Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Х. Хоссейнхани, В. Файяз, С. А. А. Торохид, Н. Азими,
З. Зареи, М. Ганжи, Анизотропная космология при вза-
имодействии дилатонного поля и духовой темной энер-
гии, *ТМФ*, 2018, том 194, номер 3, 481–509

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9323>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.174.149.18

26 апреля 2023 г., 17:29:54

© 2018 г. Х. Хоссейнхани*, В. Файяз*, С. А. А. Терохид*,
Н. Азими†, З. Зареи*, М. Ганжи*

АНИЗОТРОПНАЯ КОСМОЛОГИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДИЛАТОННОГО ПОЛЯ И ДУХОВОЙ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ

Изучается взаимодействие дилатонного скалярного поля с духовой темной энергией в анизотропной Вселенной. Эволюция темной энергии, которая доминирует во Вселенной, может быть полностью описана единственным дилатонным скалярным полем. Данная связь позволяет восстановить кинетическую энергию, а также динамику дилатонного скалярного поля, опираясь на эволюцию плотности энергии. На основании последних данных наблюдений получены ограничения для моделей духовой темной энергии, представляющих собой объединение моделей темной материи и темной энергии. Для этого исследовано, как при помощи наблюдаемых величин определить эволюцию расширения $H(z)$. Рассчитана эволюция возмущений плотности в линейном режиме как для духовой темной энергии, так и для обобщенной духовой темной энергии; результат сравнивается с моделями Λ CDM. Обсуждается обоснованность обобщенного второго закона термодинамики во Вселенной Бьянки типа I. Полученная модель устойчива при поздних временах, но неустойчива для малых времен.

Ключевые слова: анизотропная Вселенная, духовая и обобщенная духовая темная энергия, дилатонное скалярное поле, обобщенный второй закон термодинамики, теория возмущений.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9323>

1. ВВЕДЕНИЕ

Космологические наблюдения за сверхновыми типа Ia показывают ускорение расширения Вселенной в нынешнюю эпоху [1], [2]. Кроме того, результаты, касающиеся крупномасштабного распределения галактик, и наиболее точные данные по

*Department of Physics, Hamedan Branch, Islamic Azad University, Hamedan, Iran.
E-mail: hossienhossienkhani@yahoo.com, fayaz_vahid@yahoo.com, a.terohid@iauh.ac.ir, zarei.ph@gmail.com, mohsen.ganji@gmail.com

†Department of Mathematics, Hamedan Branch, Islamic Azad University, Hamedan, Iran.
E-mail: azimi1379@yahoo.com

реликтовому излучению, полученные прибором WMAP, подтверждают такое ускорение [3], [4]. Наиболее неожиданный и парадоксальный результат этих наблюдений заключается в том, что 4% общей плотности энергии Вселенной приходится на барионную материю, 27% – на небарионную материю, почти 69% – на совершенно неизвестную составляющую с отрицательным давлением. В научной литературе эта составляющая с отрицательным давлением называется темной энергией (ТЭ). Она создает силу отталкивания и увеличивает текущее ускоренное расширение Вселенной. Известными примерами предшествующих подходов являются такие модели ТЭ, как квинтэссенция [5], [6], К-эссенция [7], [8], тахион [9], [10], фантом [11]–[13], духовый конденсат [14], [15], квинтом [16]–[18], голографическая ТЭ [19], эволюционная ТЭ [20], [21] и др. Детальный обзор моделей ТЭ приведен в работах [22], [23]. Основное объяснение ускорения расширения основано на модификации исходной теории гравитации на больших масштабах, например, $f(R)$ -гравитация [24]–[27] и сценарии мира на бранах [28]–[31].

К этой обширной коллекции моделей принадлежат модели духовой темной энергии (ДТЭ) [32]–[38]. В них космологические постоянные возникают благодаря так называемым духам Венециано, или духам квантовой хромодинамики [37]. Духи Венециано являются нефизическими в квантовой теории поля в пространстве-времени Минковского, но приводят к важным и нетривиальным физическим эффектам в расширяющейся Вселенной, а эти эффекты обуславливают плотность энергии вакуума $\rho_\Lambda \sim \Lambda_{\text{QCD}}^3 H \sim (10^{-3} \text{ эВ})^4$. При $H \sim 10^{-33} \text{ эВ}$ и $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 100 \text{ эВ}$ мы получаем точное значение силы, которая на сегодняшний день ускоряет Вселенную. Общая энергия вакуума духа Венециано в квантовой хромодинамике имеет вид $H + O(H^2)$ [39], [40].

Неустойчивость модели ДТЭ по отношению к возмущениям изучалась в работе [41]. Тогда скалярное поле ТЭ может рассматриваться как эффективное описание этой духовой теории. Широко обсуждалось в научной литературе восстановление ДТЭ в терминах скалярных полей. Недавно Шейхи [42] построил квинтэссенцию, тахион, К-эссенцию и модели дилатонного скалярного поля ТЭ при взаимодействии ТЭ с горизонтом Хаббла как инфракрасное обрезание в плоской Вселенной. Также рассматривался обобщенный второй закон термодинамики для модели ТЭ с другим инфракрасным обрезанием в неплоской Вселенной [43]. Согласно этому закону энтропия жидкости внутри горизонта в дополнение к энтропии, связанной с горизонтом событий, является неубывающей функцией времени. Неравновесная картина термодинамики рассматривалась на горизонте событий модели Фридмана–Робертсона–Уокера (ФРУ) [44]. Карами и Абдолмалеки [45] изучали обоснованность обобщенного второго закона гравитационной термодинамики в рамках $f(T)$ -гравитации, т. е. в модифицированном телепараллелизме.

В космическом микроволновом фоновом излучении были обнаружены некоторые широкоугольные аномалии, нарушающие статистическую изотропность Вселенной [46]. Плоскостные модели Бьянки (однородные, но не обязательно изотропные), видимо, дают наиболее многообещающее объяснение таких аномалий. Яффе и др. [47] показали, что удаление компоненты Бьянки из данных прибора WMAP может объяснить некоторые широкоугольные аномалии и оставить Вселенную изотропной. Таким образом, Вселенная могла бы достичь достаточно анизотропной геометрии в космологических моделях вне зависимости от инфляции. Кроме того, подобные модели могут быть классифицированы в зависимости от того, когда

появляется анизотропия – на ранней стадии или позже. Модели ранних стадий Вселенной можно изменить так, чтобы по завершении инфляции мы имели слабо анизотропную геометрию [48].

Космологическая модель Бьянки типа I (BI), представляющая собой двухкомпонентную смесь идеальной жидкости, и модели ТЭ изучалась в [49], [50]. Также модели BI в присутствии анизотропной ТЭ рассматривались в контексте геометрии Лиры [51], [52]. В работе [53] изучалась взаимодействующая модель ДТЭ с квинтэссенцией, тахионом, К-эссенцией и соответствующими скалярными полями в анизотропной Вселенной. Недавно Сингх и др. [54] проанализировали поведение скалярного поля и космологической постоянной в $f(R, T)$ -теории гравитации для Вселенной BI; подробности см. в [54]–[58]. При помощи моделей BI с различных точек зрения изучались возможные эффекты анизотропии в ранней Вселенной [48].

Для проверки жизнеспособности нашей теории мы налагаем космологические ограничения на взаимодействующую ДТЭ (ВДТЭ) и обобщенную ДТЭ (ОДТЭ) в анизотропной Вселенной. Таким образом устанавливается соответствие между сценариями ВДТЭ и дилатонным скалярным полем в анизотропной Вселенной. В работах [59], [60] путем введения взаимодействия между ДТЭ, ОДТЭ и темной материей (ТМ) было обнаружено, что параметр уравнения состояния взаимодействующей ТЭ может пересекать фантомную линию. Однако авторы этих работ ограничивались случаем, когда параметр Вселенной Ω_Λ и параметр анизотропии Ω_σ постоянны, и пренебрегали зависимостью от времени величин Ω_Λ и Ω_σ в анизотропной Вселенной. В настоящей работе изучается влияние анизотропии на производную по времени уравнения движения моделей ВДТЭ и ОДТЭ.

Статья имеет следующую структуру. В разделе 2 представлена модель ДТЭ с дилатонным скалярным полем в анизотропной Вселенной. Раздел 3 посвящен построению моделей дилатонного скалярного поля со взаимодействующей ДТЭ и изучению корректности обобщенного второго закона термодинамики. В разделах 4 и 5 уравнения модели BI переформулированы для случаев наличия и отсутствия взаимодействующей ОДТЭ в моделях дилатонного скалярного поля и приведены рассуждения, касающиеся выполнения обобщенного второго закона термодинамики в модели с ОДТЭ и дилатонным скалярным полем для анизотропной Вселенной. В разделе 6 для получения ограничений на космологические параметры моделей Λ CDM, ДТЭ и ОДТЭ используются результаты измерения величины $H(z)$. В разделе 7 обсуждается линейная эволюция возмущений в моделях ДТЭ и ОДТЭ с анизотропной космологией. В разделе 8 изучается динамика эффективного фантомного дилатона для модели BI. Раздел 9 содержит обсуждение полученных результатов.

2. МОДЕЛЬ ДИЛАТОННОЙ ДТЭ В АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Пространственно-однородное и анизотропное пространство-время BI описывается метрикой

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + B^2 dy^2 + C^2 dz^2. \quad (1)$$

Скорости расширения по трем декартовым направлениям x , y и z определяются как $H_X = \dot{A}/A$, $H_Y = \dot{B}/B$ и $H_Z = \dot{C}/C$, где точкой обозначена производная по времени. В таких моделях они различны, но в пределе $H_X = H_Y = H_Z$ плоское

изотропное расширение ФРУ восстанавливается. Среди моделей Бьянки модель VI обладает плоской геометрией и отсутствие полной завихренности; напротив, компоненты сдвига возникают естественным образом.

Теперь предположим, что среда – это идеальная жидкость, тогда тензор энергии импульса имеет вид

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где u^ν – 4-вектор, удовлетворяющий условию $u^\nu u_\nu = -1$, а ρ – полная энергия идеальной жидкости, p – соответствующее давление. Мы рассматриваем $a = (ABC)^{1/3}$ как усредненный скалярный фактор модели VI, тогда обобщенный средний параметр Хаббла и уравнения поля в модели VI для метрики (1) с учетом (2) принимают вид

$$H = \frac{1}{3}(H_X + H_Y + H_Z) = \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (3)$$

$$H^2 = \frac{1}{3}(8\pi G\rho_{\text{tot}} + \sigma^2), \quad (4)$$

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho_{\text{tot}} + p_{\text{tot}}) - \sigma^2, \quad (5)$$

$$2\sigma^2 = \sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} = \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^2 + \left(\frac{\dot{B}}{B}\right)^2 + \left(\frac{\dot{C}}{C}\right)^2 - \frac{1}{3}\theta^2, \quad (6)$$

где $\rho_{\text{tot}} = \rho_m + \rho_\Lambda$, $p_{\text{tot}} = p_m + p_\Lambda$, G – гравитационная постоянная Ньютона, $\sigma^2 = (1/2)\sigma_{ij}\sigma^{ij}$, где $\sigma_{ij} = u_{i,j} + (u_{i;k}u^k u_j + u_{j;k}u^k u_i)/2 + \theta(g_{ij} + u_i u_j)/3$ – тензор сдвига, который описывает скорость деформации потока материи, а $\theta = u^j_{;j}$ – скалярное расширение. Мы рассматриваем случай, когда сдвиг доминирует над другими полями материи: $\sigma^2 \gg 8\pi G\rho_{\text{tot}}$. С другой стороны, известно, что сдвиг меняется как $\sigma \propto a^{-3}$. Таким образом, следуя уравнению VI, в эпоху доминирования сдвига Вселенная расширяется как $a \propto t^{1/3}$.

