_k}{(1 + \Omega_k)} \right) \left[\frac{2c^2(1 + \Omega_k)}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H_0^2 \Omega_{M_0}(1 + z)^{4n+3}(1 + \Omega_k)^2}{9\Omega_\Lambda(1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} \right] + \right. \\ & + \frac{4\Omega_k}{3(1 + \Omega_k)} + \\ & + \left[\frac{-2\Omega_k + (2n + 3 + 3b^2)(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n)}{2(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)(1 + \Omega_k)} \right] \times \\ & \times \left[\frac{2c^2(1 + \Omega_k)}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H_0^2 \Omega_{M_0}(1 + z)^{4n+3}(1 + \Omega_k)^2}{9\Omega_\Lambda(1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} - \frac{4}{3} \right] - \\ & - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2n^2}{3}\omega + 2n \right) \Big\} \times \\ & \times \left\{ 1 - \left(\frac{3\Omega_\Lambda}{2(-1 + (2n^2/3)\omega - 2n)(1 + \Omega_k)} \right) \times \right. \\ & \times \left[\frac{2c^2(1 + \Omega_k)}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H_0^2 \Omega_{M_0}(1 + z)^{4n+3}(1 + \Omega_k)^2}{9\Omega_\Lambda(1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} - \frac{4}{3} \right] \Big\}^{-1}. \end{aligned}$$

Для настоящего времени мы полагаем $z \simeq 0$, $c^2 = 1.1$ [37], $n = 0.005$ [38], $H_0 = 67.8$, $\Omega_{M_0} = 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ и $b^2 = 0.02$ [37]. При этих данных для $q < 0$ и $\omega_\Lambda < -1$ мы получаем $-29032 \lesssim \omega \lesssim 34254$ и $16908 \lesssim \omega \lesssim 38858$ соответственно. Таким образом, ускорение и фантомная фаза присутствуют для некоторого диапазона значений ω .

При ранних временах, используя (29), (33) и условие $H = \text{const}$, мы получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 - \left(n + \frac{\Omega_k}{(1 + \Omega_k)} \right) \left[\frac{2c^2(1 + \Omega_k)}{3\Omega_\Lambda} + \frac{8\alpha\omega H^2(1 + z)^{2n}(1 + \Omega_k)^2}{9\Omega_\Lambda} \right] + \frac{4\Omega_k}{3(1 + \Omega_k)},$$

где α – безразмерная константа порядка единицы. Для $z \simeq 10^4$, $\alpha \simeq 1$, $c^2 \simeq 1.1$ и $\Omega_\Lambda \simeq 1$ условия $\omega_\Lambda < -1$ или $\omega_\Lambda > -1$ требуют выполнения неравенств $\omega \gtrsim -H^{-2}$ или $\omega \lesssim -H^{-2}$ соответственно. Таким образом, модель ЛТЭЛПЭ с обрезанием на видимом горизонте при $16908 \lesssim \omega \lesssim 38858$ поддерживает модель инфляционной и ускоряющейся Вселенной с фантомной фазой для настоящего времени, однако для ранней Вселенной мы можем получить инфляционные модели с фантомной фазой или без фантомной фазы, если $\omega \gtrsim -H^{-2}$ или $\omega \lesssim -H^{-2}$ соответственно.

Используя ту же процедуру, для модели ГТЭЛПЭ при настоящих временах мы получаем, что квадрат скорости звука v_s^2 отрицателен при $0.5 < \Omega_\Lambda < 1$ и положителен при $0 < \Omega_\Lambda < 0.5$. Другими словами, мы имеем классическую неустойчивость при $0.5 < \Omega_\Lambda < 1$ и классическую неустойчивость при $0 < \Omega_\Lambda < 0.5$.

При ранних временах мы получаем, что квадрат скорости звука всегда отрицателен и имеет место классическая неустойчивость.

5. МОДЕЛЬ ГТЭ С ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ И ОБРЕЗАНИЕМ НА ГОРИЗОНТЕ СОБЫТИЙ

Обрезание на горизонте событий задается соотношениями

$$L = a(t)r(t), \quad r(t) = \frac{\sqrt{|k|}y \sin n}{\sqrt{|k|}} = \begin{cases} \sin y, & k = 1, \\ y, & k = 0, \\ \text{sh } y, & k = -1, \end{cases} \quad (35)$$

где

$$y = \frac{R_h}{a(t)} = a(t) \int_{a(t)}^{\infty} \frac{da(t)}{a^2(t)H}. \quad (36)$$

Здесь L – радиус горизонта событий, измеренный на сфере горизонта, и R_h – пространственный радиус горизонта событий [40].

5.1. Модель ГТЭППЭ. Для модели РГТЭППЭ, используя (20), (24), (28), (35) и (36), для настоящего момента мы можем записать выражение

$$\omega_\Lambda = -1 - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2n^2}{3}\omega + 2n \right) - \frac{2H_0}{\gamma_c} \left[\frac{\Omega_{M_0}(1+z)^{2n+3}}{1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda} \right]^{1/2} \left[-1 + n\gamma_c + \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{c^2\gamma_c} - \Omega_k} \right],$$

где

$$\gamma_c = 1 - \frac{\beta}{3c^2} L^{2-\alpha}.$$

Для модели РГТЭППЭ при ранних временах, используя (28), (35), (36) и условие $H \simeq \text{const}$, мы получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 - 2Hc^2 \left[(-1 + \sqrt{\Omega_\Lambda - \Omega_k}) \left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{1}{c^2} \right) \right) + \frac{n}{c^2} \right].$$

Для настоящего момента мы полагаем $z \simeq 0$, $\alpha \simeq 0$, $c^2 = 1.1$ [37], $n = 0.005$ [38], $H_0 = 67.8$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $\Omega_{M_0} = 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ и $b^2 = 0.02$ [37]. При этих значениях

параметров условие $q < 0$ приводит к ограничению $-5000 < \omega < 0$; при этом нельзя получить никакие значения параметра Бранса–Дикке, которые гарантировали бы выполнение условия $\omega_\Lambda < -1$ наличия фантомной фазы. Следовательно, мы имеем ускорение без фантомной фазы.

Используя выражения для ω_Λ и ее производной по времени при ранних временах и в настоящем, а также формулу (31) с $b^2 = 0, 0.02, 0.04, 0.06$, мы получаем в настоящем классическую устойчивость в диапазоне $0 < \Omega_\Lambda < 0.2$ и классическую неустойчивость в диапазоне $0.2 < \Omega_\Lambda < 1$. При ранних временах мы находим, что квадрат скорости звука v_s^2 положителен, что свидетельствует о классической устойчивости.

5.2. Модель ГТЭЛПЭ. Используя (20), (24), (29), (35) и (36), для настоящего момента мы можем записать выражение

$$\omega_\Lambda = -1 - n \left[\frac{2}{3\gamma_\alpha} + \frac{8\alpha\omega(1+z)^{2n}}{9L^2c^2\gamma_\alpha} \right] + \\ + \left(1 - \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{c^2\gamma_\alpha} - \Omega_k} \right) \left[-\frac{2}{3\gamma_\alpha} - \frac{8\alpha\omega(1+z)^{2n}}{9L^2c^2\gamma_\alpha} + \frac{4}{3} \right] - \frac{b^2}{\Omega_\Lambda} \left(1 + \Omega_k - \frac{2n^2}{3}\omega + 2n \right),$$

где

$$\gamma_\alpha = 1 + \frac{4\omega(1+z)^{2n}}{3L^2c^2} \left[\alpha \ln \left(\frac{L^2}{4\omega(1+z)^{2n}} + \beta \right) \right].$$

Для модели ГТЭЛПЭ при ранних временах, используя (29), (35), (36) и условие $H = \text{const}$, мы получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 - n \left[\frac{2c^2}{3} + \frac{8\alpha\omega(1+z)^{2n}H^2}{9} \right] + (1 - \sqrt{\Omega_\Lambda - \Omega_k}) \left[-\frac{2c^2}{3} - \frac{8\alpha\omega(1+z)^{2n}H^2}{9} + \frac{4}{3} \right].$$

Для настоящего момента мы полагаем $z \simeq 0$, $\alpha \simeq 0$, $c^2 = 1.1$ [37], $n = 0.005$ [38], $H_0 = 67.8$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $\Omega_{M_0} = 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ и $b^2 = 0.02$ [37]. При этих значениях параметров условия ускорения $q < 0$ и наличия фантомной фазы $\omega_\Lambda < -1$ приводят к неравенствам $-51628 \lesssim \omega \lesssim 59086$ и $\omega \lesssim -225706$ соответственно. Следовательно, мы имеем ускорение без фантомной фазы.

При ранних временах, используя значения параметров $z \simeq 10^4$, $\alpha \simeq 1$, $c^2 \simeq 1.1$ и $\Omega_\Lambda \simeq 1$, из $\omega_\Lambda < -1$ или $\omega_\Lambda > -1$ получаем $\omega \gtrsim -H^{-2}$ и $\omega \lesssim -H^{-2}$ соответственно.

Применяя ту же процедуру для модели ГТЭЛПЭ, мы получаем $v_s^2 < 0$ в настоящем и $v_s^2 > 0$ на ранних временах, что объясняет классическую неустойчивость в настоящем и классическую неустойчивость при ранних временах.