Хорошо известно, что динамические модели ТЭ играют ключевую роль в описании ускоренного расширения Вселенной. Модель ДТЭ Венециано – одна из динамических моделей ТЭ, определяемая как [33]

$$\rho_\Lambda = \alpha H, \quad (7)$$

где α – постоянная, имеющая размерность [энергия]³ и примерно порядок Λ_{QCD}^3 , где $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 100$ МэВ. Используя (4), безразмерный параметр плотности можно определять стандартным образом:

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{\text{cr}}}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{\text{cr}}} = \frac{\alpha}{3M_{\text{P}}^2 H}, \quad \Omega_\sigma = \frac{\sigma^2}{3H^2}, \quad (8)$$

где критическая плотность энергии $\rho_{\text{cr}} = 3M_{\text{P}}^2 H^2$, а масса Планка $M_{\text{P}}^2 = 8\pi G$. Используя эти уравнения и уравнение (4) модели VI, получаем

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_\sigma. \quad (9)$$

В настоящем разделе мы выводим общий вид уравнения состояния для плотности духовой энергии ρ_Λ в пространстве-времени VI без взаимодействия между плотностью ТЭ и холодной ТМ при $\omega_m = 0$. Таким образом, уравнения непрерывности

для ТЭ и ТМ можно раздельно записать как

$$\dot{\rho}_\Lambda + 3H\rho_\Lambda(1 + \omega_\Lambda) = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0, \quad (11)$$

где $\omega_\Lambda = p_\Lambda/\rho_\Lambda$ – параметр уравнения состояния для ТЭ. Теперь, взяв производную по времени от плотности ДТЭ (7) и используя уравнение VI, получим

$$\dot{\rho}_\Lambda = \rho_\Lambda \frac{\dot{H}}{H} = -\frac{\alpha}{2M_P^2} (2M_P^2\sigma^2 + \rho_\Lambda(1 + \omega_\Lambda + r)), \quad (12)$$

где

$$r = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda} = \frac{1 - \Omega_\sigma - \Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} \quad (13)$$

– отношение плотностей энергии. Подставляя соотношение (12) в уравнение непрерывности (10) и используя (9), находим параметр уравнения состояния ДТЭ:

$$\omega_\Lambda = \frac{-1 + \Omega_\sigma}{2 - \Omega_\Lambda}. \quad (14)$$

При ранних временах, когда $\Omega_\Lambda \ll 1$, имеем $\omega_\Lambda = (-1 + \Omega_\sigma)/2$. С другой стороны, при больших временах доминирует ТЭ, $\Omega_\Lambda \rightarrow 1$ и $\Omega_\sigma \rightarrow 0$, и ДТЭ ведет себя как космологическая постоянная с $\omega_\Lambda = -1$, которая входит в фазу де Ситтера в далеком будущем. Возьмем производную по времени от величины Ω_Λ (8) и используем соотношение $\dot{\Omega}_\Lambda = H\Omega'_\Lambda$, получим уравнение движения ДТЭ в виде

$$\Omega'_\Lambda = \frac{3\Omega_\Lambda}{2 - \Omega_\Lambda} (1 - \Omega_\Lambda + \Omega_\sigma), \quad (15)$$

где штрих обозначает производную по $N = \ln a$.

Теперь мы можем установить соответствие между ДТЭ и дилатонным скалярным полем. В системе координат Эйнштейна действие принимает вид [61]

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_P^2}{2} R - \gamma(\partial\phi)^2 - V(\phi) \right] + S_m(\phi, g_{\mu\nu, \psi}), \quad (16)$$

где γ – обобщенная постоянная дилатонного взаимодействия ($\gamma = 2$ для типичных теорий суперструн), $V(\phi)$ – дилатонный потенциал. Инфляционные космологические модели периода до Большого взрыва, основанные на действии (16), рассматривались в работах [62], [63]. Гасперини и Риччи [62] получили точные решения для низкоэнергетического четырехмерного эффективного струнного действия, пользуясь дилатоном, не зависящим от положения в пространстве. Ниже мы анализируем некоторые общие свойства канонического космологического скалярного поля ϕ , лагранжиан которого есть общая функция от скалярного квадратичного кинетического члена $(\partial\phi^2)$ и дилатонного скалярного поля. Действие дилатон-гравитации задается как [64]

$$S_D = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_P^2}{2} R + p_D(\chi, \phi) \right], \quad (17)$$

где ϕ – так называемый дилатон, а параметр $\chi = -(1/2) \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$, который, как правило, также зависит от ϕ . Действие дилатонного поля более общее, чем действие

в теории Бранса–Дикке, где мы имеем дилатонный потенциал. Модель дилатонно-го скалярного поля также является интересной попыткой объяснить происхождение ТЭ с использованием теории струн. Дилатонное давление и плотность энергии задаются как [61], [65]

$$p_D = -\chi + ce^{\lambda\phi}\chi^2, \quad (18)$$

$$\rho_D = -\chi + 3ce^{\lambda\phi}\chi^2, \quad (19)$$

где c и λ – положительные постоянные. Эта модель возникает из четырехмерного эффективного струнного действия при низких энергиях и включает кинетические поправки более высоких порядков к древесному действию в низкоэнергетической эффективной струнной теории. Уравнения поля для действия (17) можно получить вариацией по полю ϕ , что дает

$$\ddot{\phi}(p_\chi + \dot{\phi}^2 p_{\chi\chi}) + 3H p_\chi \dot{\phi} + 2\chi p_{\chi\phi} - p_\phi = -Q', \quad (20)$$

где H определяется соотношением (3), Q' соответствует взаимодействию между материей и дилатоном, $p_\chi = dp/d\chi$ и $p_\phi = dp/d\phi$.

Рассмотрим дилатонный параметр уравнения состояния, который принимает вид

$$\omega_D = \frac{ce^{\lambda\phi}\chi - 1}{3ce^{\lambda\phi}\chi - 1}. \quad (21)$$

В данном случае масштабирующее решение соответствует $\chi e^{\lambda\phi} = \text{const}$, откуда $\phi \sim \ln t$. Условие ускоренного расширения дает $1/2 < ce^{\lambda\phi}\chi < 2/3$, и предел космологической постоянной соответствует $ce^{\lambda\phi}\chi = 1/2$. Чтобы рассматривать дилатонное поле как эффективное описание духовой плотности, нужно использовать соответствие между дилатонной плотностью энергии и плотностью энергии духов. Это приводит к равенству $\rho_D = \rho_\Lambda$. Приравнявая (21) к (14), получаем решение

$$ce^{\lambda\phi}\chi = \frac{3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma}{5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma}; \quad (22)$$

далее с учетом равенства $\chi = \dot{\phi}^2/2$ имеем

$$e^{\lambda\phi/2}\dot{\phi} = \sqrt{\frac{2}{c}} \left(\frac{3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma}{5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma} \right)^{1/2}. \quad (23)$$

Наконец, получаем

$$\phi(a) - \phi(1) = \frac{2}{\lambda} \ln \left[\frac{3M_P^2\lambda}{\alpha\sqrt{c}} \int_1^a \Omega_\Lambda \left(\frac{3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma}{5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma} \right)^{1/2} \frac{da}{a} \right], \quad (24)$$

где мы взяли $a_0 = 1$ для настоящего времени, а Ω_Λ задано в (15).

3. МОДЕЛЬ ДИЛАТОННОЙ ВДТЭ В АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

В настоящем разделе рассматривается Вселенная, в которой взаимодействуют ТЭ и ТМ. Последние данные, полученные путем наблюдения галактических кластеров, также свидетельствуют в пользу взаимодействия между ТЭ и ТМ [66]. В присутствии взаимодействия уравнения непрерывности принимают вид

$$\dot{\rho}_\Lambda + 3H\rho_\Lambda(1 + \omega_\Lambda) = -Q, \quad (25)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q, \quad (26)$$

где Q – член взаимодействия, который может быть произвольной функцией от космологических параметров в терминах параметра Хаббла и плотностей энергии, $Q(H\rho_m, H\rho_\Lambda)$. Итак, мы выбираем член взаимодействия следующего вида [67], [68]:

$$Q = 3b^2 H(\rho_m + \rho_\Lambda) = 3b^2 H\rho_\Lambda(1 + r), \quad (27)$$

где b^2 – постоянная взаимодействия. Положительный член b^2 калибрует переход энергии из ТЭ в ТМ. Отрицательный член b^2 нарушил бы второй закон термодинамики. Значение $b^2 = 0$ соответствует отсутствию взаимодействия, в то время как $b^2 = 1$ означает полный переход энергии из ТЭ в ТМ. Подставляя (12) и (27) в (25) и используя (13), получаем параметр уравнения состояния ВДТЭ:

$$\omega_\Lambda = \frac{1}{2 - \Omega_\Lambda} \left(-1 + \Omega_\sigma + \frac{2b^2}{\Omega_\Lambda} (-1 + \Omega_\sigma) \right). \quad (28)$$

Можно легко проверить, что при поздних временах, когда $\Omega_\Lambda \rightarrow 1$ и $\Omega_\sigma \rightarrow 0$, параметр уравнения состояния ВДТЭ пересекает фантомную линию, а именно величина $\omega_\Lambda = -(1 + 2b^2) < -1$ не зависит от значения постоянной взаимодействия b^2 . В настоящем при выборе $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$ и $\Omega_\Lambda^0 = 0.69$ фантомное пересечение может быть получено, если $b^2 > 0.1$. Для прочих значений параметра анизотропии поведение параметра уравнения состояния при наличии и отсутствии взаимодействия ДТЭ показано на рис. 1а. Заметим, что параметр уравнения состояния для невзаимодействующих моделей ДТЭ всегда больше, чем $\omega_\Lambda = -1$, и остается в режиме квинтэссенции, т. е. $\omega_\Lambda > -1$. Однако при взаимодействии ($b^2 > 0$) можно обнаружить, что ω_Λ может быть меньше, чем -1 . Это означает, что уравнение состояния ω_Λ , возможно, пересекает фантомную линию во взаимодействующей модели ДТЭ. Также для заданного значения $\Omega_{\sigma 0}$ величина ω_Λ растет при малых временах и уменьшается при больших. Более того, для $\Omega_{\sigma 0} = 0$ (модель ФРУ) ω_Λ стремится к -1 при больших значениях времени, в то время как для $\Omega_{\sigma 0} \neq 0$ параметр ω_Λ может пересечь фантомную линию. В присутствии взаимодействия эволюция ДТЭ задается следующим уравнением:

$$\Omega'_\Lambda = \frac{3\Omega_\Lambda}{2 - \Omega_\Lambda} (1 - \Omega_\Lambda + \Omega_\sigma + b^2(-1 + \Omega_\sigma)). \quad (29)$$

Динамика Ω_Λ при наличии взаимодействия ДТЭ и без него показана на рис. 1б. Мы видим, что для заданного значения $\Omega_{\sigma 0}$ величина Ω_Λ увеличивается при увеличении масштабирующего множителя, а при заданном масштабирующем множителе a величина Ω_Λ уменьшается при увеличении $\Omega_{\sigma 0}$. Это согласуется с соотношением (9). Также мы видим, что увеличение (уменьшение) b^2 (соответственно $\Omega_{\sigma 0}$)

Рис. 1. Эволюция параметра уравнения состояния ω_Λ (а) и параметр плотности ТЭ Ω_Λ как функция коэффициента масштаба a для разных параметров анизотропии $\Omega_{\sigma 0}$, рассматриваемых в настоящей работе (б). Незвзаимодействующая ДТЭ обозначена сплошными линиями, ВДТЭ – штриховыми линиями, для $b^2 = 0$ и $b^2 = 0.1$ соответственно. В обоих случаях $\Omega_\Lambda^0 = 0.69$.