6. МОДЕЛЬ ГТЭ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ ПРИ ОБРЕЗАНИИ С ПОМОЩЬЮ СКАЛЯРА РИЧЧИ

Рассмотрим инфракрасное обрезание вида $L = R^{-1/2}$, где R – скалярная кривизна Риччи. Обрезание с помощью скаляра Риччи задается формулой

$$R = 6 \left(\dot{H} + 2H^2 + \frac{k}{a^2} \right). \quad (37)$$

Здесь $\dot{H}$ – производная параметра Хаббла по космическому времени t . Используя соотношения (11) и (16), мы получаем [41]

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{4\omega}{3\phi^2}(\rho_\Lambda + \rho_M) + 2nH^2\left(-1 + \frac{n\omega}{3}\right). \quad (38)$$

Теперь с учетом этих формул мы можем записать

$$R = 6\left\{\dot{H} + H^2 + \frac{4\omega}{3\phi^2}(\rho_\Lambda + \rho_M) + 2nH^2\left(-1 + \frac{n\omega}{3}\right)\right\}. \quad (39)$$

Продифференцируем равенство (38) по космическому времени t и учтем соотношения (14), (15) и (38), отсюда выводим равенство

$$\dot{H} + H^2 = \frac{4\omega}{3\phi^2(-1 + 2n(n\omega/3 - 1))}\left[\rho_\Lambda\left(\frac{3}{2}\omega_\Lambda + \frac{1}{2} + n\right) + \left(n + \frac{1}{2}\right)\rho_M\right]. \quad (40)$$

Подставляя его в (39), имеем

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & \left(\frac{\phi^2(2n^2\omega - 6n - 3)}{\rho_\Lambda}\right)\left(\frac{R}{36\omega} - \frac{nH^2(n\omega - 3)}{9\omega}\right) - \\ & - \frac{(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n)(4n^2\omega - 6n - 3)}{9\Omega_\Lambda}. \end{aligned} \quad (41)$$

Кроме того, используя (12), (16), (19), (21) и выражение $P_\Lambda = \rho_\Lambda\omega_\Lambda$, мы находим

$$q = \frac{1}{2(n+1)}[3\Omega_\Lambda\omega_\Lambda + (2n+1)^2 + 2n(n\omega - 1) + \Omega_k]. \quad (42)$$

6.1. Модель ГТЭППЭ. Используя формулу (4) и равенство $L = R^{-1/2}$, мы находим

$$\rho_\Lambda = \frac{3c^2\phi^2 R}{4\omega}\gamma_\mu, \quad \gamma_\mu = 1 - \frac{\beta}{3c^2}R^{\alpha/2-1}. \quad (43)$$

При ранних временах из соотношений (28), (37) и условия $H = \text{const}$ получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 + \frac{12c^2 H}{\Omega_\Lambda}\left[-1 + \frac{2n^2}{3}\omega - 2n + \Omega_\Lambda\right]\left\{1 - \frac{\alpha}{2}\left(1 - \frac{H^2\Omega_\Lambda}{c^2 R}\right)\right\} - 2nH. \quad (44)$$

Здесь α – безразмерная константа порядка единицы. Мы полагаем, что при ранних временах $c^2 = 1.1$, $\Omega_k \simeq 0$ [37], и считаем, что $\alpha > 2$ [16]. Оказывается, что для выполнения условия $\omega_\Lambda < -1$ требуется $n > 0$ при любых ω .

Для $0 < R < 1$ при ранних временах, взяв производную по времени от ω_Λ и используя выражения (31) и (44), находим, что квадрат скорости звука при ранних временах всегда отрицателен, и это означает, что мы имеем классическую неустойчивость.

6.2. Модель ГТЭЛПЭ. Используя выражение (6) и равенство $L^2 = R^{-1}$, можно получить

$$\rho_\Lambda = \frac{3c^2\phi^2 R}{4\omega} \gamma_\phi, \quad \gamma_\phi = 1 + \frac{4\omega R}{3c^2\phi^2} \left(\alpha \ln \frac{\phi^2}{4\omega R} + \beta \right). \quad (45)$$

При ранних временах из формул (37) и (29) и условия $H \simeq \text{const}$ мы получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_\Lambda = -1 - n \left[\frac{8c^2}{\Omega_\Lambda} + \frac{128\alpha\omega(1+z)^{2n}H^2}{\Omega_\Lambda} \right], \quad (46)$$

где α – безразмерная константа порядка единицы. Также мы полагаем $c^2 = 1.1$, $\Omega_k \simeq 0$ [37]. Потребовав выполнения условия $\omega_\Lambda < -1$, мы получаем диапазон $-10^{-98} < \omega < -10^{-42}$ и неравенство $n > -0.1$. Для $0 < R < 1$ при ранних временах, взяв производную по времени от выражения (46), с использованием соотношений (31) и (46) находим, что при ранних временах квадрат скорости звука всегда отрицателен. Это означает, что мы имеем классическую неустойчивость.

Для обеих моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ при настоящих временах мы рассматриваем случай $\alpha = \beta = 0$, $\gamma_\mu = 1$, $\gamma_\phi = 1$. Используя формулы (20), (41), (43) и (45), получаем

$$\begin{aligned} \omega_\Lambda = & \left(\frac{4(2n^2\omega - 6n - 3)}{3c^2} \right) \left[\frac{1}{36} - \frac{nH_0^2(n\omega - 3)\Omega_{M_0}(1+z)^{2n+3}}{9R(1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_\Lambda)} \right] - \\ & - \frac{(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n)(4n^2\omega - 6n - 3)}{9\Omega_\Lambda}. \end{aligned} \quad (47)$$

Теперь для обеих моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ положим $c^2 = 1.1$ [37], $n = 0.005$ [38], $H_0 = 67.8$, $\Omega_{M_0} = 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ [37] и $0 < R < 1$. При этих значениях для выполнения условий $q < 0$ и $\omega_\Lambda < -1$ имеем $2 \cdot 10^4 < \omega < 4.5 \cdot 10^4$ и $-10^5 < \omega < 10^4$ соответственно. Следовательно, мы наблюдаем ускорение без фантомной фазы.

Дифференцируя выражение (47) и используя для настоящего момента формулы (31) и (47) при $b^2 = 0, 0.02, 0.04, 0.06$ и $0 < R < 1$, находим, что квадрат скорости звука всегда положителен. Это означает, что мы имеем классическую устойчивость.

7. МОДЕЛЬ ГТЭ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И С ПОПРАВКАМИ К ЭНТРОПИИ В СЛУЧАЕ ОБРЕЗАНИЯ ГРАНДЫ–ОЛИВЕРОСА

Чтобы избежать проблемы причинности, Гранда и Оливерос предложили [29] новое обрезание для модели ГТЭ:

$$L = (\tilde{\alpha}H^2 + \tilde{\beta}\dot{H})^{-1/2},$$

где $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$ – константы. Подставляя (16) в (12) и используя выражение $P_\Lambda = \rho_\Lambda\omega_\Lambda$, получаем

$$\rho_\Lambda = -\frac{\phi^2 H^2}{4\omega\omega_\Lambda} \left(3 + \Omega_k + 4n + 2n^2(2 + \omega) + \frac{\dot{H}}{H^2}(2n + 2) \right). \quad (48)$$

Кроме того, подставляя (24) в (48), мы находим

$$\omega_{\Lambda} = \left[3 + \Omega_k + 4n + 2n^2(2 + \omega) + \right. \\ \left. + (n + 1) \left(\frac{(2n + 3 + 3b^2)(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n) - 2\Omega_k}{-1 - 2n + (2n^2/3)\omega} \right) \right] \times \\ \times \left(-\frac{4\omega\rho_{\Lambda}}{\phi^2 H^2} - \frac{3(n + 1)\Omega_{\Lambda}}{-1 - 2n + (2n^2/3)\omega} \right)^{-1}.$$

Для моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ, используя выражения (4) и (6), выводим соответственно

$$\rho_{\Lambda} = \frac{3c^2\phi^2}{4\omega L^2}\gamma_c \quad \text{и} \quad \rho_{\Lambda} = \frac{3c^2\phi^2}{4\omega L^2}\gamma_{\alpha}, \quad (49)$$

где L – масштаб обрезания Гранды–Оливероса. Для моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ в настоящий момент времени, взяв $\alpha = \beta = 0$ и использовав соотношения (20), (49) и (50), получим

$$\omega_{\Lambda} = \left\{ 3 + \Omega_k + 4n + 2n^2(2 + \omega) + \right. \\ \left. + (n + 1) \left[\frac{(2n + 3 + 3b^2)(1 + \Omega_k - (2n^2/3)\omega + 2n) - 2\Omega_k}{-1 - 2n + (2n^2/3)\omega} \right] \right\} \times \\ \times \left\{ -\frac{3c^2(1 + \Omega_k + (2n/3)(3 - n\omega) - \Omega_{\Lambda})}{L^2 H_0^2 \Omega_{M_0} (1 + z)^{2n+3}} - \frac{3(n + 1)\Omega_{\Lambda}}{-1 + (2n^2/3)\omega - 2n} \right\}^{-1},$$

где q задано в (42). Для настоящего времени возьмем $c^2 = 1.1$ [37], $n = 0.005$ [38], $H_0 = 67.8$, $\Omega_{M_0} = 0.27$, $\Omega_k \simeq 0$ и $b^2 = 0.02$ [37], а также $z = 0$ и $0 < L < 1$. Для обеих моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ условия $q < 0$ и $\omega_{\Lambda} < -1$ приводят к ограничениям $10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$ и $1.11 \cdot 10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$ соответственно. Следовательно, ускорение и фантомную фазу мы можем получить при $1.11 \cdot 10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$.

При ранних временах, используя выражения (48), (49) и условие $H = \text{const}$, получаем, что $q \simeq -1$ и

$$\omega_{\Lambda} = -\frac{3 + \Omega_k + 4n + 2n^2(2 + \omega)}{3\Omega_{\Lambda}}. \quad (50)$$

Взяв $c^2 = 1.1$ и $\Omega_k \simeq 0$ [37], найдем, что требование $\omega_{\Lambda} < -1$ приводит к $n > 0$.