приводит к более крутым кривым зависимости параметров Ω_Λ , отвечающих плотности ТЭ. Теперь мы используем связь между ВДТЭ и дилатонным скалярным полем. В этом случае кинетическую энергию можно получить как

$$ce^{\lambda\phi}\chi = \frac{3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma - (2b^2/\Omega_\Lambda)(-1 + \Omega_\sigma)}{5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma - (6b^2/\Omega_\Lambda)(-1 + \Omega_\sigma)}. \quad (30)$$

Наконец, интегрируя данное уравнение, получаем эволюционную форму поля:

$$\phi(a) - \phi(1) = \frac{2}{\lambda} \ln \left[\frac{3M_P^2\lambda}{\alpha\sqrt{c}} \int_1^a \Omega_\Lambda \left(\frac{3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma - (2b^2/\Omega_\Lambda)(-1 + \Omega_\sigma)}{5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma - (6b^2/\Omega_\Lambda)(-1 + \Omega_\sigma)} \right)^{1/2} \frac{da}{a} \right], \quad (31)$$

где в настоящем мы берем $a_0 = 1$, а величина Ω_Λ задана в (29). Ввиду сложности уравнений нельзя вывести аналитическое выражение для кинетической энергии, выраженной через фантомное дилатонное поле. Тем не менее можно получить это выражение численно.

Рис. 2а показывает, что скалярное поле ϕ возрастает до нуля в настоящий момент времени, что не похоже на другие модели ТЭ. Кроме того, из рисунка видно, что, во-первых, для заданной $\Omega_{\sigma 0}$ поле $\phi(a)$ уменьшается при увеличении масштабирующего множителя, а во-вторых, для заданного масштабирующего множителя поле $\phi(a)$ увеличивается при возрастании $\Omega_{\sigma 0}$ (b^2). На рис. 2б показано поведение дилатонной кинетической энергии как функции от a , видно, что эта энергия возрастает. Если дальнейшая эволюция кинетической энергии имеет поведение, соответствующее зеркальному отражению областей, приведенных на рис. 2, мы можем заключить, что уменьшение $\Omega_{\sigma 0}$ приводит к все более крутой кривой кинетической энергии.

Рис. 2. Эволюция скалярного поля ϕ (а) и эволюция духовой дилатонной кинетической энергии $\chi = \dot{\phi}^2/2$ (б) как функции масштабирующего множителя в случаях наличия и отсутствия взаимодействующей дилатонной ДТЭ для различных значений $\Omega_{\sigma 0}$, $\Omega_{\Lambda}^0 = 0.69$, $\phi(1) = 0$ и $3M_{\text{Pl}}^2\lambda/\alpha\sqrt{c} = 1$. Сплошные линии – отсутствие взаимодействия ($b^2 = 0$); штриховые линии – наличие взаимодействия ($b^2 = 0.1$).

Мы можем изучать устойчивость теории с помощью скорости звука¹⁾ [69]

$$c_s^2 = \frac{\dot{p}_{\text{DG}}}{\dot{\rho}_{\text{DG}}} = \frac{p'_{\text{DG}}}{\rho'_{\text{DG}}}, \quad (32)$$

где p_{DG} и ρ_{DG} определяются с помощью (18) и (19) соответственно. Используя соотношения (18), (19), (21), (25) и (30)–(32), получаем

$$c_s^2 = -\frac{2(-1 + \Omega_{\sigma})[\Omega_{\Lambda}(-1 + \Omega_{\Lambda}) + b^2(-4 + 3\Omega_{\Lambda})]}{\Omega_{\Lambda}(-2 + \Omega_{\Lambda})^2}, \quad (33)$$

что является квадратом скорости звука для ВДТЭ. Графический анализ величины c_s^2 показывает, что наша теория может быть неустойчивой в ранние моменты времени, но на поздних стадиях она может быть устойчивой ($c_s^2 \geq 0$) в зависимости от параметров модели.

На рис. 3 представлено поведение скорости звука в зависимости от масштабирующего множителя при разных $\Omega_{\sigma 0}$. При фиксированных значениях прочих параметров увеличение значения $\Omega_{\sigma 0}$ повышает устойчивость теории на поздних стадиях эволюции. Более того, мы видим что сценарий без взаимодействия более устойчив, чем сценарий в присутствии взаимодействия.

3.1. Дилатонная ВДТЭ с ТМ и обобщенный второй закон термодинамики в модели VI. Теперь проверим, выполняется ли обобщенный второй закон термодинамики для дилатонной ВДТЭ в анизотропной Вселенной. Бекенштейн [70] показал, что между энтропией горизонта черной дыры и окрестностью горизонта

¹⁾В теории возмущений предполагается, что имеется малая флуктуация плотности энергии, а далее определяется, будет ли это возмущение расти или исчезнет. В линейном приближении возмущенная плотность энергии имеет вид $\rho(t, \vec{x}) = \rho(t) + \delta\rho(t, \vec{x})$, где $\rho(t)$ – невозмущенная плотность энергии.

Рис. 3. Поведение квадрата скорости звука c_s^2 как функции a для невзаимодействующей ДТЭ (сплошные линии) и ВДТЭ (штриховые линии) для модели VI, $\Omega_\Lambda^0 = 0.69$.

имеется связь, которая играет важную роль при обсуждении обобщенного второго закона термодинамики. Закон гласит, что сумма энтропии черной дыры и энтропии фона должна увеличиваться с течением времени. В работе [71] исследовались термодинамические законы для космологических горизонтов, которые присутствуют во многих космологических моделях. Проверим, что сумма энтропий окрестности горизонта и самого горизонта, которую мы обозначим через S_{tot} есть неубывающая функция времени. Данный принцип известен как обобщенный второй закон термодинамики; он записывается с помощью неравенства $\dot{S}_{\text{tot}} \geq 0$. Наша цель – ответить на вопрос, верно ли, что $\dot{S}_{\text{tot}} \geq 0$ при взаимодействующих дилатонной ДТЭ и ТМ в рамках модели VI?

Первый закон термодинамики гласит, что

$$T dS = dE + p dV, \quad (34)$$

где T , S , p , V и E обозначают температуру, энтропию, давление, объем и внутреннюю энергию системы соответственно. Дифференцируя по времени, получаем

$$\dot{S}_{\text{DG}} = \frac{\dot{E}_{\text{DG}} + p_{\text{DG}} \dot{V}}{T}, \quad \dot{S}_{\text{m}} = \frac{\dot{E}_{\text{m}} + p_{\text{m}} \dot{V}}{T}, \quad (35)$$

где S_{DG} и S_{m} – энтропия дилатонных фантомных темных компонент и энтропия компонент материи соответственно. Внутренние энергии дилатонной ДТЭ и ТМ имеют вид

$$E_{\text{DG}} = \frac{4\pi}{3} r_A^3 \rho_{\text{DG}}, \quad E_{\text{m}} = \frac{4\pi}{3} r_A^3 \rho_{\text{m}}, \quad (36)$$

где $r_A = H^{-1}$ есть радиус горизонта событий во Вселенной VI²⁾. Используя (35) и дифференцируя оба уравнения (36), получаем вариацию энтропии жидкости внутри горизонта событий:

$$\dot{S}_{\text{DG}} + \dot{S}_{\text{m}} = \frac{4\pi r_A^2}{T_{\text{DG}}} \left[\dot{r}_A \rho_\Lambda (1 + \omega_{\text{DG}}) + \frac{r_A}{3} \dot{\rho}_{\text{DG}} \right] + \frac{4\pi r_A^2}{T_{\text{m}}} \left[\dot{r}_A \rho_{\text{m}} + \frac{r_A}{3} \dot{\rho}_{\text{m}} \right]. \quad (37)$$

²⁾ Напомним, что в случае модели ФРУ ($k \neq 0$), как и в нашем случае, горизонт событий задается как $r_A = 1/\sqrt{H^2 + k^2/a^2}$.

Рис. 4. Эволюция второго закона термодинамики $\dot{S}_{\text{tot}}$ как функция a при различных $\Omega_{\sigma 0}$. Штриховые линии – ВДТЭ при $b^2 = 0.1$, $\Omega_\Lambda^0 = 0.69$ и $H_0 = 72 \text{ км}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$. Сплошные линии – ВДТЭ ($b^2 = 0$).

В состоянии термодинамического равновесия предполагается, что все присутствующие во Вселенной жидкости имеют одну температуру T , в то время как их энергии и давления могут в общем случае различаться. Если рассматривать равновесие общей плотности энергии, как предложено в работе [72] для моделей ТЭ, температуры темного сектора при поздних временах удовлетворяют условию $T_{\text{DG}} \approx T_{\text{m}}$. Это предположение, несмотря на то что оно не является общепринятым [73], [74], будет использоваться в нашей работе. Используя законы сохранения (25), (26) и $\dot{H}$ из (12), перепишем уравнение (37) как

$$\dot{S}_{\text{DG}} + \dot{S}_{\text{m}} = \frac{8\pi M_{\text{P}}^2 r_A^2}{T} (-\dot{r}_A + r_A H) (\dot{H} + \sigma^2). \quad (38)$$

Теперь мы должны рассмотреть температуру жидкостей T , которая, кроме того, принимается равной температуре горизонта T_{h} . Обобщим это на любую поверхность, связанную с ТЭ, как в случае дилатонной ДТЭ. Ее температура задана как $T_{\text{h}} = 1/2\pi r_A$ (см. [72] и приведенную там литературу). Энтропия, связанная с горизонтом, имеет вид $S_{\text{h}} = 8\pi^2 M_{\text{P}}^2 r_A^2$. Для получения вариации полной энтропии добавим скорость изменения энтропии (38) с производной энтропии S_{h} по космическому времени:

$$\frac{\dot{S}_{\text{tot}}}{16\pi^2 M_{\text{P}}^2 r_A} = \dot{r}_A + r_A^2 (-\dot{r}_A + H r_A) (\dot{H} + \sigma^2), \quad (39)$$

где $\dot{S}_{\text{tot}} = \dot{S}_{\text{h}} + \dot{S}_{\text{DG}} + \dot{S}_{\text{m}}$. Знак выражения зависит только от $(H, r_A, \dot{r}_A, \dot{H})$ и верен вне зависимости от выбора горизонта для модели Вселенной, которую мы рассматриваем. Чтобы выполнялся обобщенный второй закон термодинамики, нужно, чтобы выполнялось условие $\dot{S}_{\text{h}} + \dot{S}_{\text{DG}} + \dot{S}_{\text{m}} \geq 0$, т.е. сумма энтропии материи внутри горизонта не должна быть убывающей функцией времени. Используя тот факт, что в анизотропной Вселенной $\dot{r}_A = -\dot{H}/H^2$, и выражение для $\dot{H}$ (12), входящее в (39), получаем

$$\frac{\dot{S}_{\text{tot}}}{4\pi^2 M_{\text{P}}^2} = \frac{3}{H} (4\Omega_\sigma + 3(1 + \Omega_\sigma + \Omega_{\text{DG}}\omega_{\text{DG}})(1 - \Omega_\sigma + \Omega_{\text{DG}}\omega_{\text{DG}})). \quad (40)$$

Мы рассматриваем соотношения (18) и (19), а кинетическую энергию получаем из формулы (30) с членом взаимодействия (25). Производная по времени полной энтропии $\dot{S}_{\text{tot}}$ при наличии и отсутствии взаимодействия дилатонной ДТЭ изображен на рис. 4 при различных $\Omega_{\sigma 0}$. Получаем, что $\dot{S}_{\text{tot}} > 0$, и это демонстрирует справедливость обобщенного второго закона термодинамики. Также мы видим, что производная $\dot{S}_{\text{tot}}$ убывает с ростом $\Omega_{\sigma 0}$ для заданного a .