Для настоящего времени, дифференцируя выражение для ω_{Λ} и используя формулу (31) с $b^2 = 0, 0.02, 0.04, 0.06$ и $0 < L < 1$, мы получаем классическую неустойчивость: для обеих моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ квадрат скорости звука отрицателен. На ранних временах с помощью той же процедуры мы получаем аналогичный результат: для обеих моделей ГТЭППЭ и ГТЭЛПЭ мы имеем классическую неустойчивость.

8. РЕЗУЛЬТАТЫ

Представим итоги наших рассматриваний в виде таблиц 1–6.

Таблица 1. Ограничения для ω , вытекающие из условия на параметр БД и условия $\omega_\Lambda < -1$ существования фантомной фазы, для настоящего времени.

Обрезание	Модель ГТЭППЭ	Модель ГТЭЛПЭ
хаббловское	$-10^4 < \omega < 10^4$	$\omega \lesssim -2860$
на видимом горизонте	$-10^4 < \omega < 10^4$	$16908 \lesssim \omega \lesssim 38858$
на горизонте событий	—	$\omega \lesssim -225706$
с помощью скаляра Риччи	$-10^5 < \omega < -10^4$	$-10^5 < \omega < -10^4$
Гранды–Оливероса	$1.11 \cdot 10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$	$1.11 \cdot 10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$

Таблица 2. Ограничения для ω , вытекающие из условия на параметр БД и условия $q < 0$ наличия ускорения, для настоящего времени.

Обрезание	Модель ГТЭППЭ	Модель ГТЭЛПЭ
хаббловское	$-10^5 < \omega < 10^5$	$\omega \lesssim 8383$
на видимом горизонте	$-10^5 < \omega < 10^5$	$-29032 \lesssim \omega \lesssim 34254$
на горизонте событий	$-5 \cdot 10^3 < \omega < 0$	$-51628 \lesssim \omega \lesssim 59086$
с помощью скаляра Риччи	$2 \cdot 10^4 < \omega < 4.5 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^5 < \omega < 4.5 \cdot 10^5$
Гранды–Оливероса	$10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$	$10^4 < \omega < 1.2 \cdot 10^4$

Таблица 3. Ограничения для ω , вытекающие из условия на параметр БД и условия $\omega_\Lambda < -1$ существования фантомной фазы, при ранних временах.

Обрезание	Модель ГТЭППЭ	Модель ГТЭЛПЭ
хаббловское	$n > 0,$ $-\infty < \omega < \infty$	$\omega > -H^{-2}$
на видимом горизонте	$n > 0,$ $-\infty < \omega < \infty$	$\omega > -H^{-2}$
на горизонте событий	$n > 0,$ $-\infty < \omega < \infty$	$\omega > -H^{-2}$
с помощью скаляра Риччи	$n > 0,$ $-\infty < \omega < \infty$	$n > -0.1,$ $-10^{-98} < \omega < 10^{-42}$
Гранды–Оливероса	$n > 0, \omega > 0$	$n > 0, \omega > 0$

Таблица 4. Ограничения для ω , вытекающие из условия на параметр БД и условия $q < 0$ наличия ускорения, при ранних временах.

Обрезание	Модель ГТЭППЭ	Модель ГТЭЛПЭ
хаббловское	$n \neq 0, -3/2,$ $\omega = -\frac{3(3H - 2n - 4)}{n(2n + 3)}$	$-\infty < n < \infty,$ $\omega = \frac{6n + 8.7}{2n^2 + 3n + 4H^2(10001)^{2n}}$
на видимом горизонте	$n \neq 0, -3/2,$ $\omega = -\frac{3(3H - 2n - 4)}{n(2n + 3)}$	$-\infty < n < \infty,$ $\omega = \frac{6n + 8.7}{2n^2 + 3n + 4H^2(10001)^{2n}}$
на горизонте событий	$n \neq 0, -3/2,$ $\omega = -\frac{3(3H - 2n - 4)}{n(2n + 3)}$	$-\infty < n < \infty,$ $\omega = \frac{6n + 8.7}{2n^2 + 3n + 4H^2(10001)^{2n}}$
с помощью скаляра Риччи	$n \neq 0,$ $\omega = \frac{33.75H^3 - 10.5H - 1.25n - 1.25}{n(11.25H^3 - 4.125H + 0.625)}$	$-\infty < n < \infty,$ $\omega = \frac{6n - 33.6}{-3n + 64H^2(10001)^{2n}}$
Гранды–Оливероса	$n = 0, \omega > 0$	$n = 0, \omega > 0$

Таблица 5. Классическая устойчивость или неустойчивость модели для настоящего времени.

Обрезание	Модель ГТЭППЭ	Модель ГТЭЛПЭ
хаббловское	устойчива	неустойчива
на видимом горизонте	устойчива	неустойчива при $0 < \Omega_\Lambda < 0.5$, устойчива при $0.5 < \Omega_\Lambda < 1$
на горизонте событий	устойчива при $0 < \Omega_\Lambda < 0.2$, неустойчива при $0.2 < \Omega_\Lambda < 1$	неустойчива
с помощью скаляра Риччи	устойчива	устойчива
Гранды–Оливероса	неустойчива	неустойчива

Таблица 6. Классическая устойчивость или неустойчивость модели при ранних временах.

Обрезание	Модель ГТЭППЭ	Модель ГТЭЛПЭ
хаббловское	неустойчива	неустойчива
на видимом горизонте	неустойчива	неустойчива
на горизонте событий	устойчива	устойчива
с помощью скаляра Риччи	неустойчива	неустойчива
Гранды–Оливероса	неустойчива	неустойчива

9. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В представленной работе мы изучили модель голографической темной энергии со взаимодействием и со степенными и логарифмическими поправками к энтропии при различных обрезаниях в рамках космологии Бранса–Дикке. Для сравнения моделей с двумя указанными поправками к энтропии при ранних временах и в настоящем мы получили параметр Бранса–Дикке и условия наличия ускорения и фантомной фазы. Кроме того, используя квадрат скорости света, мы сделали выводы о классической устойчивости или неустойчивости рассматриваемых моделей при различных обрезаниях. Этот анализ показывает, какие из моделей с поправками к энтропии могут проявлять себя как модели с ускорением и наличием или отсутствием фантомной фазы, а также какие модели являются устойчивыми и какие – неустойчивыми, при ранних временах Вселенной и в настоящее время.

Список литературы

[1] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Diercks, P. M. Garnavich, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, S. Jha, R. P. Kirshner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, D. Reiss, B. P. Schmidt, R. A. Schommer, R. Chris Smith, J. Spyromilio, C. Stubbs, N. B. Suntzeff, J. Tonry, “Observational evidence from Supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant”, *Astron. J.*, **116**:3 (1998), 1009–1038; S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. (The Supernova Cosmology Project), “Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift Supernovae”, *Astrophys. J.*, **517**:2 (1999), 565–586; P. de Bernardis, P. A. R. Ade, J. J. Bock et al., “A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation”, *Nature*, **404**:6781 (2000), 955–959; R. A. Knop, G. Aldering, R. Amanullah et al. (The Supernova Cosmology Project), “New Constraints on Ω_M , Ω_Λ , and w from an independent set of 11 high-redshift Supernovae observed with the Hubble space Telescope”, *Astrophys. J.*, **598**:1 (2003), 102–137; U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald et al., “Cosmological parameter analysis including SDSS $Ly\alpha$ forest and galaxy bias: constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy”, *Phys. Rev. D*, **71**:10 (2005), 103515, 20 pp.

[2] E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, “Dynamics of dark energy”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **15**:11 (2006), 1753–1935.

[3] S. Weinberg, “The cosmological constant problem”, *Rev. Modern Phys.*, **61**:1 (1989), 1–23.

[4] W. Zimdahl, D. Pavon, “Interacting holographic dark energy”, *Class. Quantum Grav.*, **24**:22 (2007), 5461–5478; Y. Bisabr, “Coincidence problem in $f(R)$ gravity models”, *Phys. Rev. D*, **82**:12 (2010), 124041, 6 pp.