4. МОДЕЛЬ НЕВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ДИЛАТОННОЙ ДТЭ В АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

В настоящем разделе мы представляем основной сценарий для невзаимодействующей ОДТЭ с холодной ТМ в анизотропной Вселенной. В работе [75] показано, что использование члена H^2 для обычной ДТЭ может быть полезно для описания ранней эволюции Вселенной, которая определяется следующим образом:

$$\rho_{\Lambda} = \alpha H + \beta H^2, \quad (41)$$

где β – еще одна постоянная размерности [энергия]². Кроме того, для безразмерного параметра плотности ОДТЭ получаем

$$\Omega_{\Lambda} = \frac{\rho_{\Lambda}}{\rho_{\text{cr}}} = \frac{\alpha + \beta H}{3M_{\text{P}}^2 H}. \quad (42)$$

Дифференцируя уравнение (41), имеем

$$\dot{\rho}_{\Lambda} = \dot{H}(\alpha + 2\beta H). \quad (43)$$

Используя соотношения (10), (41) и (43), получаем параметр уравнения состояния:

$$\omega_{\Lambda} = \frac{\xi - \Omega_{\Lambda} + \Omega_{\sigma}(\Omega_{\Lambda} + \xi)}{\Omega_{\Lambda}(2 - \Omega_{\Lambda} - \xi)}, \quad (44)$$

где $\xi = \beta/(3M_{\text{P}}^2)$ и эволюция Ω_{Λ} и H определяются ОДТЭ во Вселенной VI³⁾. Ясно, что данное соотношение сводится к соответствующему соотношению для Вселенной ФРУ с ДТЭ, когда $\xi = \sigma = 0$ [76]. Принимаем $\xi = 0$, тогда выражение для ω_{Λ} сводится к соотношению (14) при отсутствии взаимодействия. В дальнейшем мы реализуем соответствие между ОДТЭ и моделью дилатонного скалярного поля. Используя соотношения (18), (19), (21) и (44), можно легко показать, что эволюция обобщенного духового дилатонного скалярного поля и кинетической энергии принимает следующий вид:

$$ce^{\lambda\phi}\chi = \frac{\xi(1 + \Omega_{\sigma}) - \Omega_{\Lambda}(3 - \Omega_{\Lambda} - \Omega_{\sigma} - \xi)}{3\xi(1 + \Omega_{\sigma}) - \Omega_{\Lambda}(5 - \Omega_{\Lambda} - 3\Omega_{\sigma} - \xi)}, \quad (45)$$

$$\phi(a) - \phi(1) = \frac{2}{\lambda} \ln \left[\frac{\lambda}{\sqrt{c}} \int_1^a \frac{1}{Ha} \left(\frac{\xi(1 + \Omega_{\sigma}) - \Omega_{\Lambda}(3 - \Omega_{\Lambda} - \Omega_{\sigma} - \xi)}{3\xi(1 + \Omega_{\sigma}) - \Omega_{\Lambda}(5 - \Omega_{\Lambda} - 3\Omega_{\sigma} - \xi)} \right)^{1/2} da \right]. \quad (46)$$

³⁾Для плоской Вселенной VI, используя (4), (10), (41), (43) и (44), получаем

$$\Omega'_{\Lambda} = \frac{-3(\xi - \Omega_{\Lambda})(1 - \Omega_{\Lambda} + \Omega_{\sigma})}{2 - \Omega_{\Lambda} - \xi}, \quad H' = -3H \left(\frac{1 + \Omega_{\sigma} - \Omega_{\Lambda}}{2 - \Omega_{\Lambda} - \xi} \right).$$

Рис. 5. Поведение ω_Λ (а) и Ω_Λ (б) для взаимодействующей ОДТЭ и невзаимодействующей ОДТЭ и различных значений $\Omega_{\sigma 0}$. Сплошные линии отвечают отсутствию взаимодействия ($b^2 = 0$), штриховые – наличию ($b^2 = 0.1$). В обоих случаях $\Omega_\Lambda^0 = 0.69$, $\xi = 0.1$.

5. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ДИЛАТОННОЙ ДТЭ В АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Чтобы включить в модель взаимодействие с холодной ТМ в анизотропной Вселенной, мы расширяем модель ОДТЭ. Используя формулу (27) для Q и подставляя (43) в (25), получаем параметр уравнения состояния взаимодействующей ОДТЭ:

$$\omega_\Lambda = \frac{\xi - \Omega_\Lambda + \Omega_\sigma(\Omega_\Lambda + \xi) - 2b^2(1 - \Omega_\sigma)}{\Omega_\Lambda(2 - \Omega_\Lambda - \xi)}. \quad (47)$$

Проанализируем поведение параметра уравнения состояния при трех различных значениях $\Omega_{\sigma 0}$. На рис. 5 показано поведение ω_Λ и Ω_Λ в зависимости от масштабирующего множителя a при разных $\Omega_{\sigma 0}$. На всех рисунках в настоящей работе мы обозначаем взаимодействующую ОДТЭ как ВДТЭ, а невзаимодействующую ОДТЭ – как ОДТЭ. Рис. 5а показывает, что в случае ОДТЭ значения параметра уравнения состояния, отвечающие настоящему моменту, начинаются в период, когда доминирует материя, и достигают основной области квинтэссенции. Но в случае взаимодействующей ОДТЭ мы видим, что параметр уравнения состояния начинается в области высокой квинтэссенции и спускается к низшим отрицательным значениям фазы квинтэссенции, а потом поворачивает в сторону области духов, пересекая эпоху, когда доминирует вакуум, для всех параметров анизотропии. Из рис. 5б следует, что Ω_Λ уменьшается при увеличении $\Omega_{\sigma 0}$. В частности, эволюция Ω_Λ для ОДТЭ без взаимодействия ($b^2 = 0$) также показана на рис. 5, и величина Ω_Λ при наличии взаимодействия больше, чем без взаимодействия.

Теперь восстановим динамику скалярного поля и соответствующие члены кинетической энергии в зависимости от постоянной взаимодействия b^2 во Вселенной VI. Приравнявая ω_Λ к параметру уравнения состояния взаимодействующей ОДТЭ (47), находим

$$ce^{\lambda\phi}\chi = \frac{\xi(1 + \Omega_\sigma) - \Omega_\Lambda(3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma - \xi) - 2b^2(1 - \Omega_\sigma)}{3\xi(1 + \Omega_\sigma) - \Omega_\Lambda(5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma - \xi) - 6b^2(1 - \Omega_\sigma)}. \quad (48)$$

Рис. 6. Графики ϕ (а) и χ (б) в зависимости от показателя масштаба в дилатонной взаимодействующей ОДТЭ (ОДТЭ). Сплошные линии соответствуют ОДТЭ ($b^2 = 0$), а штриховые – взаимодействующей ОДТЭ ($b^2 = 0.1$). В обоих случаях $\Omega_\Lambda^0 = 0.69$, $\phi(1) = 0$, $H_0 = 72$, $\xi = 0.1$ и $\lambda/\sqrt{c} = 1$.

Используя уравнение (48) и уравнение $\dot{\phi}^2 = 2\chi$, получаем обобщенное фантомное скалярное поле

$$\phi(a) - \phi(1) = \frac{2}{\lambda} \times \ln \left[\frac{\lambda}{\sqrt{c}} \int_1^a \frac{1}{Ha} \left(\frac{\xi(1 + \Omega_\sigma) - \Omega_\Lambda(3 - \Omega_\Lambda - \Omega_\sigma - \xi) - 2b^2(1 - \Omega_\sigma)}{3\xi(1 + \Omega_\sigma) - \Omega_\Lambda(5 - \Omega_\Lambda - 3\Omega_\sigma - \xi) - 6b^2(1 - \Omega_\sigma)} \right)^{1/2} da \right], \quad (49)$$

где Ω_Λ и H задаются взаимодействующей ОДТЭ во Вселенной VI⁴⁾.

Дилатонное поле ϕ и потенциал χ как функции параметра a показаны на рис. 6, начальное условие выбрано в виде $\phi(1) = 0$, а прочие параметры оставлены такими же, как в предыдущем разделе. Из рис. 6а видно, что скалярное поле уменьшается со временем, а потенциал χ демонстрирует противоположное поведение. Более того, легко убедиться, что соответствующие кривые эволюции для различных значений параметра анизотропии пересекаются. Это означает, что значения параметра анизотропии $\Omega_{\sigma 0}$ не оказывают почти никакого влияния на эволюционные траектории поля ϕ при фиксированном значении ξ . Рис. 6б показывает, что χ может возрастать при увеличении a , т. е. чем выше $\Omega_{\sigma 0}$, тем медленнее изменяется χ . Более того, χ для ОДТЭ со взаимодействием растет быстрее, чем без взаимодействия.

Теперь изучим устойчивость взаимодействующей модели ОДТЭ во Вселенной VI. С помощью соотношений (32), (41) и (48), (49) после несложных алгебраических вычислений получаем

$$c_s^2 = -2 \times \frac{\Omega_\Lambda(\Omega_\Lambda - 1)(\Omega_\sigma - 1) + \xi[\Omega_\Lambda - 1 + \Omega_\sigma(-3 + 2\Omega_\Lambda)] + \xi^2\Omega_\sigma + b^2(\Omega_\sigma - 1)(-4 + 3\Omega_\Lambda + \xi)}{(\Omega_\Lambda + \xi)(-2 + \Omega_\Lambda + \xi)^2}, \quad (50)$$

⁴⁾Берем производную обеих частей уравнения VI (4) относительно космического времени и, используя уравнения (9), (25), (27), (37), (42) и (47), получаем Ω_Λ и H :

$$\Omega'_\Lambda = \frac{-3(\xi - \Omega_\Lambda)(1 - \Omega_\Lambda + \Omega_\sigma - b(1 - \Omega_\sigma))}{2 - \Omega_\Lambda - \xi}, \quad H' = -3H \left(\frac{1 + \Omega_\sigma - \Omega_\Lambda - b(1 - \Omega_\sigma)}{2 - \Omega_\Lambda - \xi} \right).$$

Рис. 7. Эволюция квадрата скорости звука c_s^2 при изменении a для модели взаимодействующей ОДТЭ. Обозначения те же, что на рис. 5.

что дает скорость звука для взаимодействующей дилатонной ОДТЭ во Вселенной VI. Эволюция величины c_s^2 по параметру a показана на рис. 7. Анализ поведения величины c_s^2 показывает, что наша теория может быть неустойчивой на ранних временах, но на поздних стадиях она может быть устойчива ($c_s^2 > 0$) в зависимости от значений параметров модели. Важным моментом является чувствительность устойчивости к параметрам $\Omega_{\sigma 0}$ и b^2 . Возрастание $\Omega_{\sigma 0}$ при $b^2 = 0$ ведет к большей устойчивости к возмущениям.

Наконец, исследуем, справедлив ли обобщенный второй закон термодинамики для взаимодействующей ОДТЭ во Вселенной VI. Используя соотношения (25), (27), (35), (36), (41), (42) и (47), получаем производную по времени полной энтропии для взаимодействующей дилатонной ОДТЭ:

$$\dot{S}_{\text{tot}} = \frac{48\pi^2 M_{\text{P}}^2}{H} \times \left[\Omega_{\sigma} + \frac{3(1 - \Omega_{\Lambda} + \Omega_{\sigma} - b^2(1 - \Omega_{\sigma}))(\xi\Omega_{\sigma} + (-1 + \Omega_{\sigma})(-1 + b^2 + \Omega_{\Lambda}))}{(-2 + \Omega_{\Lambda} + \xi)^2} \right]. \quad (51)$$

Производная $\dot{S}_{\text{tot}}$ полной энтропии по времени как функция масштабирующего множителя a для взаимодействующей и невзаимодействующей ОДТЭ представлена на рис. 8 для различных значений $\Omega_{\sigma 0}$. Видно, что $\dot{S}_{\text{tot}} > 0$ для всех возможных значений $\Omega_{\sigma 0}$, и это доказывает справедливость обобщенного второго закона термодинамики для дилатонного скалярного поля ОДТЭ.

6. КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ПАРАМЕТРА ХАББЛА ДЛЯ ДУХОВОЙ И ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛЕЙ ДТЭ

В настоящем разделе мы используем результаты измерения параметра Хаббла в зависимости от величины красного смещения для получения ограничений на космологические параметры. Параметр Хаббла зависит от дифференциального возраста Вселенной как функция красного смещения [77]:

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}, \quad (52)$$

Рис. 8. Эволюция обобщенного второго закона термодинамики $\dot{S}_{\text{tot}}$ при изменении a для модели дилатонной ОДТЭ при наличии и отсутствии взаимодействия для различных $\Omega_{\sigma 0}$. Здесь $\Omega_{\Lambda}^0 = 0.69$, $\xi = 0.1$, $H_0 = 72$. Обозначения те же, что на рис. 5.

Так как поведение красного смещения z во времени известно с высокой точностью, дифференциальное измерение времени (dt) при заданном красном смещении позволяет непосредственно и точно измерить $H(z)$. В последние годы было приложено много усилий для вычисления $H(z)$. На текущий момент в нашем распоряжении имеется более 30 исследований $H(z)$ с использованием двух различных измерительных методов. Первый метод был предложен в работе [77]. В настоящей работе мы используем текущие и будущие данные для $H(z)$, чтобы одним и тем же способом получить ограничения для трех моделей ТЭ – ДТЭ, ОДТЭ и Λ CDM. Заметим, что мы рассматриваем здесь плоскую Вселенную VI, поэтому уравнение VI (4) может быть представлено как

$$H = H_0 \left(\frac{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma 0}(1+z)^6}{1 - \Omega_{\Lambda}} \right)^{1/2}, \quad (53)$$

где H_0 , Ω_{m0} и $\Omega_{\sigma 0}$ – текущие значения H , Ω_m и Ω_{σ} . Величина $H(z)$ обычно выражается в единицах $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. В модели Λ CDM параметр Хаббла

$$H = H_0(\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma 0}(1+z)^6 + \Omega_{\Lambda})^{1/2}$$

и уравнение состояния ТЭ есть $\omega_{\Lambda} = -1$. Текущая величина Согласно космологическим наблюдениям текущее значение составляет $\Omega_{\Lambda} = 0.73 \pm 0.04$ [78]. В космологии Λ CDM выбрано значение $\Omega_{m0} = 0.274$, которое получается по данным пятилетних наблюдений WMAP [79]. Также для такой модели, как w CDM (модель с постоянным параметром уравнения состояния w),

$$H = H_0(\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma 0}(1+z)^6 + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\sigma 0})(1+z)^{3(1+w)})^{1/2}.$$

По данным измерений реликтового излучения и барионных акустических осцилляций [80] текущие предпочтительные значения составляют $w = -1.01 \pm 0.15$ [78], $w = -0.98 \pm 0.12$ [3] и $w = -1.13^{+0.24}_{-0.25}$. Как и в случае феноменологической модели, включающей взаимодействие, в нашем сценарии взаимодействие между ОДТЭ

Рис. 9. Сравнение наблюдаемого параметра $H(z)$ как функции красного смещения z для трех моделей – Λ CDM, ДТЭ и ОДТЭ – при $b^2 = 0.1$, $H_0 = 72 \text{ км с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}$ [4], $\Omega_{m0} = 0.277$ [84] и $\xi = 0.1$. Модель ДТЭ показана сплошными линиями, а ОДТЭ – штриховыми. Данные представлены с погрешностями, изображенными отрезками в точках графика, линии являются теоретическими для различных моделей ТЭ и наблюдаемого $H(z)$.

(ДТЭ) и ТМ может быть описано при помощи параметра b^2 как феноменологическое взаимодействие. Экспериментальные результаты налагают ограничения на среднее значение параметра взаимодействия: по наблюдениям реликтового излучения и барионных акустических осцилляций $b^2 = -0.61^{+0.12}_{-0.25}$ [81], по данным реликтового излучения и космического телескопа Хаббла [82] $b^2 = -0.67^{+0.086}_{-0.17}$, а согласно данным по искривлению пространства из-за красного смещения [83] получается, что $b^2 = 0.00328^{+0.000736+0.00549+0.00816}_{-0.00328-0.00328-0.00328}$. Теперь, с учетом ДТЭ, используя соотношения (8), (9) и (53), имеем

$$H = H_0 \left(\frac{1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\sigma 0}}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\sigma 0})^2 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma 0}(1+z)^6} \right). \quad (54)$$

Уравнение Хаббла моделей ОДТЭ задано как

$$H = H_0 \left(\frac{1 - \xi - \Omega_{m0} - \Omega_{\sigma 0}}{2(1 - \xi)} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1 - \xi - \Omega_{m0} - \Omega_{\sigma 0}}{1 - \xi} \right)^2 + \frac{1}{1 - \xi} (\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma 0}(1+z)^6)} \right), \quad (55)$$

где постоянная Хаббла H_0 выбрана равной $72 \text{ км с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}$. Имеются другие измерения постоянной Хаббла: $H_0 = 73.8 \pm 2.4 \text{ км с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}$ [84], $H_0 = 73 \pm 3 \text{ км с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}$ согласно данным прибора WMAP [4] и $H_0 = 68 \pm 4 \text{ км с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}$ согласно усредненному статистическому анализу, выполненному на основе 461 измерений H_0 [85], [86].

На рис. 9 показана эволюция постоянной Хаббла как функции космического красного смещения z для различных космологических моделей ДТЭ, ОДТЭ и Λ CDM. Для наложения ограничений на космологические параметры мы используем данные по $H(z)$ [85]–[90]. Параметр Хаббла в данных моделях больше, чем во Вселенной Λ CDM. Это означает, что величина ускорения наибольшая для моделей ОДТЭ

Рис. 10. Эволюция параметра анизотропии σ/H по масштабному фактору a для взаимодействующей ДТЭ (штриховые линии) и ОДТЭ (сплошные линии) при различных значениях b^2 и $\sigma_0 = 0.05$ [91]. Параметр становится практически постоянным в фазе анизотропной инфляции. Далее он стремительно убывает до величины $\mathcal{O}(\sigma\mathcal{H})$.

(ДТЭ) и что модель, в которой жидкость играет роль ТЭ, важна на протяжении длительного периода космической истории. Также согласно рис. 9, чем больше выбранное значение $\Omega_{\sigma 0}$, тем больше значение расширения Хаббла $H(z)$.

Наконец, рассмотрим изотропизацию модели. Мера анизотропии описывается параметром σ/H , т. е. величиной сдвига в пространстве-времени относительно средней скорости расширения. Тем не менее на рис. 10 мы видим, что в течение инфляционной фазы влияние сдвига не может быть больше параметра Хаббла, и сдвиг уменьшается к концу инфляции.

7. ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Мы изучаем линейный рост возмущений для различных значений масштаба в эру доминирования материи, рассчитывая эволюцию фактора роста $g(a)$ в космологиях ДТЭ и ОДТЭ и сравнивая результат с решением, полученным для модели Λ CDM. Дифференциальное уравнение для $g(a)$ имеет вид [92]–[94]

$$g''(a) + \left(\frac{3}{a} + \frac{E'(a)}{E(a)} \right) g'(a) - \frac{2}{3} \frac{\Omega_{m0}}{a^5 E^2(a)} g(a) = 0, \quad (56)$$

где $E = H/H_0$. В модели ТЭ без взаимодействия, используя соотношения (53)–(55), численно решаем уравнение (56) с целью изучения линейного роста в моделях VI с ДТЭ и ОДТЭ. Далее мы сравниваем линейный рост для моделей ДТЭ и ОДТЭ с линейным ростом в модели Λ CDM. Для получения начальных условий, так как мы рассматриваем линейный режим, фактор линейного роста имеет степенное решение $g(a) \propto a^n$ при $n > 1$, тогда линейный рост увеличивается с течением времени.

Рис. 11. Эволюция с течением времени фактора роста как функции показателя масштаба для различных космологических моделей в анизотропной Вселенной. Для удобства сравнения моделей мы фиксируем вариацию для модели ОДТЭ (ДТЭ) ($\Omega_{\sigma 0} = 0.001$), как показано на рис. 11а, $\xi = 0.1$.

На рис. 11 представлена эволюция фактора роста $g(a)$. Все модели нормированы так, чтобы они совпадали при ранних временах. Из рис. 11а видно, что фактор роста в модели ОДТЭ больше, чем в ДТЭ и Λ CDM. Это можно объяснить, учитывая эволюцию параметра Хаббла на рис. 9. Параметр Хаббла больше в анизотропной Вселенной моделей ОДТЭ (ДТЭ), а наименьшее расширение наблюдается в модели ФРУ. Таким образом, фактор роста $g(a)$ для ОДТЭ (ДТЭ) всегда меньше во Вселенной ФРУ. Но это верно для моделей Λ CDM. На рис. 11б, в мы видим, что для модели ФРУ фактор роста меняется пропорционально масштабирующему множителю, как мы и ожидали. В случаях ДТЭ (ОДТЭ) с $\Omega_{\sigma 0} \neq 0$ (анизотропная Вселенная) $g(a)$ меняется медленнее, чем в модели ФРУ ($\Omega_{\sigma 0} = 0$). В модели Λ CDM заметно, что эволюция $g(a)$ протекает медленнее, чем в случае анизотропной Вселенной.

8. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ МОДЕЛИ ДИЛАТОННОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИ VI

Для рассмотрения задачи квантовой устойчивости скалярного поля с действием (17), разделим скалярное поле ϕ на однородную часть ϕ_0 и колебание $\delta\phi$ [14]:

$$\phi(t, \vec{x}) = \phi_0(t) + \delta\phi(t, \vec{x}). \quad (57)$$

Разлагая $p(\chi, \phi)$ до второго порядка по $\delta\phi$, легко найти лагранжиан и гамильтониан колебаний. Гамильтониан имеет вид [95]

$$\mathcal{H} = \zeta_1 \frac{(\delta\dot{\phi})^2}{2} + \zeta_2 \frac{(\nabla\delta\phi)^2}{2} - p_{\phi\phi} \frac{(\delta\phi)^2}{2}, \quad (58)$$

где $\zeta_1 = p_\chi + 2\chi p_{\chi\chi}$ и $\zeta_2 = p_\chi$, а для устойчивости классических возмущений требуется соблюдение условий $\zeta_1 \geq 0$ и $\zeta_2 \geq 0$. Если записать лагранжиан $p(\chi, \phi)$ в виде $p(\chi, \phi) = -\chi - V(\phi)$, как в большей части моделей ДТЭ [12], то коэффициенты ζ_1 и ζ_2 будут отрицательными. Устойчивость непрерывного решения, которое стремится к неподвижной точке, приводит к устойчивости этой точки. Для моделей одного и двух полей достаточные условия устойчивости изотропных решений, стремящихся к неподвижным точкам, были получены в работах [96], [97]. Было обнаружено, что решения с фантомными скалярными полями могут быть устойчивы для модели VI. В работе [98] данный факт был описан как приближение в рамках фундаментальной теории. Так как фундаментальная теория должна быть устойчива и должна допускать квантование, подобная неустойчивость должна рассматриваться как аномалия приближения.