- [5] T. Padmanabhan, “Cosmological constant – the weight of the vacuum”, *Phys. Rep.*, **380**:5–6 (2003), 235–320; Y.-F. Cai, E. N. Saridakis, M. R. Setare, J.-Q. Xia, “Quintom cosmology: theoretical implications and observations”, *Phys. Rep.*, **493**:1 (2010), 1–60.
- [6] L. Susskind, “The world as a hologram”, *J. Math. Phys.*, **36**:11 (1995), 6377–6396; S. Nojiri, S. D. Odintsov, “Unifying phantom inflation with late-time acceleration: scalar phantom-non-phantom transition model and generalized holographic dark energy”, *Gen. Relativ. Gravit.*, **38**:8 (2006), 1285–1304; K. Bamba, S. Capozziello, S. D. Odintsov, “Dark energy cosmology: the equivalent description via different theoretical models and cosmography tests”, *Astrophys. Space Sci.*, **342**:1 (2012), 155–228.
- [7] R. M. Wald, “Black hole entropy is the Noether charge”, *Phys. Rev. D*, **48**:8 (1993), R3427–R3431, arXiv: gr-qc/9307038.
- [8] N. Radicella, D. Pavón, “The generalized second law in universes with quantum corrected entropy relations”, *Phys. Lett. B*, **691**:3 (2010), 121–126.
- [9] M. Jamil, A. Sheykhi, M. U. Farooq, “Thermodynamics of interacting entropy-corrected holographic dark energy in a non-flat FRW universe”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **19**:11 (2010), 1831–1842.
- [10] A. Ashtekar, J. Baez, A. Corichi, K. Krasnov, “Quantum geometry and black hole entropy”, *Phys. Rev. Lett.*, **80**:5 (1998), 904–907, arXiv: gr-qc/9710007.
- [11] C. Rovelli, “Black hole entropy from loop quantum gravity”, *Phys. Rev. Lett.*, **77**:16 (1996), 3288–3291.
- [12] A. Ghosh, P. Mitra, “Log correction to the black hole area law”, *Phys. Rev. D*, **71**:2 (2005), 027502, 3 pp.
- [13] A. J. M. Medved, E. C. Vagenas, “When conceptual worlds collide: the generalized uncertainty principle and the Bekenstein–Hawking entropy”, *Phys. Rev. D*, **70**:12 (2004), 124021, 5 pp.
- [14] K. A. Meissner, “Black-hole entropy in loop quantum gravity”, *Class. Quantum Grav.*, **21**:22 (2004), 5245–5251.
- [15] R. M. Wald, *General Relativity*, University of Chicago Press, Chicago, IL, 1984.
- [16] A. Sheykhi, M. Jamil, “Power-law entropy corrected holographic dark energy model”, *Gen. Relativ. Gravit.*, **43**:10 (2011), 2661–2672, arXiv: 1011.0134.
- [17] R. Banerjee, B. R. Majhi, “Quantum tunneling and back reaction”, *Phys. Lett. B*, **662**:1 (2008), 62–65; R. Banerjee, B. R. Majhi, “Quantum tunneling beyond semiclassical approximation”, *JHEP*, **06** (2008), 095, 20 pp.; J. Zhang, “Black hole quantum tunnelling and black hole entropy correction”, *Phys. Lett. B*, **668**:5 (2008), 353–356.
- [18] Y.-F. Cai, J. Liu, H. Li, “Entropic cosmology: a unified model of inflation and late-time acceleration”, *Phys. Lett. B*, **690**:3 (2010), 213–219.
- [19] H. Wei, “Entropy-corrected holographic dark energy”, *Commun. Theor. Phys.*, **52**:4 (2009), 743–749.
- [20] A. Sheykhi, “Interacting holographic dark energy in Brans–Dicke theory”, *Phys. Lett. B*, **681**:3 (2009), 205–209.
- [21] P. Jordan, *Schwerkraft und Weltall*, Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1955.
- [22] C. Brans, R. H. Dicke, “Mach’s principle and a relativistic theory of gravitation”, *Phys. Rev.*, **124**:3 (1961), 925–935.
- [23] C. Wetterich, “Cosmology and the fate of dilatation symmetry”, *Nucl. Phys. B*, **302**:4 (1988), 668–696; B. Ratra, P. J. E. Peebles, “Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field”, *Phys. Rev. D*, **37**:12 (1988), 3406–3427.
- [24] T. Chiba, T. Okabe, M. Yamaguchi, “Kinetically driven quintessence”, *Phys. Rev. D*, **62**:2 (2000), 023511, 8 pp.; C. Armendariz-Picon, V. Mukhanov, P. J. Steinhardt, “Essentials of k -essence”, *Phys. Rev. D*, **63**:10 (2001), 103510.
- [25] R. R. Caldwell, “A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state”, *Phys. Lett. B*, **545**:1–2 (2002), 23–29; S. Nojiri, S. D. Odintsov, “Quantum de Sitter cosmology and phantom matter”, *Phys. Lett. B*,