Получим решения для исследуемой модели и определим их устойчивость. С этой целью изучим космологическую эволюцию фантомного дилатонного лагранжиана (18). Полевые уравнения, вытекающие из действия (17), можно записать как

$$3H^2 - \sigma^2 = \rho_m - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{3}{4}ce^{\lambda\phi}\dot{\phi}^4, \quad (59)$$

$$2\dot{H} + 2\sigma^2 = -\rho_m + \dot{\phi}^2 - ce^{\lambda\phi}\dot{\phi}^4. \quad (60)$$

Чтобы превратить данные уравнения в систему автономных дифференциальных уравнений первого порядка, определим следующий набор нормированных переменных разложения [99]:

$$\Sigma_1^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{6H^2}, \quad \Sigma_2^2 = \frac{e^{-\lambda\phi}}{3H^2}. \quad (61)$$

Это налагает условие на динамические переменные

$$\Omega_\phi + \Omega_m = 1 - \Omega_\sigma, \quad \Omega_\phi = -\Sigma_1^2 + 3c\frac{\Sigma_1^4}{\Sigma_2^2}. \quad (62)$$

Тогда из (59) и (60) получаем

$$H' = -\frac{3}{2}H \left(1 - \Sigma_1^2 + \Omega_\sigma + \frac{c\Sigma_1^4}{\Sigma_2^2} \right), \quad (63)$$

где штрихом обозначена производная d/dN . Используя (20) и (63), получаем

$$\begin{aligned} \Sigma_1' = & \frac{3\Sigma_1}{2} \left[1 - \Sigma_1^2 + \Omega_\sigma + \frac{c\Sigma_1^4}{\Sigma_2^2} \right] - \\ & - \frac{3\Sigma_2^2}{6c\Sigma_1^2 - \Sigma_2^2} \left[\Sigma_1 \left(\frac{-\Sigma_2^2 + 2c\Sigma_1^2}{\Sigma_2^2} \right) + \frac{\sqrt{6}c\lambda\Sigma_1^4}{2\Sigma_2^2} + \frac{\sqrt{6}Q}{6} \left(1 + \Sigma_1^2 - \Omega_\sigma - \frac{c\Sigma_1^4}{\Sigma_2^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (64)$$

$$\Sigma_2' = -\frac{\sqrt{6}}{2}\lambda\Sigma_1\Sigma_2 + \frac{3\Sigma_2}{2} \left(1 - \Sigma_1^2 + \Omega_\sigma + \frac{c\Sigma_1^4}{\Sigma_2^2} \right), \quad (65)$$

Рис. 12. Эволюция фазового пространства при $c = 1$. Оба параметра должны находиться внутри области для того, чтобы модель была устойчива. Область устойчивости затемнена.

где $Q = Q'/\rho_m$. Далее мы получаем условия на новые переменные для поддержания устойчивости модели: $\Omega_\phi = -\Sigma_1^2 + 3c\Sigma_1^4/\Sigma_2^2 \leq 1 - \Omega_\sigma$ и $p_\chi \geq 0$, что дает

$$\Sigma_2^2 \geq \frac{3c\Sigma_1^4}{1 + \Sigma_1^2 - \Omega_\sigma}, \quad \Sigma_2^2 \leq 2c\Sigma_1^2. \quad (66)$$

На рис. 12 изображена область, описанная условиями (66), в координатах (Σ_2^2, Σ_1^2) . Из рисунка видно, что для поддержания устойчивости модели (Σ_2^2, Σ_1^2) должны лежать внутри области.

Теперь, необходимо найти неподвижные точки системы, условие для которых имеет вид [100]

$$\Sigma' = f(\Sigma), \quad (67)$$

где f определяется из (64), (65). Мы лишь рассмотрим динамическую систему переменных $\Sigma \equiv (\Sigma_1, \Sigma_2)$, определенных уравнениями (64), (65). Неподвижная точка Σ^* задается условием

$$f(\Sigma^*) = 0. \quad (68)$$

Характер динамической системы определен собственными значениями матрицы

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \Sigma} \right|_{\Sigma=\Sigma^*}. \quad (69)$$

Координаты неподвижных точек (Σ_1, Σ_2) , а также их собственные значения заданы в табл. 1–4. Динамический характер данной системы уравнений с неподвижными точками определяется соответствующей матрицей линеаризации. Действительные части собственных значений показывают, являются ли космологические решения репеллером (неустойчивыми), аттрактором (устойчивыми) или седловыми точками [101]. Динамические свойства неподвижной точки определяются знаком действительной части собственных значений. Если все собственные значения положительны, точка является репеллером; если все собственные значения отрицательны, точка является аттрактором; в противном случае мы имеем седловую точку.

ТАБЛИЦА 1. Неподвижные точки и собственные значения при $c = 4$, $Q = 1.45$, $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$ и $\lambda = -10^{-5}$.

Координаты	Собственные значения
(1.41, 4)	8.33, 2.88, 0.006, -0.012 , -0.336 , -3.3
(1.41, -4)	2.88, 0.012, -0.01 , -0.335 , -0.772 , -1.91
(-1.41 , 3.99)	8.24, 2.88, 0.006, -0.011 , -0.25 , -3.32
(-1.41 , -3.99)	8.24, 3.32, 2.88, 0.25, 0.011, 0.006

ТАБЛИЦА 2. Неподвижные точки и собственные значения при $c = 4$, $Q = 0.678$, $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$ и $\lambda = -10^{-5}$.

Координаты	Собственные значения
(1.41, 4)	2.96, 1.48, 0.699, 0.1, -0.009 , -0.012
(1.41, -4)	2.96, 0.699, 0.012, -0.009 , -0.1 , -1.48
(1.806, 4.338)	6.78, 3.09, -0.011 , -0.013 , -3.78 , -9.08
(1.806, -4.338)	9.08, 6.78, 0.013, -0.011 , -3.09 , -3.78
(-1.41 , 3.99)	5.35, 2.97, 0.007, -0.011 , -0.016 , -2.73
(-1.41 , -3.99)	5.35, 2.97, 2.73, 0.016, 0.011, 0.007

ТАБЛИЦА 3. Неподвижные точки и собственные значения при $c = 10$, $Q = 1.45$, $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$ и $\lambda = -10^{-5}$.

Координаты	Собственные значения
(0.8, 4.21)	2.8, 1.1, -0.007 , -0.012 , -0.193 , -4.23
(0.8, -4.21)	0.012, -0.007 , -0.193 , -1.1 , -2.8 , -4.23
(1.41, 6.32)	2.88, 0.493, 0.489, -0.018 , -0.01 , -1.92
(1.41, -6.32)	2.88, 0.018, -0.01 , -0.49 , -0.48 , -1.92
(-1.41 , 6.32)	8.31, 2.88, 0.006, -0.018 , -0.49 , -2.09
(-1.41 , -6.32)	8.31, 2.88, 2.09, 0.493, 0.018, 0.006

ТАБЛИЦА 4. Неподвижные точки и собственные значения при $c = 10$, $Q = 0.678$, $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$ и $\lambda = -10^{-5}$.

Координаты	Собственные значения
(1.41, 6.32)	2.96, 0.939, 0.686, 0.12, -0.009 , -0.018
(1.41, -6.32)	2.96, 0.686, 0.018, -0.009 , -0.12 , -0.939
(1.8, 6.8)	6.76, 1.98, -0.011 , -0.02 , -3.95 , -14.73
(1.8, -6.8)	14.73, 6.76, 0.02, -0.011 , -1.98 , -3.95
(-1.41 , 6.32)	5.4, 2.96, 0.007, -0.018 , -0.12 , -1.71
(-1.41 , -6.32)	5.4, 2.96, 1.71, 0.12, 0.018, 0.007

Таблица 5. Аттракторы, репеллеры и седловые точки; $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$, $\lambda = -10^{-5}$.

Координаты	c	Q	Репеллер	Аттрактор	Седловая точка
(1.41, 4)	4	1.45	—	—	Седло
(1.41, -4)	4	1.45	—	—	Седло
(-1.41, 3.99)	4	1.45	—	—	Седло
(-1.41, -3.99)	4	1.45	—	Аттрактор	—
(1.41, 4)	4	0.678	—	—	Седло
(1.41, -4)	4	0.678	—	—	Седло
(1.806, 4.338)	4	0.678	—	—	Седло
(1.806, -4.338)	4	0.678	—	—	Седло
(-1.41, 3.99)	4	0.678	—	—	Седло
(-1.41, -3.99)	4	0.678	—	Аттрактор	—
(0.8, 4.21)	10	1.45	—	—	Седло
(0.8, -4.21)	10	1.45	—	—	Седло
(1.41, 6.32)	10	1.45	—	—	Седло
(1.41, -6.32)	10	1.45	—	—	Седло
(-1.41, 6.32)	10	1.45	—	—	Седло
(-1.41, -6.32)	10	1.45	—	Аттрактор	—
(1.41, 6.32)	10	0.678	—	—	Седло
(1.41, -6.32)	10	0.678	—	—	Седло
(1.8, 6.8)	10	0.678	—	—	Седло
(1.8, -6.8)	10	0.678	—	—	Седло
(-1.41, 6.32)	10	0.678	—	—	Седло
(-1.41, -6.32)	10	0.678	—	Аттрактор	—

Теперь, используя уравнения (64)–(66), положим $c = 4$ или $c = 10$ и $Q = 0.678$, $Q = 1.45$ [15], $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$, $\lambda = -10^{-5}$, получим неподвижные точки (см. табл. 1–4). Также мы определяем, являются ли точки, приведенные в табл. 1–4, репеллерами, аттракторами или седловыми точками (см. табл. 5). Важно отметить, что при $c > 0$, $\lambda = -10^{-5}$, $\Omega_{\sigma 0} = 0.001$, $Q = 0.678$ и $Q = 1.45$ [15] мы получаем как минимум аттрактор.

9. ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

В настоящей работе в рамках космологической модели VI мы изучили модель дилатонного скалярного поля в присутствии взаимодействия ДТЭ и ОДТЭ и ТМ, а также без него. Мы построили динамику модели дилатонного скалярного поля ТЭ согласно эволюционному поведению модели ТЭ со взаимодействием и без него. Кроме того, мы обсудили основные свойства параметра $\Omega_{\sigma 0}$ анизотропной энергии при различных значениях параметра взаимодействия b^2 , которые можно суммировать следующим образом.

Во-первых, параметр уравнения состояния ω_Λ моделей ДТЭ и ОДТЭ в отсутствие взаимодействия не может пересечь фантомную разделительную линию и ведет себя

как космологическая постоянная на поздних стадиях, в то время как параметр уравнения состояния ω_Λ в текущих ТЭ и ТМ в моделях VI со взаимодействием может пересекать фантомную разделительную линию ($\omega_\Lambda < -1$), как показано на рис. 1а, 5а. Такое поведение согласуется с текущими наблюдениями. Эволюция параметра плотности Ω_Λ ДТЭ и ОДТЭ с взаимодействием и без него зависит от параметра плотности анизотропии $\Omega_{\sigma 0}$. Во-вторых, для заданных постоянной взаимодействия b^2 и $\Omega_{\sigma 0}$ эволюция параметров плотности Ω_Λ ДТЭ и ОДТЭ возрастает вместе с возрастанием показателя масштаба. Также величина Ω_Λ возрастает при возрастании b^2 и убывает при возрастании $\Omega_{\sigma 0}$, как показано на рис. 1б, 5б. В-третьих, мы получили версии со взаимодействием и без взаимодействия ДТЭ и ОДТЭ для дилатонного скалярного поля в моделях VI. Было изучено поведение кинетических энергий и динамика дилатонных скалярных полей при использовании надежных значений постоянных параметров. Результаты показаны на рис. 2, 6. Фантомное и обобщенное фантомное дилатонное скалярное поле для заданного b^2 или $\Omega_{\sigma 0}$ уменьшается при увеличении масштабирующего множителя, но кинетическая энергия возрастает. При заданном масштабирующем множителе фантомное дилатонное скалярное поле уменьшается и увеличивается при увеличении b^2 и $\Omega_{\sigma 0}$ соответственно, а кинетическая энергия растет и убывает с увеличением b^2 и $\Omega_{\sigma 0}$ соответственно. Анализ показывает, что эффекты, соответствующие взаимодействию ДТЭ и ОДТЭ, наблюдались на более поздних стадиях эволюции, чем в случае отсутствия и присутствия взаимодействия между компонентами.

Далее мы обсудили устойчивость модели относительно возмущений (см. рис. 3, 7). Было обнаружено, что на ранних стадиях модель остается неустойчивой, как и модели ТЭ [41], [102], в то время как на поздних стадиях возможно появление устойчивости. Кроме того, показано, что при увеличении параметра анизотропии устойчивость теории на поздних стадиях эволюции увеличивается. Также проверено, справедлив ли в данном сценарии обобщенный второй закон термодинамики (см. рис. 4, 8). Обнаружено, что $\dot{S}_{\text{tot}} > 0$ в течение эволюции Вселенной. Это подтверждает корректность обобщенного второго закона термодинамики при построении взаимодействующих дилатонных ДТЭ и ОДТЭ в моделях VI.

Наконец, мы исследовали динамическое поведение при расширении, которое ожидается в анизотропной Вселенной, по сравнению с изотропной Вселенной. На рис. 9 показана эволюция параметра Хаббла относительно красного смещения. Согласно данной модели ускоренное расширение Вселенной идет быстрее, чем в изотропной модели. Это означает, что чем больше анизотропия, тем более точное значение скорости расширения Хаббла $H(z)$ мы получаем. В этом случае параметр Хаббла ОДТЭ (ДТЭ) больше, чем во Вселенной Λ CDM. Кроме того, мы изучили эволюцию σ/H (см. рис. 10). Несмотря на то что сдвиг постоянен в течение периода анизотропной инфляции, он может уменьшиться при изотропной инфляции. Мы показали, что анизотропия Вселенной σ/H может возрастать вплоть до величин порядка $\mathcal{O}(1)$ в конце изотропной инфляции. Также был изучен рост структур в линейном режиме с эффектами анизотропии и показано, что рост возмущений плотности $g(a)$ замедляется в моделях Λ CDM по сравнению с моделями ОДТЭ и ДТЭ (см. рис. 11).

Таким образом, заключаем, что в анизотропной Вселенной фактор роста меняется медленнее при увеличении параметра анизотропии, и он всегда меньше, чем во Вселенной ФРУ. Определена система дифференциальных уравнений первого по-

рядка, которая описывает эволюцию двух безразмерных величин. Мы также проверили, что система принадлежит области квантовой устойчивости, показанной на рис. 12, в течение всей эволюции, это нам дает модель ТЭ, несмотря на то что даже коэффициент при члене $\dot{\phi}^2$ отрицательный. Показано, что дилатонное скалярное поле в модели ВІ имеет набор аттракторов (устойчивых точек) и седловых точек (см. табл. 5).

Список литературы

- [1] A. G. Reiss, A. V. Filippenko, P. Challis et al., “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant”, *Astron. J.*, **116**:3 (1998), 1009–1038.
- [2] S. Perlmutter, G. Aldering1, G. Goldhaber et al., “Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae”, *Astrophys. J.*, **517**:2 (1999), 565–586.
- [3] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris et al., “First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: determination of cosmological parameters”, *Astrophys. J. Suppl.*, **148**:1 (2003), 175–194.
- [4] D. N. Spergel, R. Bean, O. Doré et al., “Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: implications for cosmology”, *Astrophys. J. Suppl.*, **170**:2 (2007), 377–408.
- [5] C. Wetterich, “Cosmology and the fate of dilatation symmetry”, *Nucl. Phys. B*, **302**:4 (1988), 668–696.
- [6] B. Ratra, P. J. E. Peebles, “Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field”, *Phys. Rev. D*, **37**:12 (1988), 3406–3427.
- [7] C. Armendariz-Picon, V. F. Mukhanov, P. J. Steinhardt, “Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late-time cosmic acceleration”, *Phys. Rev. Lett.*, **85**:21 (2000), 4438–4441.
- [8] C. Armendariz-Picon, V. F. Mukhanov, P. J. Steinhardt, “Essentials of k -essence”, *Phys. Rev. D*, **63**:10 (2001), 103510, 13 pp.
- [9] T. Padmanabhan, “Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter”, *Phys. Rev. D*, **66**:2 (2002), 021301, 4 pp.
- [10] A. Sen, “Tachyon matter”, *JHEP*, **07** (2002), 065, 11 pp.
- [11] R. R. Caldwell, “A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state”, *Phys. Lett. B*, **545**:1–2 (2002), 23–29.
- [12] S. Nojiri, S. D. Odintsov, “Quantum de Sitter cosmology and phantom matter”, *Phys. Lett. B*, **562**:3–4 (2003), 147–152.
- [13] S. Nojiri, S. D. Odintsov, “de Sitter brane universe induced by phantom and quantum effects”, *Phys. Lett. B*, **565** (2003), 1–9.
- [14] N. Arkani-Hamed, H.-C. Cheng, M. A. Luty, S. Mukohyama, “Ghost condensation and a consistent infrared modification of gravity”, *JHEP*, **05** (2004), 074, 37 pp.
- [15] F. Piazza, S. Tsujikawa, “Dilatonic ghost condensate as dark energy”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **07** (2004), 004, 26 pp.
- [16] E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov, “Late-time cosmology in a (phantom) scalar-tensor theory: dark energy and the cosmic speed-up”, *Phys. Rev. D*, **70**:4 (2004), 043539, 20 pp.
- [17] S. Nojiri, S. D. Odintsov, S. Tsujikawa, “Properties of singularities in the (phantom) dark energy universe”, *Phys. Rev. D*, **71**:6 (2005), 063004, 16 pp.
- [18] A. Anisimov, E. Babichev, A. Vikman, “B-inflation”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **06** (2005), 006, 23 pp.
- [19] E. Witten, “The cosmological constant from the viewpoint of string theory”, *Sources and Detection of Dark Matter and Dark Energy in the Universe* (Marina del Rey, CA, USA, February 23–25, 2000), ed. D. B. Cline, Springer, Berlin, Heidelberg, 2001, 27–36.

- [20] R.-G. Cai, “A dark energy model characterized by the age of the Universe”, *Phys. Lett. B*, **657**:4–5 (2007), 228–231.
- [21] H. Wei, R.-G. Cai, “A new model of agegraphic dark energy”, *Phys. Lett. B*, **660**:3 (2008), 113–117.
- [22] E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, “Dynamics of dark energy”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **15**:11 (2006), 1753–1935.
- [23] M. Li, X.-D. Li, S. Wang, Y. Wang, “Dark energy”, *Commun. Theor. Phys.*, **56**:3 (2011), 525–604.
- [24] A. De Felice, S. Tsujikawa, “ $f(R)$ theories”, *Living Rev. Relativ.*, **13** (2010), 3–161.
- [25] S. Capozziello, M. de Laurentis, “Extended theories of gravity”, *Phys. Rep.*, **509**:4–5 (2011), 167–320.
- [26] T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla, C. Skordis, “Modified gravity and cosmology”, *Phys. Rep.*, **513**:1–3 (2012), 1–189.
- [27] S. Nojiri, S. D. Odintsov, “Unified cosmic history in modified gravity: from $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models”, *Phys. Rep.*, **505**:2–4 (2011), 59–114.
- [28] G. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, “4D gravity on a brane in 5D Minkowski space”, *Phys. Lett. B*, **485**:1–3 (2000), 208–214.
- [29] M. S. Carena, J. Lykken, M. Park, J. Santiago, “Self-accelerating warped braneworlds”, *Phys. Rev. D*, **75**:2 (2007), 026009, 17 pp.
- [30] M. Minamitsuji, “Self-accelerating solutions in the cascading DGP braneworld”, *Phys. Lett. B*, **684**:2–3 (2010), 92–95.
- [31] A. Sheykhi, B. Wang, N. Riazi, “String inspired explanation for the superacceleration of our Universe”, *Phys. Rev. D*, **75**:12 (2007), 123513, 8 pp.
- [32] F. R. Urban, A. R. Zhitnitsky, “Cosmological constant from the ghost: a toy model”, *Phys. Rev. D*, **80**:6 (2009), 063001, 13 pp.
- [33] N. Ohta, “Dark energy and QCD ghost”, *Phys. Lett. B*, **695**:1–4 (2011), 41–44.
- [34] F. R. Urban, A. R. Zhitnitsky, “Cosmological constant, violation of cosmological isotropy and CMB”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **09** (2009), 018, 14 pp.
- [35] E. Witten, “Current algebra theorems for the $U(1)$ ‘Goldstone boson’”, *Nucl. Phys. B*, **156**:2 (1979), 269–283.
- [36] F. R. Urban, A. R. Zhitnitsky, “The cosmological constant from the QCD Veneziano ghost”, *Phys. Lett. B*, **688**:1 (2010), 9–12.
- [37] G. Veneziano, “ $U(1)$ without instantons”, *Nucl. Phys. B*, **159**:1–2 (1979), 123–224.
- [38] F. R. Urban, A. R. Zhitnitsky, “The QCD nature of dark energy”, *Nucl. Phys. B*, **835**:1–2 (2010), 135–173.
- [39] A. R. Zhitnitsky, “Contact term, its holographic description in QCD and dark energy”, *Phys. Rev. D*, **86**:4 (2012), 045026, 14 pp.
- [40] M. Maggiore, “Zero-point quantum fluctuations and dark energy”, *Phys. Rev. D*, **83**:6 (2011), 063514, 16 pp.
- [41] E. Ebrahimi, A. Sheykhi, *Internat. J. Modern Phys. D*, **20**:12 (2011), 2369–2381.
- [42] A. Sheykhi, “Holographic scalar field models of dark energy”, *Phys. Rev. D*, **84**:10 (2011), 107302, 5 pp.
- [43] A. Sheykhi, “Thermodynamics of interacting holographic dark energy with the apparent horizon as an IR cutoff”, *Class. Quantum Grav.*, **27**:2 (2010), 025007, 8 pp.; M. Mazumder, S. Chakraborty, “Validity of the generalized second law of thermodynamics of the universe bounded by the event horizon in holographic dark energy model”, *Gen. Rel. Grav.*, **42**:4 (2010), 813–820.
- [44] M. Sharif, M. Zubair, “Thermodynamics in $f(R, T)$ theory of gravity”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **03** (2012), 028; Erratum, **05** (2012), E01, arXiv:1204.0848; “Thermodynamic behavior of particular $f(R, T)$ -gravity models”, *ЖЭТФ*, **144**:2(8), 291–300.