- 562**:3–4 (2002), 147–152; “de Sitter brane universe induced by phantom and quantum effects”, **565**:1 (2003), 1–9.
- [26] A. Sen, “Rolling tachyon”, *JHEP*, **04** (2002), 048, 18 pp.; T. Padmanabhan, T. R. Chodhury, “Can the clustered dark matter and the smooth dark energy arise from the same scalar field?”, *Phys. Rev. D*, **66**:8 (2002), 081301, 4 pp.
- [27] E. Elizade, S. Nojiri, S. D. Odintsov, “Late-time cosmology in a (phantom) scalar-tensor theory: dark energy and the cosmic speed-up”, *Phys. Rev. D*, **70**:4 (2004), 043539, 20 pp.; S. Nojiri, S. D. Odintsov, S. Tsujikawa, “Properties of singularities in the (phantom) dark energy universe”, *Phys. Rev. D*, **71**:6 (2005), 063004, 16 pp.
- [28] J. P. B. Almeida, J. G. Pereira, “Holographic dark energy and the universe expansion acceleration”, *Phys. Lett. B*, **636**:2 (2006), 75–79, arXiv: gr-qc/0602103; B. Guberina, R. Horvat, H. Nikolić, “Dynamical dark energy with a constant vacuum energy density”, *Phys. Lett. B*, **636**:2 (2006), 80–85; X. Zhang, “Dynamical vacuum energy, holographic quintom, and the reconstruction of scalar-field dark energy”, *Phys. Rev. D*, **74**:10 (2006), 103505, 7 pp.
- [29] L. N. Granda, A. Oliveros, “Infrared cut-off proposal for the holographic density”, *Phys. Lett. B*, **669**:5 (2008), 275–277; “New infrared cut-off for the holographic scalar fields models of dark energy”, **671**:2 (2009), 199–202.
- [30] X. Zhang, “Reconstructing holographic quintessence”, *Phys. Lett. B*, **648**:1 (2007), 1–7; J. Zhang, X. Zhang, H. Liu, “Agegraphic dark energy as a quintessence”, *Eur. Phys. J. C*, **54**:2 (2008), 303–309; X. Zhang, “Holographic Ricci dark energy: current observational constraints, quintom feature, and the reconstruction of scalar-field dark energy”, *Phys. Rev. D*, **79**:10 (2009), 103509, 12 pp.
- [31] K. Karami, M. S. Khaledian, F. Felegary, Z. Azarmi, “Interacting new agegraphic tachyon, K-essence and dilaton scalar field models of dark energy in non-flat universe”, *Phys. Lett. B*, **686**:4–5 (2010), 216–220.
- [32] M. R. Setare, “The holographic dark energy in non-flat Brans–Dicke cosmology”, *Phys. Lett. B*, **644**:2–3 (2007), 99–103; “Interacting holographic dark energy model in non-flat universe”, **642**:1–2 (2006), 1–4; “Holographic Chaplygin gas model”, **648**:5–6 (2007), 329–332; “Holographic tachyon model of dark energy”, **653**:2–4 (2007), 116–121; “Interacting holographic generalized Chaplygin gas model”, **654**:1–2 (2007), 1–6; “Interacting holographic phantom”, *Eur. Phys. J. C*, **50**:4 (2007), 991–998; M. R. Setare, J. Zhang, X. Zhang, “Statefinder diagnosis in a non-flat universe and the holographic model of dark energy”, *JCAP*, **03** (2007), 007, 16 pp.; M. R. Setare, E. C. Vagenas, “The cosmological dynamics of interacting holographic dark energy model”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **18**:1 (2009), 147–157.
- [33] P. J. E. Peebles, B. Ratra, “The cosmological constant and dark energy”, *Rev. Modern Phys.*, **75**:2 (2003), 559–606.
- [34] M. Arik, M. Çalik, “Can Brans–Dicke scalar field account for dark energy and dark matter?”, *Modern Phys. Lett. A*, **21**:15 (2006), 1241–1248.
- [35] M. Jamil, K. Karami, A. Sheykhi, E. Kazemi, Z. Azarmi, “Holographic dark energy in Brans–Dicke cosmology with Granda–Oliveros cut-off”, *Internat. J. Theor. Phys.*, **51**:2 (2012), 604–611; N. Banerjee, D. Pavón, “Holographic dark energy in Brans–Dicke theory”, *Phys. Lett. B*, **647**:5–6 (2007), 477–481.
- [36] H. Kim, “Brans–Dicke theory as a unified model for dark matter–dark energy”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **364**:3 (2005), 813–822.
- [37] Y.-Z. Ma, Y. Gong, X. Chen, “Features of holographic dark energy under combined cosmological constraints”, *Eur. Phys. J. C*, **60**:2 (2009), 303–315; C. Feng, B. Wang, Y. Gong, R.-K. Su, “Testing the viability of the interacting holographic dark energy model by using combined observational constraints”, *JCAP*, **09** (2007), 005, 15 pp.; Q. Wu, Y. Gong, A. Wang, J. S. Alcaniz, “Current constraints on interacting holographic dark energy”, *Phys. Lett. B*, **659**:1–2 (2008), 34–39.

- [38] J. Lu, W. Wang, L. Xu, Y. Wu, “Does accelerating universe indicate Brans–Dicke theory?”, *Eur. Phys. J. Plus*, **126**:10 (2011), 92, 13 pp.
- [39] A. Sheykhi, K. Karami, M. Jamil, E. Kazemi, M. Haddad, “Holographic dark energy in Brans–Dicke theory with logarithmic correction”, *Gen. Relativ. Gravit.*, **44**:3 (2012), 623–638.
- [40] Q.-G. Huang, M. Li, “The holographic dark energy in a non-flat universe”, *JCAP*, **08** (2004), 013, 10 pp.
- [41] A. Pasqua, I. Khomenko, “Interacting Ricci logarithmic entropy-corrected holographic dark energy in Brans–Dicke cosmology”, *Internat. J. Theoret. Phys.*, **52**:11 (2013), 3981–3993, arXiv: 1212.2157.

Поступила в редакцию 25.03.2016