- [45] K. Karami, A. Abdolmaleki, “Generalized second law of thermodynamics in $f(T)$ gravity”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **04** (2012), 007, arXiv:1201.2511.
- [46] H. K. Eriksen, F. K. Hansen, A. J. Banday, K. M. Górski, P. B. Lilje, “Asymmetries in the cosmic microwave background anisotropy field”, *Astrophys. J.*, **605**:1 (2004), 14–20.
- [47] T. R. Jaffe, A. J. Banday, H. K. Eriksen, K. M. Górski, F. K. Hansen, “Fast and efficient template fitting of deterministic anisotropic cosmological models applied to WMAP data”, *Astrophys. J.*, **643**:2 (2006), 616–629.
- [48] L. Campanelli, P. Cea, L. Tedesco, “Ellipsoidal universe can solve the cosmic microwave background quadrupole problem”, *Phys. Rev. Lett.*, **97**:13 (2006), 131302, 4 pp.; Erratum, *Phys. Rev. Lett.*, **97**:20 (2006), 209903.
- [49] B. Saha, “Anisotropic cosmological models with perfect fluid and dark energy”, *Chinese J. Phys.*, **43**:6 (2005), 1035–1043, arXiv:gr-qc/0412078.
- [50] K. S. Adhav, “Binary mixture of anisotropic dark energy and perfect fluid in Kantowski–Sach universe”, *Eur. Phys. J. Plus*, **126** (2011), 103, 8 pp.
- [51] G. P. Singh, Binaya K. Bishi, P. K. Sahoo, “Bianchi type-I bulk viscous cosmology with Chaplygin gas in Lyra geometry”, *Chinese J. Phys.*, **54**:6 (2016), 895–905.
- [52] Shri Ram, S. Chandel, M. K. Verma, “Kantowski–Sachs universe with anisotropic dark energy in Lyra geometry”, *Chinese J. Phys.*, **54**:6 (2016), 953–959.
- [53] H. Hossienkhani, “Bianchi type I universe and interacting ghost scalar fields models of dark energy”, *Astrophys. Space Sci.*, **361**:4 (2016), 136, 6 pp.
- [54] G. P. Singh, Binaya K. Bishi, P. K. Sahoo, “Scalar field and time varying cosmological constant in $f(R, T)$ gravity for Bianchi type-I universe”, *Chinese J. Phys.*, **54**:2 (2016), 244–255.
- [55] S. D. Katore, A. Y. Shaikh, A. S. Bhaskar, “Anisotropic dark energy cosmological models from early deceleration to late time acceleration in Lyra geometry”, *Bulg. J. Phys.*, **41**:1 (2014), 34–59.
- [56] S. D. Katore, S. P. Hatkar, “Kaluza Klein universe with magnetized anisotropic dark energy in general relativity and Lyra manifold”, *New Astronomy*, **34** (2015), 172–177.
- [57] A. Pradhan, A. K. Vishwakarma, “A new class of LRS Bianchi type-I cosmological models in Lyra geometry”, *J. Geom. Phys.*, **49**:3–4 (2004), 332–342.
- [58] F. Rahaman, N. Begum, G. Bag, B. C. Bhui, “Cosmological models with negative constant deceleration parameter in Lyra geometry”, *Astrophys. Space Sci.*, **299**:3 (2005), 211–218.
- [59] N. Azimi, F. Barati, “Instability of interacting ghost dark energy model in an anisotropic universe”, *Internat. J. Theor. Phys.*, **55**:7 (2016), 3318–3328.
- [60] F. Barati, “Interacting generalized ghost dark energy in non-isotropic background”, *Internat. J. Theor. Phys.*, **55**:4 (2016), 2189–2198.
- [61] M. Gasperini, F. Piazza, G. Veneziano, “Quintessence as a runaway dilaton”, *Phys. Rev. D*, **65**:2 (2002), 023508, 13 pp.
- [62] M. Gasperini, R. Ricci, “Homogeneous conformal string backgrounds”, *Class. Quantum Grav.*, **12**:3 (1995), 677–699; M. Gasperini, “Dilatonic interpretation of quintessence?”, *Phys. Rev. D*, **64**:4 (2001), 043510, 7 pp.
- [63] R. H. Brandenberger, R. Easther, J. Maia, “Nonsingular dilaton cosmology”, *JHEP*, **08** (1998), 007, 15 pp.
- [64] C. Armendáriz-Picón, T. Damour, V. Mukhanov, “ k -Inflation”, *Phys. Lett. B*, **458**:2–3 (1999), 209–218.
- [65] N. Arkani-Hamed, P. Creminelli, S. Mukohyama, M. Zaldarriaga, “Ghost inflation”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **04** (2004), 001, 19 pp.
- [66] O. Bartolami, F. Gil Pedro, M. Le Delliou, “Dark energy-dark matter interaction and putative violation of the equivalence principle from the Abell cluster A586”, *Phys. Lett. B*, **654**:5–6 (2007), 165.

- [67] B. Wang, Y. Gong, E. Abdalla, “Transition of the dark energy equation of state in an interacting holographic dark energy model”, *Phys. Lett. B*, **624**:3004 (2005), 141–146.
- [68] A. A. Sen, D. Pavón, “Reconstructing the interaction rate in holographic models of dark energy”, *Phys. Lett. B*, **664**:1–2 (2008), 7–11.
- [69] P. J. E. Peebles, B. Ratra, “The cosmological constant and dark energy”, *Rev. Modern Phys.*, **75**:2 (2003), 559–606.
- [70] J. D. Bekenstein, “Black holes and entropy”, *Phys. Rev. D*, **7**:8 (1973), 2333–2346.
- [71] E. N. Saridakis, P. F. González-Díaz, C. L. Sigüenza, “Unified dark energy thermodynamics: varying w and the -1 -crossing”, *Class. Quantum Grav.*, **26**:16 (2009), 165003, 8 pp.
- [72] M. Jamil, E. N. Saridakis, M. R. Setare, “Thermodynamics of dark energy interacting with dark matter and radiation”, *Phys. Rev. D*, **81**:2 (2010), 023007, 6 pp.
- [73] H. Wei, “Entropy-corrected holographic dark energy”, *Commun. Theor. Phys.*, **52**:4 (2009), 743–749.
- [74] S. H. Pereira, J. F. Jesus, “Can dark matter decay in dark energy?”, *Phys. Rev. D*, **79**:4 (2009), 043517, 6 pp.
- [75] R.-G. Cai, Z.-L. Tuo, Y.-B. Wu, Y.-Y. Zhao, “More on QCD ghost dark energy”, *Phys. Rev. D*, **86**:2 (2012), 023511, 8 pp.
- [76] A. Sheykhi, M. Sadegh Movahed, “Interacting ghost dark energy in non-flat universe”, *Gen. Rel. Grav.*, **44**:2 (2012), 449–465.
- [77] R. Jimenez, A. Loeb, “Constraining cosmological parameters based on relative galaxy ages”, *Astrophys. J.*, **573**:1 (2002), 37–42.
- [78] T. M. Davis, E. Mörtzell, J. Sollerman et al., “Scrutinizing exotic cosmological models using ESSENCE supernova data combined with other cosmological probes”, *Astrophys. J.*, **666**:2 (2007), 716–725.
- [79] E. Komatsu, J. Dunkley, M. R. Nolte et al., “FIVE-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: cosmological interpretation”, *Astrophys. J. Suppl.*, **180**:2 (2009), 330–376.
- [80] P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan et al. [Planck Collab.], “Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters”, *Astron. Astrophys.*, **571** (2014), A16, 66 pp., arXiv: 1303.5076.
- [81] W. J. Percival, S. Cole, D. J. Eisenstein, R. C. Nichol, J. A. Peacock, A. C. Pope, A. S. Szalay, “Measuring the baryon acoustic oscillation scale using the Sloan Digital Sky Survey and 2dF Galaxy Redshift Survey”, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **381**:3 (2007), 1053–1066.
- [82] A. G. Riess, L. Macri, S. Casertano, M. Sosey, H. Lampeitl, H. C. Ferguson, A. V. Filippenko, S. W. Jha, W. Li, R. Chornock, D. Sarkar, “A redetermination of the Hubble constant with the Hubble Space Telescope from a differential distance ladder”, *Astrophys. J.*, **699**:1 (2009), 539–563.
- [83] Y.-S. Song, W. J. Percival, “Reconstructing the history of structure formation using redshift distortions”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **10** (2009), 004, 20 pp.
- [84] A. G. Riess, L. Macri, S. Casertano, H. Lampeitl, H. C. Ferguson, A. V. Filippenko, S. W. Jha, W. Li, R. Chornock, “A 3% solution: determination of the Hubble constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3”, *Astrophys. J.*, **730**:2 (2011), 119, 18 pp.
- [85] G. Chen, J. R. Gott III, B. Ratra, “Non-Gaussian error distribution of Hubble constant measurements”, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, **115**:813 (2003), 1269–1279, arXiv: astro-ph/0308099.
- [86] J. R. Gott III, M. S. Vogeley, S. Podariu, B. Ratra, “Median statistics, H_0 , and the accelerating universe”, *Astrophys. J.*, **549**:1 (2001), 1–17.
- [87] M. Li, X.-D. Li, S. Wang, X. Zhang, “Holographic dark energy models: a comparison from the latest observational data”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **06** (2009), 036, 16 pp.
- [88] J. Simon, L. Verde, R. Jimenez, “Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential”, *Phys. Rev. D*, **71**:12 (2005), 123001, 18 pp.

- [89] C. Blake, S. Brough, M. Colless et al., “The WiggleZ Dark Energy Survey: joint measurements of the expansion and growth history at $z < 1$ ”, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **425**:1 (2012), 405–414.
- [90] Y.-L. Li, S.-Y. Li, T.-J. Zhang, T.-P. Li, “Model-independent determination of curvature parameter using $H(z)$ and $D_A(z)$ data pairs from BAO measurements”, *Astrophys. J. Lett.*, **789**:1 (2014), L15, 5 pp.
- [91] P.K. Aluri, S. Panda, M. Sharma, S. Thakur, “Anisotropic universe with anisotropic sources”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **12** (2013), 003.
- [92] F. Pace, J.C. Waizmann, M. Bartelmann, “Spherical collapse model in dark-energy cosmologies”, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **406**:3 (2010), 1865–1874.
- [93] F. Pace, L. Moscardini, R. Crittenden, M. Bartelmann, V. Pettorino, “A comparison of structure formation in minimally and non-minimally coupled quintessence models”, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **437**:1 (2014), 547–561.
- [94] W.J. Percival, “Cosmological structure formation in a homogeneous dark energy background”, *Astron. Astrophys.*, **443**:3 (2005), 819–830.
- [95] O. Bertolami, R. Lehnert, R. Pottin, A. Ribeiro, “Cosmological acceleration, varying couplings, and Lorentz breaking”, *Phys. Rev. D*, **69**:8 (2004), 083513, 11 pp.
- [96] И. Я. Арефьева, Н. В. Булатов, С. Ю. Вернов, “Стабильные точные решения в космологических моделях с двумя скалярными полями”, *ТМФ*, **163**:3 (2010), 475–494.
- [97] I. Ya. Aref’eva, N. V. Bulatov, L. V. Joukovskaya, S. Yu. Vernov, “Null energy condition violation and classical stability in the Bianchi I metric”, *Phys. Rev. D*, **80**:8 (2009), 083532, 13 pp.
- [98] I. Ya. Aref’eva, A. S. Koshelev, S. Yu. Vernov, “Crossing the $w = -1$ barrier in the D3-brane dark energy model”, *Phys. Rev. D*, **72**:6 (2005), 064017, 11 pp.
- [99] P. G. Ferreira, M. Joyce, “Cosmology with a primordial scaling field”, *Phys. Rev. D*, **58**:2 (1998), 023503, 23 pp.; E. J. Copeland, A. R. Liddle, D. Wands, “Exponential potentials and cosmological scaling solutions”, *Phys. Rev. D*, **57**:8 (1998), 4686–4690.
- [100] M. R. Setare, E. C. Vagenas, “The cosmological dynamics of interacting holographic dark energy model”, *Internat. J. Modern Phys. D*, **18**:1 (2009), 147–157.
- [101] D. Iakubovskiy, Y. Shtanov, “Braneworld cosmological solutions and their stability”, *Class. Quantum Grav.*, **22**:12 (2005), 2415–2432.
- [102] Y. S. Myung, “Instability of holographic dark energy models”, *Phys. Lett. B*, **652**:5–6 (2007), 223–227; K. Y. Kim, H. W. Lee, Y. S. Myung, “Instability of agegraphic dark energy models”, *Phys. Lett. B*, **660**:3 (2008), 118–124.

Поступила в редакцию 16.12.2016,
после доработки 29.03.2017